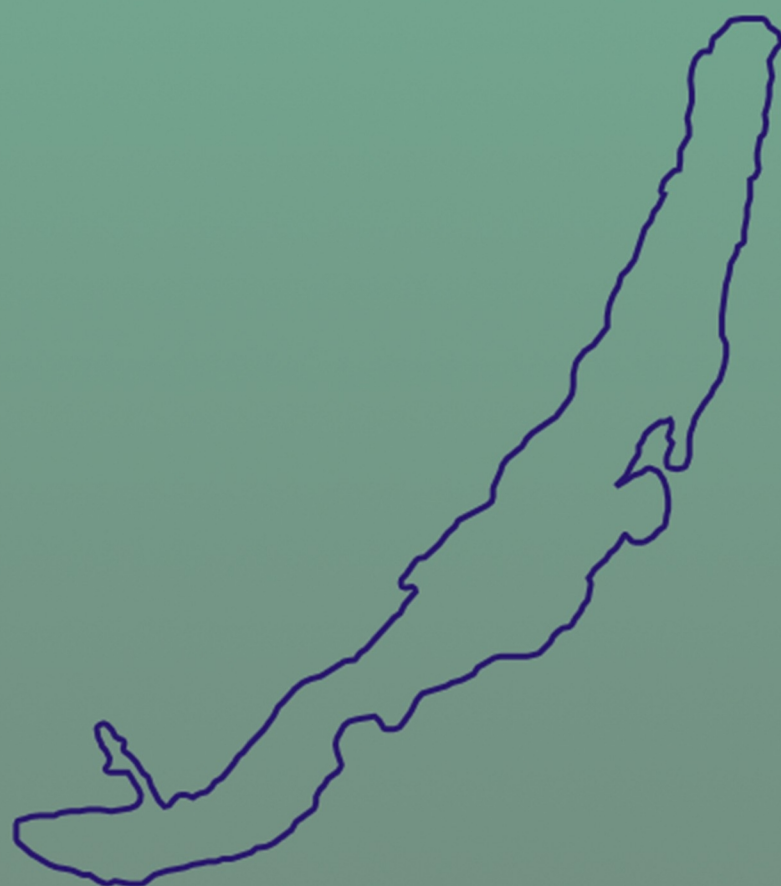


№ 4 (36) 2017

ISSN 2077-5415

# СИСТЕМЫ МЕТОДЫ ТЕХНОЛОГИИ



Научный журнал

Министерство образования и науки  
Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Братский  
государственный университет»

16 +

# *Системы Методы Технологии*

**№ 4 (36), 2017**

Проблемы механики и машиностроения

Моделирование и управление в технических системах

Современные технологии

Экология и рациональное природопользование

Issues of mechanics and engineering science

Modeling and control in engineering systems

Modern technologies

Ecology and nature management

# *Systems Methods Technologies*

**№ 4 (36), 2017**

Ministry of education and science of the  
Russian Federation  
Bratsk State University

**Главный редактор**

**С.В. Белокобыльский**, д.т.н., БрГУ, Россия

**Зам. главного редактора**

**П.М. Огар**, д.т.н., профессор, БрГУ, Братск, Россия

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ**

**И.В. Бычков**, д-р техн. наук, ИДСТУ СО РАН, Россия

**С.А. Иванов**, д.т.н., профессор, ЗабГУ, Россия

**А.М. Кузнецов**, д.т.н., профессор, ИркутскНИИхиммаш, Россия

**А.П. Хоменко**, д.т.н., профессор, ИрГУПС, Россия

**РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ**

**Б.Н. Абсадыков**, д.т.н., академик, КБТУ, Казахстан

**Ю.Н. Алпатов**, д.т.н., профессор, БрГУ, Россия

**Г.В. Божко**, д.т.н., Московский политех, Россия

**И.В. Григорьев**, д.т.н., СПбГЛТУ, Россия

**С.В. Елисеев**, д.т.н., профессор, ИрГУПС, Россия

**В.К. Елсуков**, д.т.н., БрГУ, Россия

**В.А. Иванов**, д.т.н., профессор, БрГУ, Россия

**А.В. Крюков**, д.т.н., ИрГУПС, Россия

**А.И. Кудяков**, д.т.н., ИрГУПС, Россия

**Х.О. Одинаев**, д.т.н., профессор, ТТУ, Таджикистан

**В.К. Погодин**, д.т.н., профессор, ИркутскНИИхиммаш, Россия

**Я. Райчык**, д.т.н., профессор, Ченстоховская политехника, Польша

**Е.М. Рунова**, д.с/х.н., профессор, БрГУ, Россия

**М. Свинин**, к.т.н., профессор, Университет Кюсю, Япония

**В.Ю. Скиба**, к.т.н., НГТУ, Россия

**Р. Тучан**, д.т.н., профессор, Университет Аризоны, США

**В.В. Шишов**, д.т.н., профессор, СФУ, Россия

**А.С. Янюшкин**, д.т.н., профессор, БрГУ, Россия

**Ответственный секретарь**

**Л.А. Шевченко**

Журнал включен Высшей аттестационной комиссией Министерства образования и науки в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, выпускаемых в РФ, для публикации основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук.

Подписной индекс агентства «Роспечать» 37228

Зарегистрирован в федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-37462 от 10 сентября 2009 г.).

ISSN 2077-5415

ISBN 978-5-8166-0236-5

Издается с 2009 г.

© Учредитель ФГБОУ ВО «Братский государственный университет»

**Editor-in-Chief**

**S.V. Belokobylsky**, Doctor of Engineering, PhD, BrSU, Russia

**Deputy Editor-in-Chief**

**P.M. Ogar**, Doctor of Engineering, PhD, BrSU, Russia

**EDITORIAL BOAR**

**I.V. Bychkov**, Doctor of Engineering, IDSTU SB RAS, Russia

**S.A. Ivanov**, Doctor of Engineering, TrBSU, Russia

**A.M. Kuznetsov**, Doctor of Engineering, IrkutskNIIHimmash, Russia

**A.P. Khomenko**, Doctor of Engineering, ISURE, Russia

**EDITORIAL COMMITTEE**

**B.N. Absadykov**, Doctor of Engineering, Corresponding Member of NAS RK, Kazakhstan

**Yu. N. Alpatov**, Doctor of Engineering, BrSU, Russia

**G.V. Bozhko**, Doctor of Engineering, MPU, Russia

**I.V. Grigorev**, Doctor of Engineering, SPSFTU, Russia

**S.V. Eliseev**, Doctor of Engineering, ISURE, Russia

**V.K. Elsukov**, Doctor of Engineering, BrSU, Russia

**V.A. Ivanov**, Doctor of Engineering, BrSU, Russia

**A.V. Kryukov**, Doctor of Engineering, ISURE, Russia

**A.I. Kudyakov**, Doctor of Engineering, ISURE, Russia

**H.O. Odinaev**, Doctor of Engineering, TTU, Tajikistan

**V.K. Pogodin**, Doctor of Engineering, IrkutskNIIHimmash, Russia

**Ya. Raichyk**, Doctor of Engineering, Chencstokhova University of Technology, Poland

**E.M. Runova**, Doctor of Agriculture, BrSU, Russia

**M. Svinin**, PhD, Kyushu University, Japan

**V.Yu. Skiba**, Candidate of Engineering, NSTU, Russia

**R. Touchan**, PhD, University of Arizona, USA Polytechnic National University, Ukraine

**V.V. Shyshov**, Doctor of Engineering, Siberian Federal University, Russia

**A.S. Yanyushkin**, Doctor of Engineering, BrSU, Russia

**Executive secretary**

**L.A. Shevchenko**

The journal has been included in “The list of leading scientific journals and publications under review recommended by Supreme Attestation Commission for publication of the principal research results of doctoral and candidate dissertations”

Subscription index 37228 in the Rospechat’

Registered by the Federal Service for Supervision in the Sphere of Telecom, Information Technologies and Mass Communications (registration certificate ПИ № ФС 77-37462 as of September, 10, 2009.

Published since 2009

© Founder is Bratsk State University

## СОДЕРЖАНИЕ

## ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

|                                                                                                                                                                                  |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Елисеев С.В., Кашуба В.Б., Выонг К.Ч., Кинаш Н.Ж.</b> Взаимодействие внешних возмущений — возможности изменения динамических свойств механических колебательных систем        | 7   |
| <b>Елисеев А.В., Орленко А.И., Ситов И.С.</b> Математические модели контактных взаимодействий на стадиях движения с отрывом                                                      | 18  |
| <b>Елисеев А.В., Елисеев С.В.</b> Диада как основа формирования механических колебательных систем                                                                                | 25  |
| <b>Бохоева Л.А., Бочектуева Е.Б., Рогов В.Е.</b> Моделирование влияния напряженного состояния на структурные превращения в элементах конструкций в процессе термообработки       | 39  |
| <b>Анферов В.Н., Коваленко Р.К.</b> Выбор критерия для оценки противозадирной стойкости спироидного зацепления                                                                   | 45  |
| <b>Трутаев С.Ю.</b> Методология диагностирования дефектов промышленного оборудования по спектрам собственных частот                                                              | 52  |
| <b>Пашков А.Е., Иванов Ю.Н., Чащин Н.С., Иванова В.О.</b> Оценка эффективности использования твердосплавного и алмазного инструмента для обработки отверстий в смешанных пакетах | 60  |
| <b>Альмохаммад А.М., Сорокин Е.А., Куликова Н.П.</b> К оценке эффективности охлаждения элементов гидропривода с устройством орошения                                             | 67  |
| <b>Алейников Д.П., Лукьянов А.В.</b> Анализ вибрационных параметров концевых фрез при их износе                                                                                  | 71  |
| <b>Коронатов В.А.</b> Новая теория качения на примере описания движения ведущего колеса локомотива (автомобиля)                                                                  | 78  |
| <b>Файзов А.Х., Герасимов С.Н., Мамаев Л.А.</b> Моделирование режимов заглаживания, обеспечивающих отсутствие микродефектов бетонной поверхности                                 | 87  |
| <b>Скиба В.Ю., Иванцовский В.В.</b> Анализ напряженно-деформированного состояния проектируемых конструкций эндопротезов коленного сустава                                        | 93  |
| <b>Кожевников А.С., Алпатов Ю.Н., Елсуков В.К.</b> Внедрение жесткой сферы и шероховатой поверхности в полимерный слой                                                           | 102 |

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

|                                                                                                                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Булатов Ю.Н., Крюков А.В.</b> Устранение фликера в сетях с установками распределенной генерации на основе согласованно настроенных регуляторов               | 108 |
| <b>Шакиров В.А.</b> Методика оценки прихода суммарной солнечной радиации на наклонные поверхности с использованием многолетних архивов метеорологических данных | 115 |
| <b>Лисицкий К.Е.</b> Метод последовательных приближений в решении задач аналитического описания численных данных                                                | 122 |
| <b>Ножко С.И., Верегитин А.А., Демичев Д.Н., Гуляев А.В.</b> Некоторые аспекты прокатки сырых нефтяных коксов для нужд алюминиевой промышленности               | 127 |



## СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

|                                                                                                                                                                        |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Бырдин П.В., Вовк В.А.</b> Теоретико-экспериментальные исследования механизма разрушения устройства для извлечения ядер из кедровых орехов                          | 134 |
| <b>Середюк А.В., Выводцев Н.В.</b> Оптимизация продуктивности дубовых насаждений                                                                                       | 139 |
| <b>Охлопкова А.Ю.</b> Исследование положения кармашков в стволе дерева лиственницы даурской                                                                            | 147 |
| <b>Хитров Е.Г., Дмитриева М.Н., Лухминский В.А., Хахина А.М., Григорьев И.В., Иванов В.А.</b> Теоретический расчет конусного индекса заболоченного грунта              | 152 |
| <b>Тамби А.А., Юркова О.В., Куницкая О.А., Степанищева М.В.</b> Исследование влияния физических свойств и строения древесины сосны на ее прочность                     | 157 |
| <b>Челышева И.Н., Плотников Н.П., Балашов Н.О.</b> Исследование свойств твердых древесноволокнистых плит на основе модифицированных составов древесноволокнистой массы | 162 |
| <b>Плотникова Г.П., Симонян С.Х.</b> Разработка состава клеевой композиции для склеивания массивной древесины в условиях Сибири                                        | 169 |
| <b>Белых С.А., Лебедева Т.А., Даминова А.М.</b> Строительные материалы на основе наполненных жидкостекольных композиций и область их применения                        | 176 |
| <b>Бачериков И.В., Свойкин Ф.В., Бирман А.Р., Соколова В.А.</b> Стохастическая модель оптимизации затрат при планировании технологических процессов лесозаготовок      | 182 |

## CONTENT

## ISSUES OF MECHANICS AND ENGINEERING SCIENCE

|                                                                                                                                                                                        |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>S.V. Eliseev, V.B. Kashuba, Q.T. Vuong, N.Zh. Kinash.</b> Interaction of external disturbances – the possibilities of changing dynamic properties of mechanical oscillation systems | 7   |
| <b>A.V. Eliseev, A.I. Orlenko, I.S. Sitov.</b> Mathematical models of contact interactions on the stages of motion with a gap                                                          | 18  |
| <b>A.V. Eliseev, S.V. Eliseev.</b> Dyad as a basis of formation of mechanical oscillation systems                                                                                      | 25  |
| <b>L.A. Bokhoeva, E.B. Bochektueva.</b> Modeling the influence of stress on structural transformations in structural elements during heat treatment                                    | 39  |
| <b>V.N. Anferov, R.K. Kovalenko.</b> The choice of criterion for evaluating the anti-seizing property of spiroid gearing                                                               | 45  |
| <b>S.Yu. Trutaev.</b> Methodology for diagnosing defects in industrial equipment with the help of natural frequencies spectra                                                          | 52  |
| <b>A.E. Pashkov, Yu.N. Ivanov, N.S. Chaschin, V.O. Ivanova.</b> Efficiency evaluation of the use of carbide and diamond tool for processing holes in mixed packages                    | 60  |
| <b>A.M. Almohammad, E.A. Sorokin, N.P. Kulikova.</b> To estimation of elements cooling efficiency in a hydraulic drive with an irrigation device                                       | 67  |
| <b>D.P. Aleynikov, A.V. Lukyanov.</b> Analysis of vibration parameters of end mills wearing                                                                                            | 71  |
| <b>V.A. Koronotov.</b> A new rolling theory based on the description of the motion of the driving wheel of a locomotive (car)                                                          | 78  |
| <b>A.H. Fayzov, S.N. Gerasimov, L.A. Mamaev.</b> Modeling the smoothing modes ensuring absence of microdefects of the concrete surface                                                 | 87  |
| <b>V.Yu. Skeebe, V.V. Ivancivsky.</b> Mode of deformation analysis of the designed knee joint endoprotheses                                                                            | 93  |
| <b>A.S. Kozhevnikov, Yu.N. Alpatov, V.K. Elsukov.</b> The introduction of a rigid sphere and a rough surface in polymer layer                                                          | 102 |

## MODELING AND CONTROL IN MECHANICAL SYSTEMS

|                                                                                                                                                         |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Yu.N. Bulatov, A.V. Kryukov.</b> Elimination of flicker in networks with distributed generators on the basis of coordinated adjustment of regulators | 108 |
| <b>V.A. Shakirov</b> A technique for estimating global solar radiation on inclined surfaces using multi-year archives of meteorological data            | 115 |
| <b>K.E. Lisitskiy.</b> The method of successive approximations in solving problems of analytical description of numerical data                          | 122 |
| <b>S.I. Nozhko, A.A. Veregitin, D.N. Demichev, A.V. Gulyaev.</b> Some aspects of calcining raw petroleum cokes for the needs of the aluminum industry   | 127 |

## MODERN TECHNOLOGIES

|                                                                                                                                                          |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>P.V. Byrdin, V.A. Vovk.</b> Theoretical and experimental studies of the fracture mechanism of the device for the extraction of kernels from pine nuts | 134 |
| <b>A.V. Seredyuk, N.V. Vyvodtsev.</b> Optimization of the productivity of oak planting                                                                   | 139 |

|                                                                                                                                                                        |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>A.Yu. Okhlopkova.</b> Study of the position of pitch pockets in the tree trunk of the Dahurian larch                                                                | 147 |
| <b>E.G. Khitrov, M.N. Dmitrieva, V.A. Lukhminskij, A.M. Khakhina, I.V. Grigorev, V.A. Ivanov.</b> Theoretical estimation of wetland soil cone index                    | 152 |
| <b>A.A. Tambi, O.V. Yurkova, O.A. Kunitskaya, M.V. Stepanishcheva.</b> Research of the influence of the physical properties and structure of pine wood on its strength | 157 |
| <b>I.N. Chelysheva, N.P. Plotnikov, N.O. Balashov.</b> The study of solid fiberboard properties based on modified composition of wood fiber pulp                       | 162 |
| <b>G.P. Plotnikova, S.H. Simonyan.</b> Development of the adhesive composition for joining solid wood in the conditions of Siberia                                     | 169 |
| <b>S.A. Belykh, T.A. Lebedeva, A.M. Daminova.</b> Construction materials based on filled liquid-glass compositions and the field of their application                  | 176 |
| <b>I.V. Bacherikov, F.V. Svoykin, A.R. Birman, V.A. Sokolova.</b> Stochastic model of cost optimization in the planning of logging processes                           | 182 |

## ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 629.4, 621.534, 62.752

DOI: 10.18324/2077-5415-2017-4-7-17

### Взаимодействие внешних возмущений – возможности изменения динамических свойств механических колебательных систем

С.В. Елисеев<sup>1 a</sup>, В.Б. Кашуба<sup>2 b</sup>, К.Ч. Выонг<sup>1 c</sup>, Н.Ж. Кинаш<sup>3 d</sup>

<sup>1</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

<sup>2</sup>Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>3</sup>Московский инженерный центр ОАО «Российские железные дороги», ул. Новорязанская 17, Москва, Россия

<sup>a</sup>eliseev\_s@inbox.ru, <sup>b</sup>nauka@brstu.ru, <sup>c</sup>trucvq1990@gmail.com, <sup>d</sup>n.kinash@icloud.com

Статья поступила 9.10.2017, принята 10.11.2017

*Цель исследования заключается в разработке метода построения математических моделей механических колебательных систем, которые находятся под одновременным воздействием нескольких гармонических возмущений. Используются методы и технологии структурного математического моделирования, построенного на идеях динамических аналогий с системами автоматического управления. Детализируется методика построения структурных схем и определения соответствующих передаточных функций. Рассматриваются в сопоставлении математические модели взаимодействия элементов систем при одиночном и совместном действии двух сил. Показаны особенности проявления динамических свойств. Вводится обобщенное понятие о динамическом гашении колебаний, параметры которого определяются из условий «зануления» числителей передаточных функций. Разработана технология построения частотных диаграмм механических колебательных систем как основы определения признаков возможных динамических проявлений и форм нестационарности колебаний. Рассматривается ряд новых динамических эффектов и форм режимов динамического гашения колебаний при введении в структуру системы дополнительных массоинерционных связей в виде устройств для преобразования движения.*

**Ключевые слова:** динамическое гашение колебаний; передаточная функция системы; устройство для преобразования движения; частотная диаграмма.

### Interaction of external disturbances – the possibilities of changing dynamic properties of mechanical oscillation systems

S.V. Eliseev<sup>1 a</sup>, V.B. Kashuba<sup>2 b</sup>, Q.T. Vuong<sup>1 c</sup>, N.Zh. Kinash<sup>3 d</sup>

<sup>1</sup>Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevskiy St., Irkutsk, Russia

<sup>2</sup>Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>3</sup>JSC “Russian Railways”, Moscow Engineering Center; 17, Novoryazanskaya St., Moscow, Russia

<sup>a</sup>eliseev\_s@inbox.ru, <sup>b</sup>nauka@brstu.ru, <sup>c</sup>trucvq1990@gmail.com, <sup>d</sup>n.kinash@icloud.com

Received 9.10.2017, accepted 10.11.2017

*The purpose of the research is to develop a method for constructing mathematical models of mechanical oscillatory systems that are under the simultaneous action of several harmonic perturbations. Methods and technologies of structural mathematical modeling, built on the ideas of dynamic analogies with automatic control systems, are used. The method of constructing structural schemes and determining the corresponding transfer functions is detailed. Mathematical models of the interaction of system elements in a single and joint action of two forces are considered. Features in the manifestations of dynamic properties are shown. A generalized concept of dynamic damping of oscillations is introduced, the parameters of which are determined from the conditions of "nullification" of the numerators of the transfer functions. A technology has been developed for constructing frequency diagrams of mechanical oscillation systems, as the basis for determining the signs of possible dynamic manifestations and forms of oscillation nonstationarity. The number of new dynamic effects and forms of dynamic damping of oscillation modes is considered when introducing additional mass-inertial ties in the form of devices for converting motion into the structure of the system.*

**Keywords:** dynamic damping of oscillation; transfer function of system; device for converting motion; frequency diagram.

#### Введение

В динамике механических объектов, расчетные схемы которых могут быть представлены механическими колебательными системами с двумя степенями свободы, внешние возмущения имеют различную природу.

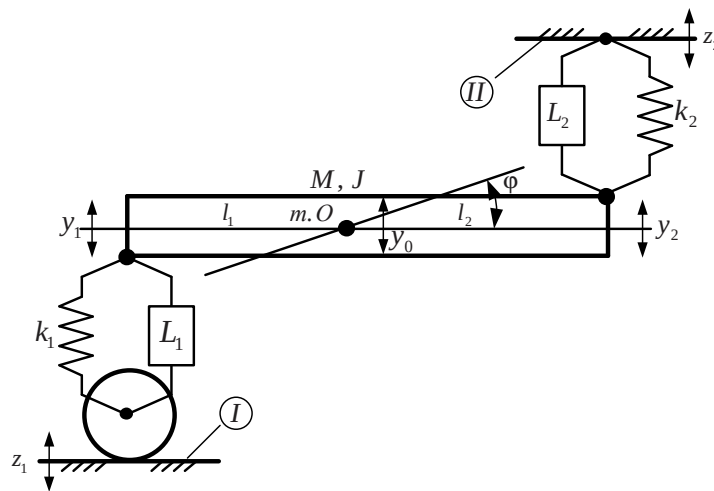
Особенности внешних возмущений, характерные для транспортных средств, имеющих тяговые двигатели с опорно-осевой подвеской, могут отображаться периодическими функциями достаточно общего вида, в том числе и совокупностью двух гармонических функций.

Такие представления связаны с конструктивно-техническими особенностями систем транспортных подвесок, если иметь в виду математические модели упрощенного вида для плоского движения. Ряд вопросов, связанных с построением математических моделей для задач динамики тяговых двигателей электровозов, рассмотрен в работах [1, 2], а также в [3, 4], посвященных вопросам оценки возможностей совместного действия нескольких сил. Отмечено, что динамические свойства системы, которая находится под действием одновременно приложенных возмущений, могут приобретать существенные изменения по сравнению с системами в обычных возмущенных состояниях.

В предлагаемой статье развивается метод построения математических моделей механических колебательных систем с двумя степенями свободы, отражающих специфику работы тяговых двигателей локомотивов с опорной осевой подвеской.

**Особенности технического объекта. Построение математической модели.** Рассматривается плоская

механическая колебательная система в виде твердого тела с массоинерционными параметрами  $M$  (масса твердого тела) и  $J$  (момент инерции твердого тела относительно центра масс). Объект, динамическое состояние которого оценивается в неподвижной системе координат  $y_1, y_2$ , связан с опорными поверхностями  $I$  и  $II$  (рис. 1), законы движения которых определяются известными синфазными гармоническими функциями одной частоты  $z_1(t)$  и  $z_2(t)$ . Расстояние центра тяжести от мест закрепления упругих элементов  $k_1$  и  $k_2$  определяется длинами  $l_1$  и  $l_2$  соответственно. Система обладает линейными свойствами и совершает малые колебания относительно положения статического равновесия при отсутствии сил сопротивления. На рис. 1 также показаны устройства для преобразования движения, вводимые дополнительно к упругим элементам  $k_1$  и  $k_2$ . Подробности об устройствах такого рода (как типовых звеньях с передаточными функциями дифференцирующих звеньев 2-го порядка) в структурных математических моделях можно найти в [5, 6].

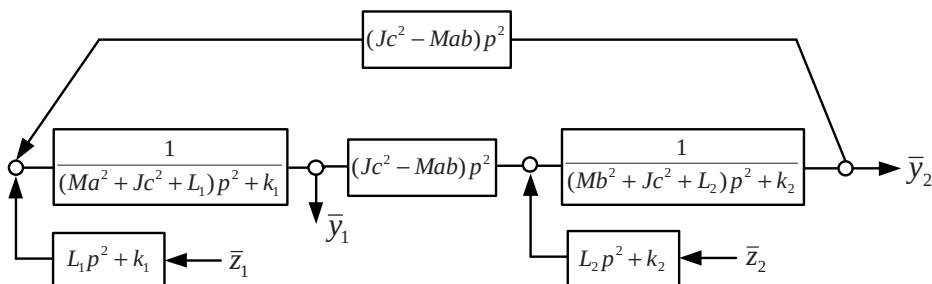


**Рис. 1.** Принципиальная схема транспортного объекта при кинематическом возмущении с устройствами для преобразования движения  $L_1$  и  $L_2$

Предполагается, что при кинематических воздействиях не происходит разрыва контактов с опорными поверхностями  $I, II$ .

Построение математической модели основано на использовании уравнения Лагранжа 2-го рода с после-

дующим преобразованием уравнений по Лапласу [7]. Математическая модель системы приведена на рис. 2 в виде структурной схемы эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления.



**Рис. 2.** Структурная математическая модель технического объекта (по рис. 1)

Математическая модель дает представление о том, что исходная система в координатах  $y_1, y_2$  имеет два парциальных блока с парциальными частотами:

$$n_1^2 = \frac{k_1}{Ma^2 + Jc^2 + L_1}, \quad (1) \quad n_2^2 = \frac{k_2}{Mb^2 + Jc^2 + L_2}, \quad (2)$$



где  $a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}$ ,  $b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}$ ,  $c = \frac{1}{l_1 + l_2}$ ,  $L_1$  и  $L_2$  — приведенные массы устройств для преобразования движения.

Межпарциальная связь (рис. 2) представлена дифференцирующим звеном 2-го порядка с передаточной функцией:

$$W_{np}(p) = (Jc^2 - Mab)p^2, \quad (3)$$

где  $p = j\omega$  — комплексная переменная ( $j = \sqrt{-1}$ ) [8, 9].

Система находится под действием двух внешних возмущений  $z_1(t)$  и  $z_2(t)$  со стороны опорных поверхностей  $I, II$  (рис. 1).

**Особенности математических моделей при отсутствии устройств для преобразования движения.** Полагая, что  $L_1 = 0$ ,  $L_2 = 0$ , запишем передаточные функции систем, принимая  $\bar{z}_1 \neq 0$ , а  $\bar{z}_2 = 0$ , тогда:

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1} = \frac{k_1[(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2]}{A_0(p)}, \quad (4)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1} = \frac{k_1(Jc^2 - Mab)p^2}{A_0(p)}, \quad (5)$$

где значок «—» над переменной обозначает ее изображение по Лапласу.

1. При действии только одного внешнего возмущения система по координате  $\bar{y}_1$  имеет режим динамического гашения колебаний; в данном случае частота динамического гашения колебаний определится выражением:

$$\omega_{1\text{дин}}^2 = \frac{k_2}{Mb^2 + Jc^2}. \quad (6)$$

Межпарциальные связи в системе относятся к инерционному типу и характеризуются передаточной функцией:

$$W_{12}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{(Jc^2 - Mab)p^2}{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2}. \quad (7)$$

2. В свою очередь, в ситуации, когда  $\bar{z}_1 = 0$ ,  $\bar{z}_2 \neq 0$  (т. е. при другом возмущении), передаточные функции системы (рис. 2) примут вид:

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_2} = \frac{k_2(Jc^2 - Mab)p^2}{A_0(p)}, \quad (8)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_2} = \frac{k_2[(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1]}{A_0(p)}, \quad (9)$$

где  $A_0(p)$  является характеристическим частотным уравнением и определяется выражением:

$$A_0(p) = [(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1] \cdot [(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2] - [(Jc^2 - Mab)p^2]^2 \quad (10)$$

При возмущении  $\bar{z}_2 \neq 0$  ( $\bar{z}_1 = 0$ ) режим динамического гашения колебаний будет возможен по координате  $\bar{y}_2$ :

$$\omega_{2\text{дин}}^2 = \frac{k_1}{Ma^2 + Jc^2}. \quad (11)$$

3. При совместном действии внешних возмущений рассмотрим случай, когда выполняется условие связности внешних сил в виде:

$$\bar{z}_2 = \alpha \cdot \bar{z}_1, \quad (12)$$

где  $\alpha$  может принимать значения  $-\infty < \alpha < \infty$ .

Такого рода ситуации, в принципе, могут быть физически реализуемы, если опорные поверхности  $I$  и  $II$  (рис. 1) совершают некоторые согласованные движения. При действии двух внешних сил  $\bar{z}_1 = \bar{z}$ ,  $\bar{z}_2 = \alpha\bar{z}$  при определении передаточных функций используется метод суперпозиции [9], в данном случае:

$$W_1'(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{k_1[(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2] + \alpha k_2(Jc^2 - Mab)p^2}{A_0(p)}, \quad (13)$$

$$W_2'(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}} = \frac{\alpha k_2[(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1] + k_1(Jc^2 - Mab)p^2}{A_0(p)}. \quad (14)$$

Частоты режимов динамического гашения колебаний при одновременном действии двух внешних кинематических возмущений, при условии (12), определяются выражениями:

$$\omega_{1\text{дин}}'^2 = \frac{k_1 k_2}{Jc^2(k_1 + \alpha k_2) + Mb(k_1 b - \alpha k_2 a)}, \quad (15)$$

$$\omega_{2\text{дин}}'^2 = \frac{\alpha k_1 k_2}{Jc^2(k_1 + \alpha k_2) + Ma(\alpha k_2 a - k_1 b)}. \quad (16)$$

Из (15), (16) следует, что частоты динамического гашения колебаний будут зависеть от значений  $\alpha$ . При  $\alpha = 0$ , что соответствует  $\bar{z}_1 \neq 0$ ,  $\bar{z}_2 = 0$ , выражение (15) совпадает с выражением (6). Поскольку при  $\alpha = 0$  имеем, что  $\bar{z}_2 = 0$ , то по координате  $y_2$  режим динамического гашения не реализуется.

Рассмотрим случай  $\alpha = 1$ , тогда по координате  $y_1$  частота динамического гашения определяется:

$$\omega_{1\text{дин}}''^2 = \frac{k_1 k_2}{Jc^2(k_1 + k_2) + Mb(k_1 b - k_2 a)}, \quad (17)$$

а по координате  $y_2$  соответственно:

$$\omega_{2\text{дин}}''^2 = \frac{k_1 k_2}{Jc^2(k_1 + k_2) + Ma(k_2 a - k_1 b)}. \quad (18)$$

Таким образом, при совместном действии внешних сил режимы динамических гашений колебаний могут быть реализованы по двум координатам объекта, тогда как при  $\alpha = 0$ , т. е. при действии одного внешнего воз-

действия, реализуется режим динамического гашения колебаний только по координате  $y_1$ .

При  $\alpha = -1$  частоты динамического гашения колебаний будут определяться выражением:

$$\omega_{1\text{дин}}^2 = \frac{k_1 k_2}{Jc^2(k_1 - k_2) + Mb(k_1 b + k_2 a)}, \quad (19)$$

из которого следует возможность возникновения критических ситуаций при соотношениях коэффициентов жесткостей, определяемых выражением:

$$k_2 = \frac{k_1(Jc^2 + Mb^2)}{Jc^2 - Mab}. \quad (20)$$

В частности, из сравнения (13) – (19) можно сделать вывод о возможностях существенного влияния связности внешних возмущений  $\alpha$  на динамические свойства системы в целом.

**Особенности совместного действия двух кинематических возмущений.** Если принять во внимание общие представления об эффектах динамического гашения колебаний, то частоты динамического гашения колебаний могут определяться из условий, возникающих при «занулении» числителей передаточных функций.

1. Рассмотрим случай, при котором значения частот динамического гашения колебаний совпадают, т. е.:

$$\omega_{1\text{дин}1}^2 = \omega_{2\text{дин}2}^2. \quad (21)$$

Значение  $\alpha$  может быть определено из условия:

$$\frac{k_1 k_2}{Jc^2(k_1 + ak_2) + Mb(k_1 b - ak_2 a)} = \frac{ak_1 k_2}{Jc^2(k_1 + ak_2) + Ma(ak_2 a - k_1 b)}, \quad (22)$$

которое может быть трансформировано в уравнение:

$$\alpha^2 k_2 (Jc^2 - Mab) + \alpha [Jc^2(k_1 - k_2) + M(k_1 b^2 - k_2 a^2)] + k_1 (Mab - Jc^2) = 0. \quad (23)$$

Уравнение (23) при введении  $\beta = \frac{k_2}{k_1}$  в качестве настроечного параметра может быть преобразовано к виду:

$$\alpha^2 + \frac{Jc^2(1-\beta) + M(b^2 - \beta a^2)}{\beta(Jc^2 - Mab)} \alpha - \frac{1}{\beta} = 0. \quad (24)$$

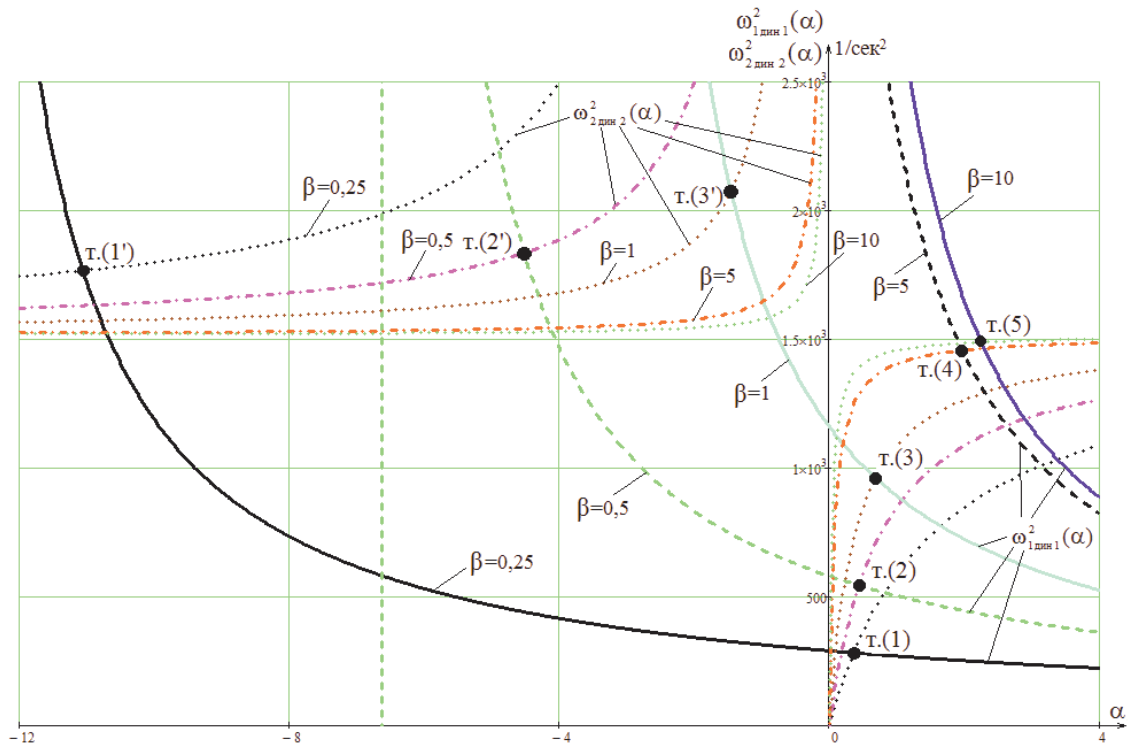
В свою очередь, преобразуем выражения для определения частот динамического гашения колебаний (15), (16) и запишем:

$$\omega_{1\text{дин}1}^2 = \frac{\beta k_1}{(Jc^2 + Mb^2) + \alpha \beta (Jc^2 - Mab)}, \quad (25)$$

$$\omega_{2\text{дин}2}^2 = \frac{\alpha \beta k_1}{(Jc^2 - Mab) + \alpha \beta (Jc^2 + Ma^2)}. \quad (26)$$

Для модельных расчетов приняты следующие параметры:  $M = 100$  кг;  $J = 50$  кг/м<sup>2</sup>;  $a = 0,4$ ;  $b = 0,6$ ;  $c = 1$ ;  $k_1 = 100\,000$  Н/м ( $\beta$  изменяется в пределах 0,25; 0,5; 1; 5; 10).

На рис. 3 приведены графики зависимостей (25), (26) от  $\alpha$  при различных значениях  $\beta$ .



**Рис. 3.** Графики зависимостей  $\omega_{1\text{дин}1}^2(\alpha)$ ,  $\omega_{2\text{дин}2}^2(\alpha)$  при различных значениях  $\beta$  (0,25; 0,5; 1; 5; 10) с точками пересечения (1), (1'), (2), (2'), (3), (3') и др.

2. На рис. 3 видно, что графики  $\omega_{1\text{дин}1}^2(\alpha)$ ,  $\omega_{2\text{дин}2}^2(\alpha)$  пересекаются в тт. (1) и (1') при значении  $\beta = 0,25$ . Соответственно, они пересекаются в тт. (2) и (2') при значении  $\beta = 0,5$ ; в тт. (3) и (3') при значении  $\beta = 1$  и т. д. При больших значениях  $\beta$  (5; 10) имеются пересечения в тт. (4), (4') и (5), (5'). При этом тт. (4') и (5') находятся в области отрицательных  $\alpha$ , которые приближаются к нулевым значениям  $\alpha$ . Что касается значений частот  $\omega_{1\text{дин}1}^2(\alpha)$ ,  $\omega_{2\text{дин}2}^2(\alpha)$ , то они в этом случае принимают большие значения, что выходит за границы верхней части рис. 3. При этом пересечения графиков  $\omega_{1\text{дин}1}^2(\alpha)$ ,  $\omega_{2\text{дин}2}^2(\alpha)$  с осью ординат не происходит, хотя частоты и принимают большие значения. Таким образом, в системе координат  $y_1, y_2$  при совместном действии двух внешних возмущений могут наблюдаться, при определенном наборе параметров системы, по два режима динамического гашения колебаний; каждый из режимов будет характеризоваться двумя значениями  $\alpha$  (положительным и отрицательным параметром  $\alpha$ ).

3. Взаимное расположение графиков  $\omega_{1\text{дин}1}^2(\alpha)$ ,  $\omega_{2\text{дин}2}^2(\alpha)$  дает представление о возможных динамических свойствах системы.

Во-первых, можно утверждать, что существуют такие условия, когда можно найти два значения  $\alpha$ , которые определяют значения частот, при которых происходит выполнение условия, когда  $\omega_{1\text{дин}1}^2 = \omega_{2\text{дин}2}^2$ . В общем случае, если найдено  $\alpha$ , то можно определить и частоты динамического гашения колебаний соответственно.

Так, для приведенных выше параметров модельной задачи, при  $\beta = 0,25$ , коэффициент  $\alpha = -11,054$ , частота

динамического гашения колебаний для т. (1') составит  $\omega_{1\text{дин}1}^2 = \omega_{2\text{дин}2}^2 = 1767 \text{ 1/сек}^2$ , а для т. (1) соответственно получим, что  $\omega_{1\text{дин}1}^2 = \omega_{2\text{дин}2}^2 = 283 \text{ 1/сек}^2$ , при этом  $\alpha = 0,362$ .

4. Существуют и критические значения  $\alpha$ . К примеру, если  $\alpha = 0$ , то система имеет одно возмущение и одну частоту динамического гашения колебаний, о чем выше упоминалось. Кроме того, если  $\alpha \rightarrow \infty$  или  $\alpha \rightarrow -\infty$ , то  $\omega_{1\text{дин}1}^2(\alpha) \rightarrow 0$  (по координате  $\bar{y}_1$ ). В свою очередь, по координате  $\bar{y}_2$  при  $\alpha \rightarrow \infty$  или  $\alpha \rightarrow -\infty$  имеем, что  $\omega_{2\text{дин}2}^2(\alpha) \rightarrow \frac{k_1}{Jc^2 + Ma^2}$ , т. е. существует один и тот же предел значений для частот динамического гашения колебаний.

5. При построении частотной диаграммы отметим, что частоты  $\omega_{1\text{соб}}^2$ ,  $\omega_{2\text{соб}}^2$  не зависят от значения  $\alpha$  и определяются из решения характеристического частотного уравнения:

$$[(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1] \cdot [(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2] - [(Jc^2 - Mab)p^2]^2 = 0 \quad (27)$$

Парциальные частоты системы также не зависят от значения  $\alpha$  и определяются следующими выражениями:

$$n_1^2 = \frac{k_1}{Ma^2 + Jc^2}, \quad (28) \quad n_2^2 = \frac{k_2}{Mb^2 + Jc^2}, \quad (29)$$

На рис. 4 приводится частотная диаграмма системы с данными о частотах собственных колебаний и парциальных частотах (они не зависят от  $\alpha$  и представлены параллельными линиями).

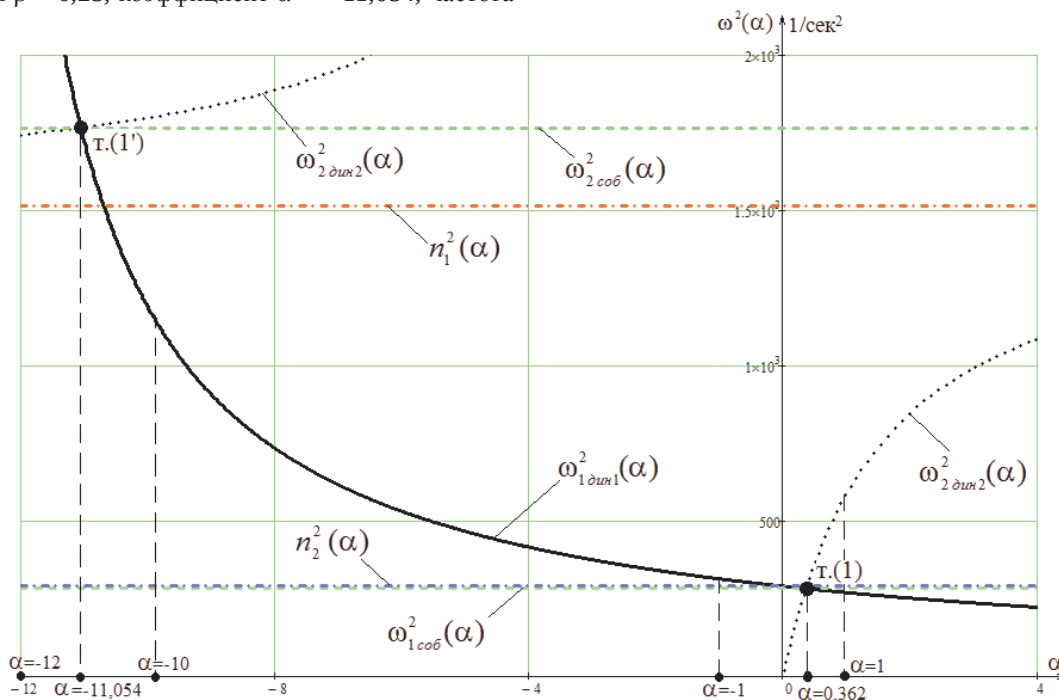


Рис. 4. Частотная диаграмма механической системы при  $\beta = 0,25$  и нулевых значениях параметров устройств для преобразования движения  $L_1, L_2$

Частотная диаграмма системы построена, в качестве примера, при  $\beta = 0,25$ ; графики  $n_1^2(\alpha)$ ,  $n_2^2(\alpha)$  выделены штрихпунктирными линиями (·-·-·). Частоты собственных колебаний обозначены штриховыми линиями (---). Кроме вышеупомянутых графиков, на рис. 4 обозначены сплошной линией (—) зависимости  $\omega_{\text{дин}}^2(\alpha)$  и точечной линией (....) —  $\omega_{2\text{дин}}^2(\alpha)$ , определяемые выражениями (15) и (16) соответственно.

6. В тт. (1) и (1') на рис. 4 одновременно пересекаются графики  $\omega_{\text{дин}}^2(\alpha)$  и  $\omega_{2\text{дин}}^2(\alpha)$ , что соответствует случаю одновременного динамического гашения колебаний по двум координатам. В обеих точках характерным является то обстоятельство, что наблюдается одновременное совпадение с частотой собственных колебаний системы  $\omega_{1\text{соб}}^2$  и  $\omega_{2\text{соб}}^2$ . При этом происходит упрощение исходной передаточной функции за счет сокращения числителя с фрагментом частотного характеристического уравнения [9].

Таким образом, при параметрах системы, когда выполняется условие совпадения частот динамического гашения колебаний  $\omega_{1\text{дин}1}^2 = \omega_{2\text{дин}2}^2$ , возникает специфический эффект, при котором на этих частотах координаты  $y_1$  и  $y_2$  не «зануляются», а параметры движения определяются из упрощенной передаточной функции, соответствующей упрощенной системе с одной степенью свободы.

IV. Особенности амплитудно-частотных характеристик в характерных точках частотной диаграммы. Взаимное расположение графиков частот предопределяет возможные динамические свойства системы, которые отображаются амплитудно-частотными характеристиками (АЧХ).

Для построения АЧХ, соответствующих частотной диаграмме на рис. 4, выбраны две группы точек. Одна расположена в окрестностях т. (1'). Для самой т. (1') коэффициент связности  $\alpha = -11,054$ , тогда как для соседних точек выбраны значения  $\alpha = -12$  и  $\alpha = -10$ . Каждой из этих точек соответствует своя АЧХ, что представлено на рис. 5. В семействе АЧХ, как показано на рис. 5, одна характеристика соответствует  $\alpha$  для характерной т. (1'), а другие находятся в непосредственной близости. На рис. 5 сплошной линией (—) обозначен график зависимости  $\frac{\bar{y}_1}{z}(\omega)$ , точечной линией (....) —  $\frac{\bar{y}_2}{z}(\omega)$ .

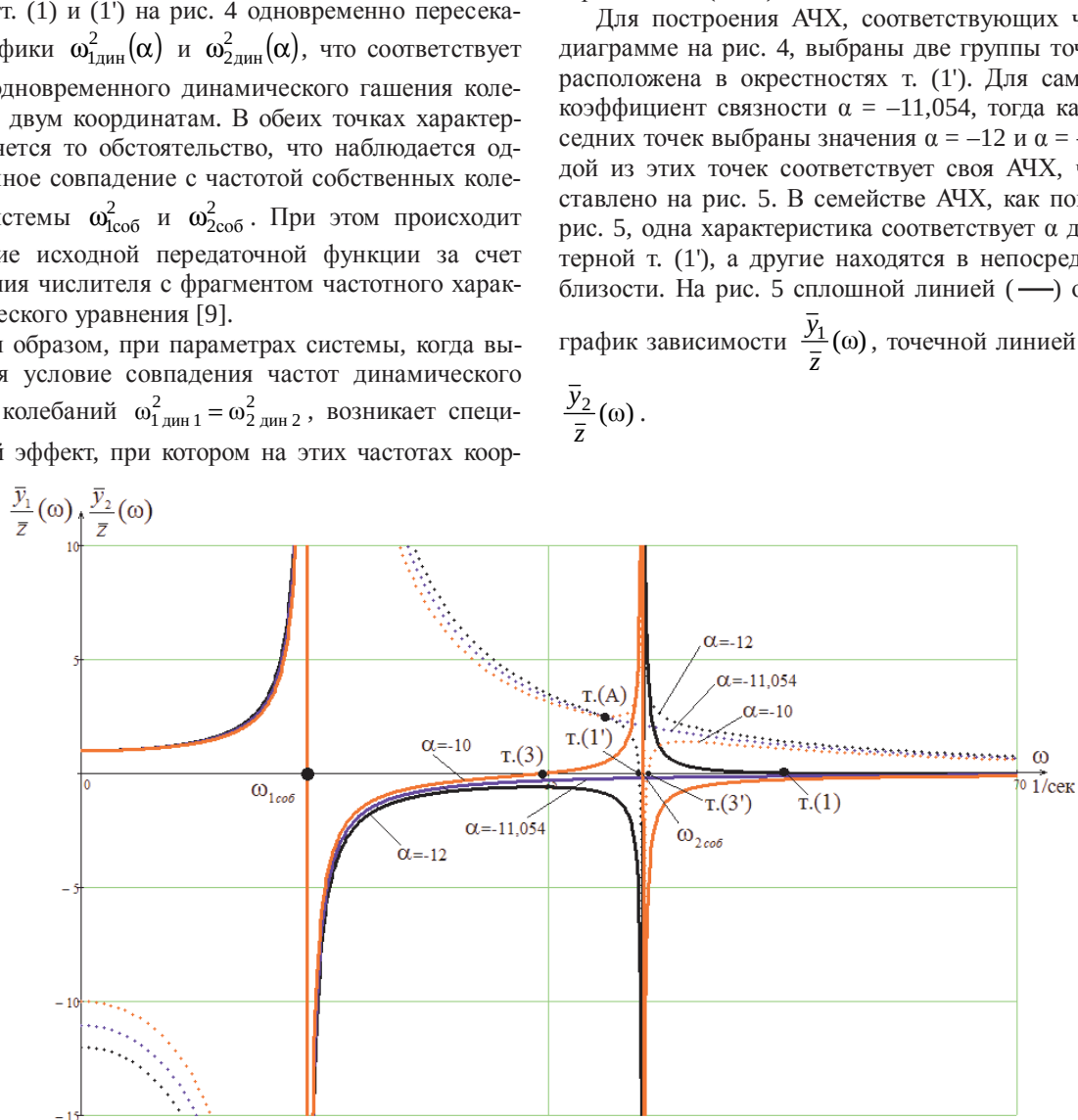
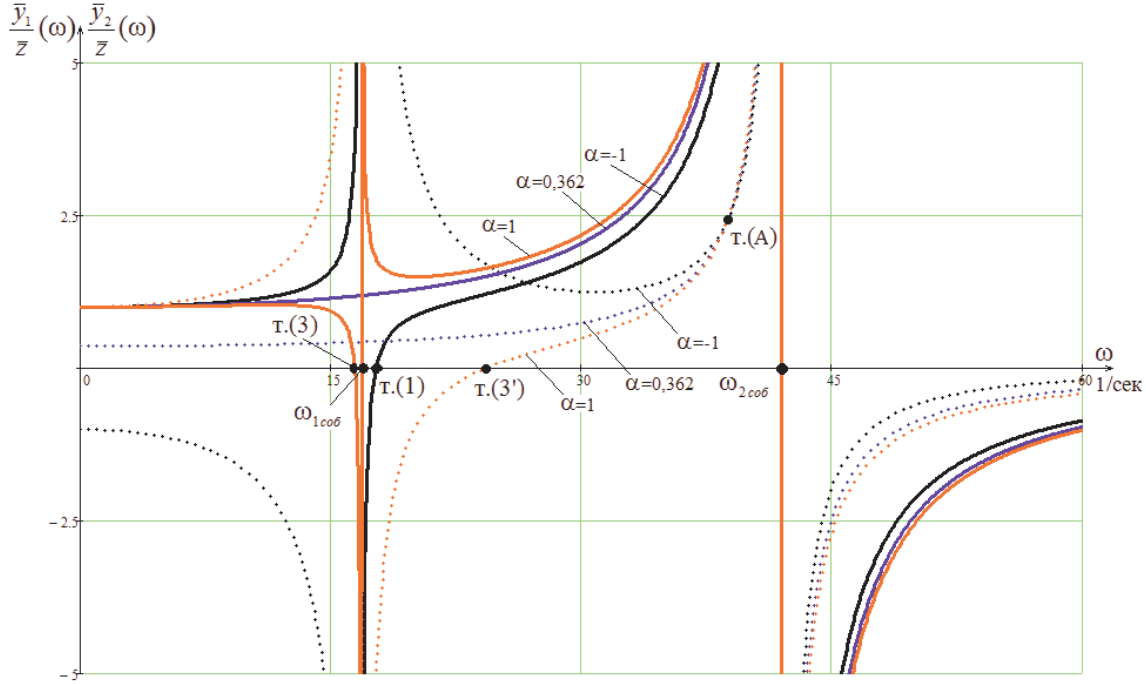


Рис. 5. Семейство АЧХ системы при  $\beta = 0,25$

1. При  $\alpha = -12$  для каждой координаты  $y_1$  и  $y_2$  существует только одна частота динамического гашения колебаний (точек одновременного пересечения оси абсцисс в т. (1) и т. (1') не имеется). В случае  $\alpha = -11,054$  система упрощается и теряет одну степень свободы, т. е. становится системой с одной степенью свободы. При  $\alpha = -10$  каждая координата  $y_1$  и  $y_2$  имеет только одну частоту динамического гашения колебаний (точки одновременного пересечения оси абсцисс в т. (3) и т. (3') не имеется). Кроме того, имеется т. (А), через

которую проходят графики  $\frac{\bar{y}_2}{z}(\omega)$  при всех заданных значениях  $\alpha$ , что связано с линейной зависимостью числителя передаточной функции от  $\alpha$ . Из рис. 5 следует, что выбор значений  $\alpha$  имеет существенное влияние на вид АЧХ и формирование возникающих в системе динамических эффектов.

2. Кроме того, на рис. 6 построены графики АЧХ при значениях  $\alpha = -1$ ;  $\alpha = 0,362$ ;  $\alpha = 1$  (в данном случае в т. (1) по рис. 4 соответственно  $\alpha = 0,362$ ).



**Рис. 6.** Семейство АЧХ системы при  $\beta = 0,25$  при выборе точек, группирующихся относительно т. (1) по рис. 4. Обозначения  $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega)$ ,  $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega)$  те же, что и на рис. 5

На рис. 6, т. (1), показано пересечение оси абсцисс графика  $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega)$  при  $\alpha = -1$ , что для координаты  $y_1$  определяет только одну частоту динамического гашения колебаний. Соответственно, при  $\alpha = 1$  каждый график  $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega)$  и  $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega)$  пересекает ось абсцисс в тт. (3) и (3'); показано, что существует только одна частота динамического гашения колебаний. В случае, когда  $\alpha = 0,362$ , система превращается в систему с одной степенью свободы. Такая ситуация связана с возможностями представления характеристического уравнения как произведения двух полиномов 2-го порядка [9].

**Влияние устройств для преобразования движения.** При введении в структурную математическую модель устройств для преобразования движения ( $L_1 \neq 0$ ,  $L_2 \neq 0$ ) изменяются свойства парциальных блоков; парциальные частоты в данном случае будут определяться выражениями:

$$n_{1np}^2 = \frac{k_1}{Ma^2 + Jc^2 + L_1}, \quad (30)$$

$$n_{2np}^2 = \frac{k_2}{Mb^2 + Jc^2 + L_2}. \quad (31)$$

Межпарциальные связи в системе при этом не изменяются. Передаточные функции системы, если учесть, что  $\bar{z}_1 = \bar{z}$ ,  $\bar{z}_2 = \alpha\bar{z}$ , принимают вид:

$$W_1^*(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{(L_1 p^2 + k_1)(Mb^2 + Jc^2 + L_2)p^2 + k_2 + \alpha(L_2 p^2 + k_2)(Jc^2 - Mab)p^2}{A_1(p)}, \quad (32)$$

$$W_2^*(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}} = \frac{\alpha(L_2 p^2 + k_2)[(Ma^2 + Jc^2 + L_1)p^2 + k_1] + (L_1 p^2 + k_1)(Jc^2 - Mab)p^2}{A_1(p)}, \quad (33)$$

где:

$$A_1(p) = [(Ma^2 + Jc^2 + L_1)p^2 + k_1] \times [(Mb^2 + Jc^2 + L_2)p^2 + k_2] - [(Jc^2 - Mab)p^2]^2 \quad (34)$$

— является характеристическим частотным уравнением.

Из выражений (32), (33) следует, что система при введении устройств для преобразования движения (УПД) будет обладать более широким спектром динамических свойств и возможностей для изменения динамических состояний исходной системы.

1. Полагая, что числитель передаточной функции (32) при частоте динамического гашения принимает нулевое значение, для определения частот динамического гашения колебаний используем биквадратное уравнение для оценки частот динамического гашения колебаний по координате  $\bar{y}_1$ :

$$p^4[L_1(Mb^2 + Jc^2 + L_2) + \alpha L_2(Jc^2 - Mab)] + p^2[k_1(Mb^2 + Jc^2 + L_2) + \alpha k_2(Jc^2 - Mab) + L_1 k_2] + k_1 k_2 = 0. \quad (35)$$

Соответственно, для координаты  $\bar{y}_2$  получим:

$$p^4[\alpha L_2(Ma^2 + Jc^2 + L_1) + L_1(Jc^2 - Mab)] + p^2[\alpha k_2(Ma^2 + Jc^2 + L_1) + k_1(Jc^2 - Mab) + \alpha L_2 k_1] + \alpha k_1 k_2 = 0. \quad (36)$$



Из выражений (35), (36) следует, что для каждого значения коэффициента связности  $\alpha$  по каждой из координат  $\bar{y}_1$ ,  $\bar{y}_2$  будет возникать возможность, в общем случае, реализации двух режимов динамического гашения колебаний.

Подобного рода динамические эффекты представляют собой особый случай, требующий своего рассмотрения. Отметим, что в проведенном выше исследовании ( $L_1 = 0$ ,  $L_2 = 0$ ), при совместном одновременном действии двух внешних возмущений, также проявлялись возможности возникновения новых динамических эффектов. В частности, было отмечено, что без введения УПД можно ожидать появления режимов динамического гашения колебаний по каждой из координат  $\bar{y}_1$  и  $\bar{y}_2$ . В рассматриваемом случае по каждой из координат в системе с двумя степенями свободы могут появляться по два режима динамического гашения колебаний. В этом случае можно утверждать, что передаточные функции системы при кинематическом возмущении и введении УПД будут иметь одинаковый порядок полиномов и в числителе, и в знаменателе.

2. Для изучения особенностей динамических свойств систем может быть использована частотная диаграмма. Технология построения частотных диаграмм достаточно подробно рассмотрена в предыдущих разделах данной статьи.

Отметим, что парциальные частоты и частоты собственных колебаний не зависят от коэффициента связности, хотя  $L_1 \neq 0$ ,  $L_2 \neq 0$ .

На рис. 7 приведены графики собственных частот  $\omega_{1\text{соб}}^2(\alpha)$ ,  $\omega_{2\text{соб}}^2(\alpha)$ , которые определяются через частотное характеристическое уравнение (34), что обозначено на рис. 7 точечными линиями (....). Графики парциальных частот  $n_1^2(\alpha)$ ,  $n_2^2(\alpha)$  на рис. 7 представлены штрихпунктирными линиями (.-.-.). Кроме вышеупомянутых графиков, на рис. 7 обозначены сплошной линией (—) зависимости  $\omega_{1\text{дин}1}^2(\alpha)$  и штриховой линией (---) — зависимости  $\omega_{2\text{дин}2}^2(\alpha)$ , определяемые выражениями (35) и (36) соответственно.

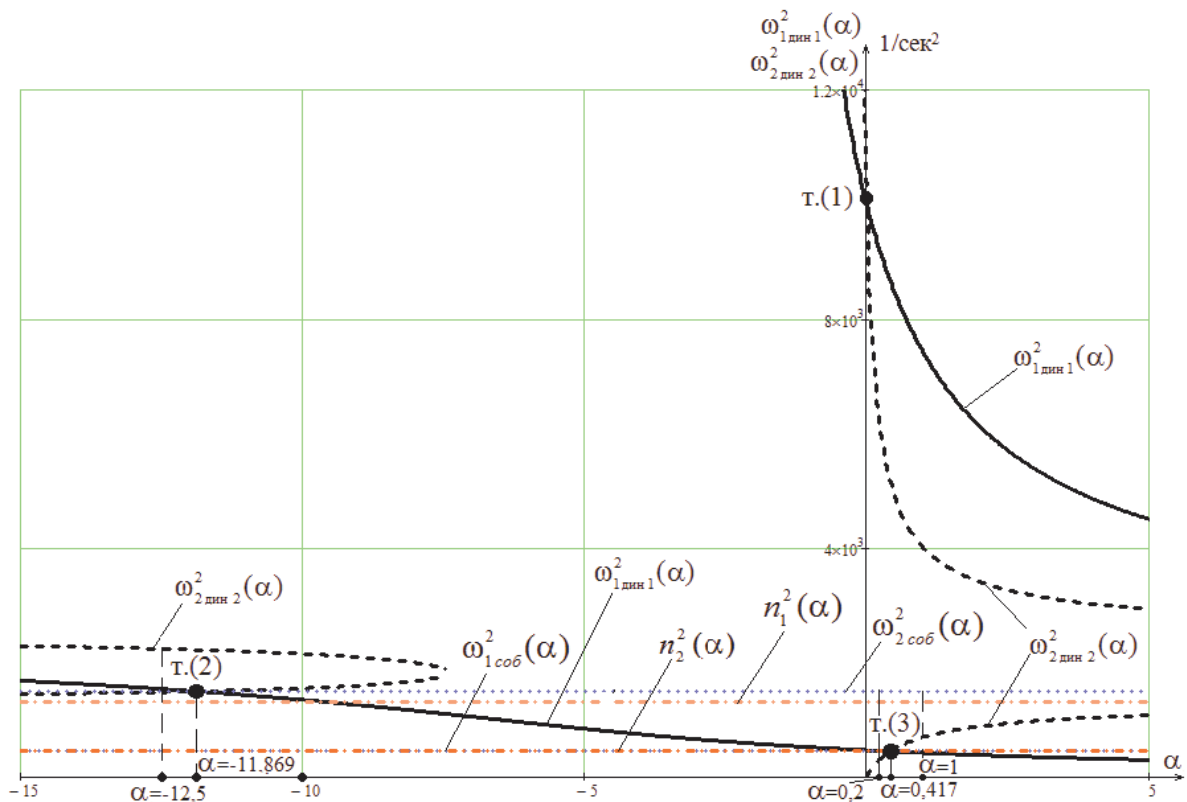


Рис. 7. Частотная диаграмма системы при  $L_1 = 10 \text{ кг}$ ,  $L_2 = 20 \text{ кг}$ ,  $\beta = 0,5$

В тт. (1), (2) и (3) на рис. 7 одновременно пересекаются два графика  $\omega_{1\text{дин}1}^2(\alpha)$  и  $\omega_{2\text{дин}2}^2(\alpha)$ , что соответствует случаю одновременного динамического гашения колебаний по двум координатам. В тт. (1), (2) характерным является то обстоятельство, что происходит это при одновременном совпадении с частотами собственных колебаний системы  $\omega_{1\text{соб}}^2$  и  $\omega_{2\text{соб}}^2$ .

3. Графики АЧХ в т. (1) при значении  $\alpha = 0$  отражают возможности одновременного динамического гашения колебаний по координатам  $\bar{y}_1$ ,  $\bar{y}_2$  или обнуления координат  $\bar{y}_1$ ,  $\bar{y}_2$ . Амплитудно-частотные характеристики системы для данного случая приведены на рис. 8.



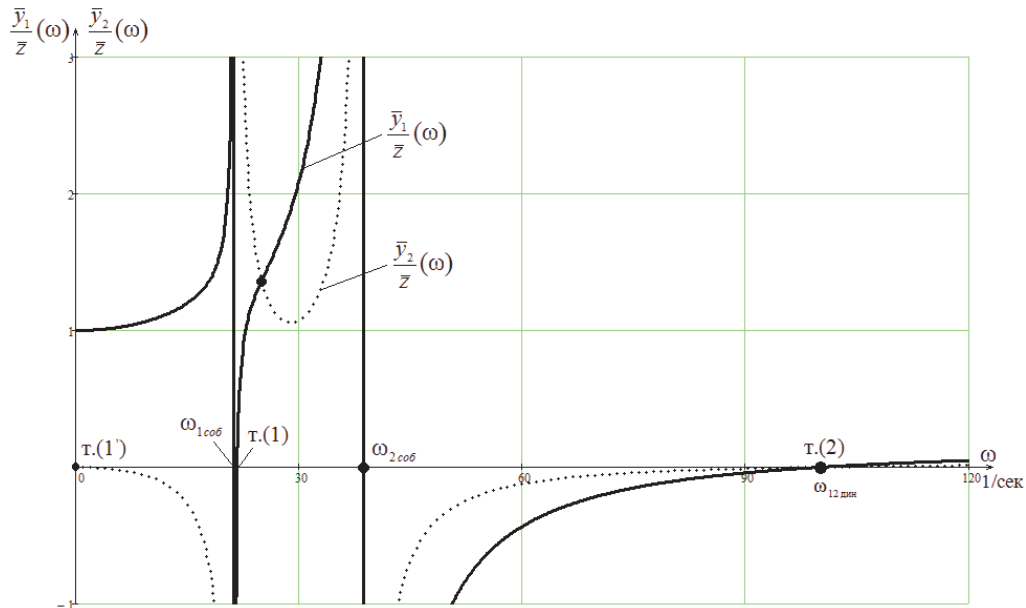


Рис. 8. Семейство АЧХ системы в т. (1) по рис. 7 при  $\alpha = 0$

Каждая из АЧХ  $\frac{\bar{y}_1}{z}(\omega)$  и  $\frac{\bar{y}_2}{z}(\omega)$  имеет в общем случае по две частоты динамического гашения колебаний (соответственно тт. (1), (2) по координате  $y_1$  и тт. (1'), (2) по координате  $y_2$ ). Одновременное динамическое гашение по двум координатам происходит только на частоте  $\omega_{12дин}$  (т. (2) на оси абсцисс).

4. Построим графики амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) при параметрах, соответствующих значениям  $\alpha = -12,5$ ;  $\alpha = -11,869$ ;  $\alpha = -10$  (в этом случае в т. (2) на рис. 7 соответственно  $\alpha = -11,869$ ), как показано на рис. 9.

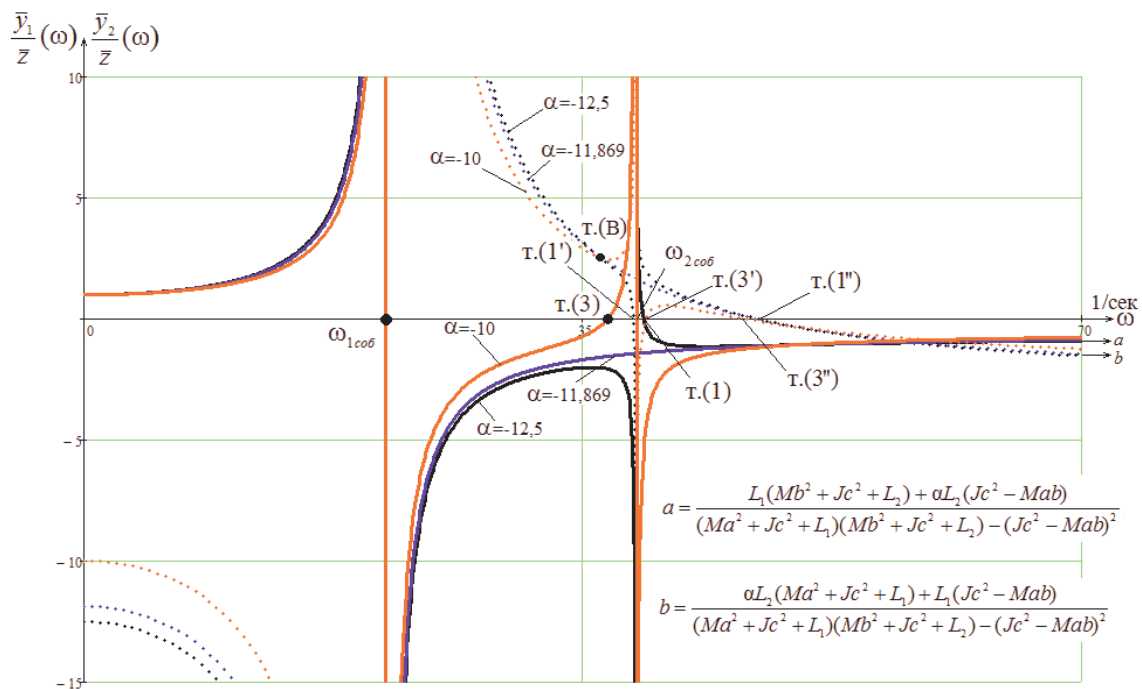


Рис. 9. Семейство АЧХ системы при  $L_1 = 10$  кг,  $L_2 = 20$  кг,  $\beta = 0,5$ ; при выборе точек, группирующихся

относительно т. (2) по рис. 7. График  $\frac{\bar{y}_1}{z}(\omega)$  обозначен сплошной линией (—),  $\frac{\bar{y}_2}{z}(\omega)$  — точечной линией (...)

На рис. 9, при  $\alpha = -12,5$  и  $\alpha = -10$ , для координаты  $y_1$  существует только одна частота динамического гашения колебаний (т. (1) и т. (3) соответственно); для координаты  $y_2$  существуют две частоты динамического гашения колебаний (т. (1') и т. (1'') для  $\alpha = -12,5$  и также

т. (3') и т. (3'') для  $\alpha = -10$ ). В случае, когда  $\alpha = -11,869$ , система упрощается и теряет одну степень свободы. Кроме того, имеется т. (В), через которую проходят графики  $\frac{\bar{y}_2}{z}(\omega)$  при всех заданных значениях  $\alpha$ . При

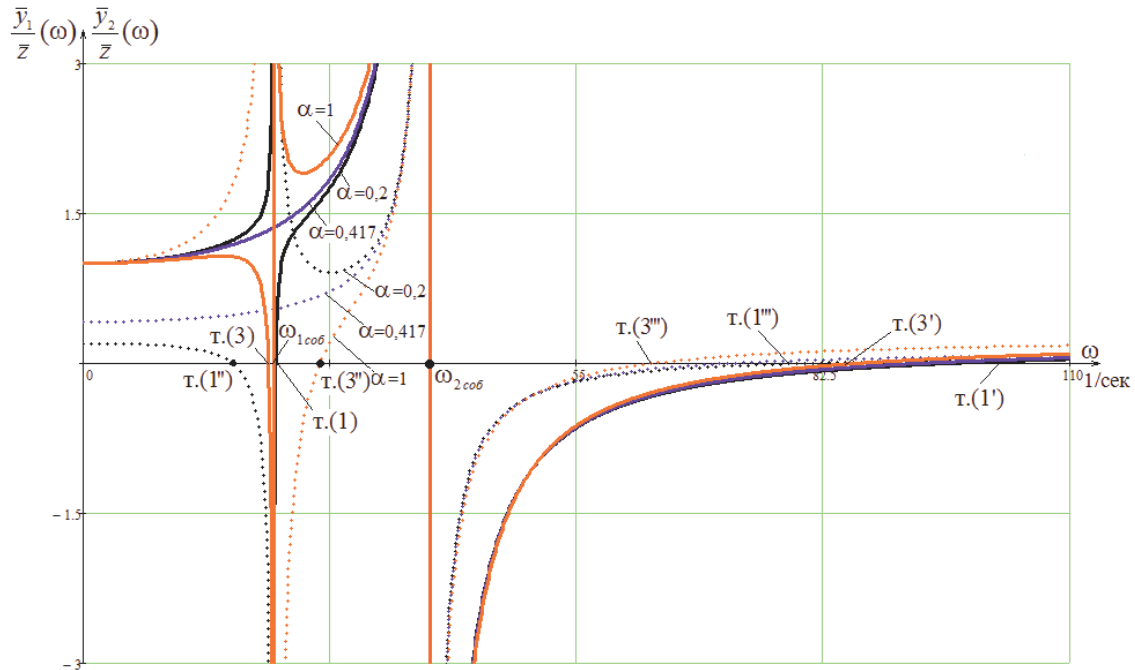
$\omega \rightarrow \infty$  зависимость  $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega)$  стремится к пределу

$$a = \frac{L_1(Mb^2 + Jc^2 + L_2) + \alpha L_2(Jc^2 - Mab)}{(Ma^2 + Jc^2 + L_1)(Mb^2 + Jc^2 + L_2) - (Jc^2 - Mab)^2};$$

зависимость  $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega)$  также стремится к пределу

$$b = \frac{\alpha L_2(Ma^2 + Jc^2 + L_1) + L_1(Jc^2 - Mab)}{(Ma^2 + Jc^2 + L_1)(Mb^2 + Jc^2 + L_2) - (Jc^2 - Mab)^2}.$$

5. Для расширения базы сравнительного сопоставления построим графики амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) при соответствующих значениях  $\alpha = 0,2$ ;  $\alpha = 0,417$ ;  $\alpha = 1$  (в данном случае для т. (3) по рис. 7 соответственно  $\alpha = 0,362$ ), как показано на рис. 10.



**Рис. 10.** Семейство АЧХ системы при  $L_1 = 10$  кг,  $L_2 = 20$  кг,  $\beta = 0,5$ , при выборе точек, группирующихся относительно т. (3) по рис. 7. График  $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega)$  обозначен сплошной линией (—),  $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega)$  — точечной линией (....)

На рис. 10 для каждой координаты  $y_1$  и  $y_2$  существуют две частоты динамического гашения колебаний (для координаты  $y_1$  — тт. (1), (1') при  $\alpha = 0,2$  и тт. (3), (3') при  $\alpha = 1$ ; для координаты  $y_2$  — тт. (1''), (1''') при  $\alpha = 0,2$  и тт. (3''), (3''') при  $\alpha = 1$  соответственно). В случае, когда  $\alpha = 0,417$ , система превращается в систему с одной степенью свободы.

### Заключение

1. Особое внимание при формировании расчетных схем технических объектов должно обращаться на установку внешних сил и учет их особенностей. По существу, составление расчетной схемы является первым этапом формирования упрощенных представлений об исследуемом объекте, который выделяется из более сложной структуры с соответствующими эквивалентными заменами динамических взаимодействий некоторой системой внешних сил, рассматриваемых в предположениях об их автономном действии.

2. Детализация представлений о связности действия сил может рассматриваться как попытка учета более сложных форм воздействия со стороны внешнего окружения на внутреннее состояние системы. В этом плане представляет интерес использование частотных диаграмм, отражающих зависимости определенных частотных форм от настроечных параметров. Во мно-

гих случаях предполагается, что частотное характеристическое уравнение является инвариантом, в том числе, что частоты собственных колебаний, как правило, остаются неизменными при различных преобразованиях координат.

3. Частотная диаграмма механической колебательной системы дает представление о распределении частот различных форм в зависимости от коэффициента связности внешних возмущений  $\alpha$ . Если этот параметр равен нулю, то распределение частот соответствует обычной системе с одним возмущающим фактором.

4. Использование частотной диаграммы связано с определением частот динамического гашения колебаний в обобщенном виде, когда необходимые условия определяются через «зануление» числителя передаточной функции. При изменении коэффициента связности в пределах  $-\infty < \alpha < \infty$  происходит дважды совпадение частот собственных колебаний и соответствующих частот динамического гашения колебаний. В результате упрощения передаточная функция трансформируется и отображает состояние, характерное для системы с одной степенью свободы. Таким образом, совпадение частот приводит к изменению структуры. В целом можно отметить, что графики зависимостей  $\omega_{1\text{дин}}^2(\alpha)$ ,

$\omega_{2\text{дин}2}^2(\alpha)$ , а также  $\omega_{1\text{соб}}^2(\alpha)$ ,  $\omega_{2\text{соб}}^2(\alpha)$  дважды пересекаются в одних и тех же точках.

5. Вместе с тем, остается возможность пересечения между собой графиков зависимостей  $\omega_{1\text{дин}1}^2(\alpha)$  и  $\omega_{2\text{дин}2}^2(\alpha)$ , что определяет частоты одновременного динамического гашения колебаний по двум координатам. Частоты динамического гашения колебаний, зависящие от коэффициента связности  $\alpha$ , могут пересекаться с графиками зависимостей парциальных частот, однако во многих случаях парциальные частоты не зависят от коэффициентов связности. Близость частот динамического гашения колебаний и частот собственных колебаний может рассматриваться как фактор, определяющий некоторый потенциал повышения уровня динамических взаимодействий (или динамических выбросов) при изменениях частот внешних возмущений. В этом смысле частотная диаграмма может служить своеобразным сценарием возможных направлений развития динамических взаимодействий элементов механической системы при изменениях частот внешних возмущений и их связности.

#### Литература

1. Павленко А.П. Динамика тяговых приводов магистральных локомотивов. М.: Машиностроение, 1991. 192 с.
2. Шантаренко С.Г. Критерии качества функционирования тяговых электродвигателей транспорта России // Современные научно-технические проблемы транспорта России. сб. материалов II Междунар. науч. конф. / Ульянов. гос. техн. ун-т. Ульяновск, 2002. С. 30-33.
3. Елисеев С.В., Кашуба В.Б., Николаев А.В., Выонг К.Ч. Некоторые возможности динамического гашения колебаний в системах с несколькими степенями свободы // Вестн. Брян. гос. техн. ун-та. 2017. № 1 (54). С. 290-301.
4. Елисеев С.В., Артюнин А.И., Выонг К.Ч. Кинематическое возмущение в механических колебательных системах: связность воздействий и ее влияние на динамические свойства // Вестн. СамГУПС. 2017. № 1 (35). С. 12-21.
5. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П., Засядко А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброза-

щиты и виброизоляции технических объектов. Иркутск: Изд-во ИГУ, 2008. 523 с.

6. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of vibration protection. Switzerland: Springer, 2016. 708 p.

7. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск: Наука, 2011. 384 с.

8. Елисеев С.В., Артюнин А.И. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем. Новосибирск: Наука, 2016. 459 с.

9. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т1. Линейные системы. М.: Физматлит, 2003. 288 с.

#### References

1. Pavlenko A.P. Dynamic of traction actuators of main locomotives. M.: Mashinostroenie, 1991. 192 p.
2. Shantarenko S.G. Criteria of quality of functioning traction electric motors of transport in Russia // Sovremennye nauchno-tekhnicheskie problemy transporta Rossii. sb. materialov II Mezhdunar. nauch. konf. / Ul'yan. gos. tekhn. un-t. Ul'yanovsk, 2002. P. 30-33.
3. Eliseev S.V., Kashuba V.B., Nikolaev A.V., Vyong K.Ch. Some possibilities of dynamical vibration damping in systems with several degrees of freedom // Bulletin BSTU. 2017. № 1 (54). P. 290-301.
4. Eliseev S.V., Artyunin A.I., Vyong K.Ch. Kinematical perturbation in the mechanical oscillating systems: connectivity impacts and its effect on the dynamic properties: svyaznost' vozddeystvii i ee vliyaniye na dinamicheskie svoystva // Vestn. SamGUPS. 2017. № 1 (35). P. 12-21.
5. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P., Zasyadko A.A. Dynamic synthesis in generalized problems of vibration protection and vibration isolation of technical objects. Irkutsk: Izd-vo IGU, 2008. 523 p.
6. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of vibration protection. Switzerland: Springer, 2016. 708 p.
7. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Mechatronic approaches in the dynamics of mechanical oscillation systems. Novosibirsk: Nauka, 2011. 384 p.
8. Eliseev S.V., Artyunin A.I. Applied theory of oscillations in problems of dynamics of linear mechanical systems. Novosibirsk: Nauka, 2016. 459 p.
9. Kim D.P. Theory of automatic control. Vol.1. Linear systems. M.: Fizmatlit, 2003. 288 p.

## Математические модели контактных взаимодействий на стадиях движения с отрывом

А.В. Елисеев<sup>1 а</sup>, А.И. Орленко<sup>2 б</sup>, И.С. Ситов<sup>3 с</sup>

<sup>1</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

<sup>2</sup>Красноярский институт железнодорожного транспорта (филиал ИрГУПС), ул. Ладо Кецховели 89, Красноярск, Россия

<sup>3</sup>Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>а</sup>eaavsh@ya.ru, <sup>б</sup>orlenko\_ai@krsk.irkups.ru, <sup>с</sup>sitov@yandex.ru

Статья поступила 9.10.2017, принята 10.11.2017

Целью предлагаемого исследования определена разработка теоретических основ динамики контактирующих элементов коллекторно-щеточного узла тягового двигателя электровоза. Существенной особенностью построения соответствующей математической модели является учет неудерживающих связей элементов контактирующей группы, предполагающих возможность возникновения зазора в условиях интенсивного динамического нагружения. Предметом изучения обозначены особенности влияния силовых факторов, действующих на щетку со стороны корпуса тягового двигателя и со стороны среды, в которой реализуется взаимодействие щетки и поверхности коллектора. Аналитический подход развивается на основе математического аппарата теории колебаний механических систем, элементы которых участвуют в сложных формах взаимодействий с возможными нарушениями контактов и возникновением периодических соударений. Предложен обобщенный подход к оценке взаимодействий, формируемых в процессе реализации неудерживающих связей. Разработаны принципы построения математической модели контактирования щетки с поверхностью коллектора на основе расширенной детализации фазовых состояний. Сформулированы условия и определены основные характеристики движения щетки с возможными отрывами от коллектора. Определены зависимости режимов нарушения контакта от динамических параметров движения поверхности коллектора. Развита обобщенная функция для оценки контактных взаимодействий. Разработка математической модели ведется на основе учета неудерживающих связей, с помощью обобщенной функции зазора. Использование данной функции в критериальном пространстве форм движений позволяет охарактеризовать динамику взаимодействий элементов коллекторно-щеточного узла при расширенных представлениях о вариантах внешних воздействий. Представлены аналитические выражения характеристик процессов контактирования; приводятся результаты вычислительных экспериментов. Научная концепция динамического взаимодействия элементов коллекторно-щеточного узла построена на математических моделях, для которых предполагается возможным определение закономерностей движения контактной поверхности.

**Ключевые слова:** механическая система; неудерживающие связи; функция зазора; вибрационное взаимодействие; коллекторно-щеточный узел; тяговый двигатель электровоза.

## Mathematical models of contact interactions on the stages of motion with a gap

A.V. Eliseev<sup>1 а</sup>, A.I. Orlenko<sup>2 б</sup>, I.S. Sitov<sup>3 с</sup>

<sup>1</sup>Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevskiy St., Irkutsk, Russia

<sup>2</sup>Krasnoyarsk Institute of Railway Transport, Branch of Irkutsk State Transport University; 89, Lado Ketskhoveri St., Krasnoyarsk, Russia

<sup>3</sup>Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>а</sup>eaavsh@ya.ru, <sup>б</sup>orlenko\_ai@krsk.irkups.ru, <sup>с</sup>sitov@yandex.ru

Received 9.10.2017, accepted 10.11.2017

The aim of the proposed study is to develop the theoretical foundations of the dynamics of the contacting elements of the collector-brush assembly of the electric locomotive traction motor. An essential feature of the construction of the corresponding mathematical model is the consideration of non-restraining bonds of the elements of the contacting group, suggesting the possibility of the appearance of a gap in conditions of intense dynamic loading. The subject of the study indicates the features of the influence of the force factors acting on the brush on the side of the traction motor body and on the side of the medium in which the interaction of the brush and the collector surface is realized. The analytical approach is developed on the basis of the mathematical apparatus of the theory of oscillations of mechanical systems, the elements of which participate in complex forms of interactions with possible violations of contacts and the occurrence of periodic collisions. A generalized approach to the evaluation of interactions formed in the process of realizing non-sustaining links is proposed. The principles of constructing a mathematical model for contacting the brush with the collector surface are developed on the basis of extended phase state detailing. The conditions are formulated and the main characteristics of brush motion with possible separation from the collector are determined. The dependences of the contact violation modes on the dynamic parameters of the collector surface motion are determined. A generalized approach to the evaluation of contact interactions is developed. The ma-

*thematical model is developed on the basis of accounting for non-retentive relationships using the generalized gap function. The use of this function in the criterial space of the forms of movements makes it possible to characterize the dynamics of interactions of the elements of the collector-brush assembly with extended representations of the variants of external influences. Analytical expressions of characteristics of contacting processes are presented; the results of computational experiments are given. The scientific concept of the dynamic interaction of the elements of the collector-brush assembly is based on mathematical models for which it is supposed possible to determine the regularities of motion of the contact surface.*

**Keywords:** mechanical system; non-maintaining links; gap function; vibrational interaction; collector-brush assembly; traction motor of an electric locomotive.

### Введение

Контактное взаимодействие твердых тел или рабочих сред с вибрирующими поверхностями разнообразно по своим формам и широко используется для динамических процессов, реализуемых различными машинами [1–5]. Особенности взаимодействия рабочих сред с исполнительными органами технологических вибрационных машин достаточно широко известны и нашли отражение в работах [6–8].

Большое значение для обеспечения надежности эксплуатации железнодорожного транспорта имеют вопросы контроля, оценки и управления динамическими состояниями контактирующих тел при учете неудерживающих связей.

В этом отношении представляют значительный интерес особенности динамических взаимодействий, характерных для работы коллекторно-щеточных узлов тяговых двигателей электровозов (ТЭД), которые работают в условиях возможных нарушений контакта, отрывов и создания режимов с непрерывным виброударным движением. Подобного рода динамические эффекты встречаются и в других практических реализациях технологических процессов, связанных с движением рабочих тел по неровной поверхности, вибрационным транспортированием, вибросепарацией и др. [6, 9–11].

Динамика коллекторно-щеточных узлов (КЩУ) представляет собой достаточно сложную задачу, в которой взаимодействующие элементы совершают сложные движения, определяемые параметрами движения транспортных средств [11].

Характерные особенности динамики КЩУ рассматривались в работах отечественных ученых, что представлено в ряде публикаций [12–15]. Вместе с тем, в проведенных исследованиях и разработках неудерживающий характер связи еще не получил должной степени детализации представлений, связанных с необходимостью учета различного рода дополнительных возмущающих факторов, реализующихся в виде дополнительных внешних сил, в том числе инерционных, отражающих возможности влияния внешних вибраций самого двигателя.

В предлагаемой статье развивается метод построения математических моделей особенностей контактирования твердого тела на вибрирующей поверхности с неудерживающими связями с учетом конструктивно-технических особенностей тяговых двигателей транспортных машин.

**Основные положения. Постановка задачи исследования.** Сложное взаимодействие щетки с поверхностью коллектора может быть, при учете ряда допущений, сведено к взаимодействию материальной частицы с вибрирующей поверхностью [8, 16–20]. В свою оче-

редь, процесс взаимодействия щетки и коллектора, отражающий возможность нарушения неудерживающей связи, может быть составлен из фаз контакта и отрыва. Авторами предлагается детализированная периодизация фаз, отражающая особенности динамического взаимодействия щетки. Для детализации фазовых взаимодействий учитывается контактная реакция, а именно, граничной фазой контактирования щетки с коллектором называется состояние взаимодействия с нулевой контактной реакцией. Состояние контакта с положительной контактной реакцией называется фазой пролеживания. Если состояние контакта нарушено, то под фазой отрыва, или фазой свободного движения, понимается движение щетки с положительным зазором — расстоянием между щеткой и поверхностью коллектора. Фазой восстановления считается момент контакта после свободного движения в предположении, что реализуется неупругий удар, и щетка мгновенно принимает скорость поверхности.

Полагается, что поверхность совершает гармонические колебания  $H(t) = A \sin \omega t$  с некоторой  $A$  амплитудой и частотой  $\omega$ . В зависимости от амплитуды и частоты щетка может совершать движение с учетом набора детализированных фазовых состояний.

На рис. 1 представлены фаза свободного движения (с) и состояние контакта (а), отражающее фазы пролеживания и граничного состояния.

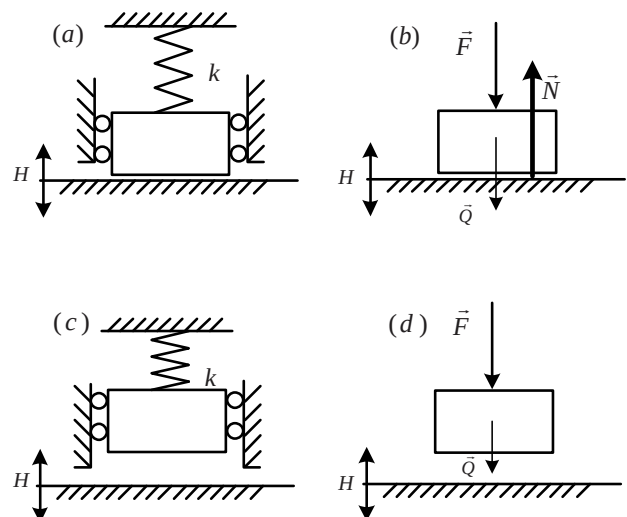


Рис. 1. Фазы взаимодействия щетки с коллектором. Фаза контакта: а — принципиальная схема, б — расчетная схема; фаза свободного движения: с — принципиальная схема, д — расчетная схема

Учет силовых факторов, действующих на щетку со стороны прижимного устройства, и силовых факторов,



отражающих особенности среды, в которой реализуется движение щетки, а также сил, вызванных движением корпуса ТЭД, отражается введением дополнительной силы  $F$ , в общем случае имеющей сложную зависимость от положения щетки и состояния среды.

Задача исследования заключается в определении особенностей форм движения для различных амплитудно-частотных параметров в зависимости от дополнительной силы  $F$ .

**Математическая модель взаимодействия щетки с коллектором.** Для построения математической модели, учитывающей дополнительные силы, вначале строится модель с учетом только гравитационных сил, действующих на щетку, совершающую движения в вертикальном направлении.

1. Гравитационная модель движения щетки в процессе взаимодействия с поверхностью коллектора строится на основе обобщенной функции зазора, представляющей собой разницу между всевозможными формами движения щетки в свободном движении после принудительного контакта с коллектором в произвольный момент времени  $t_0$  [20]. Обобщенная форма  $X_H$  движения щетки после принудительного контакта, определяемого условиями равенства положений и скоростей щетки и поверхности коллектора в момент времени  $t_0$ , может быть найдена из системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 X_H(t, t_0)}{\partial t^2} = -g, t \geq t_0 \\ \left. \frac{\partial X_H(t, t_0)}{\partial t} \right|_{t=t_0} = \omega A \cos(\omega t_0), \\ X_H(t, t_0)|_{t=t_0} = A \sin(\omega t_0), \end{cases} \quad (1)$$

где  $A$ ,  $\omega$  — амплитуда и частота колебания поверхности;  $t_0$  — момент времени принудительного контакта щетки и коллектора;  $X_H$  — обобщенная форма движения щетки (представляет собой семейство форм движений, определяемых всевозможными динамическими состояниями поверхности коллектора).

Сравнение обобщенной формы движения щетки с формой движения поверхности позволяет определить момент возникновения зазора и построить форму свободного движения щетки в фазе отрыва от поверхности коллектора.

2. Обобщением понятия зазора на случай всевозможных форм движения щетки служит обобщенная функция зазора вида [8; 20]:

$$R_H(t, t_0) = X_H(t, t_0) - H(t), \quad (2)$$

где  $X_H(t, t_0)$  — обобщенная форма свободного движения щетки;  $H(t)$  — форма движения поверхности коллектора.

Точка отрыва  $t_0$ , в которой происходит смена фазы контакта на фазу свободного движения, может быть определена на основе дифференциального критерия отрыва [8, 20]. Для гармонической формы движения

поверхности коллектора возможны два принципиально различных варианта отрыва щетки, отличающихся последовательностью фазовых состояний. В случае, когда щетка из фазы пролеживания переходит в критическую фазу с нулевой контактной реакцией, а затем отрывается от поверхности, момент отрыва находится из системы условий:

$$\begin{cases} R_H(t, t_0)|_{t=t_0} = 0, \\ \dot{R}_H(t, t_0)|_{t=t_0} = 0, \\ \ddot{R}_H(t, t_0)|_{t=t_0} = 0, \\ \ddot{R}_H(t, t_0)|_{t=t_0} > 0. \end{cases} \quad (3)$$

В случае же, когда щетка, оказавшись после падения на поверхности и приняв скорость движения поверхности, вынуждена оторваться в тот же момент, исключая фазу пролеживания, момент отрыва определяется из условий:

$$\begin{cases} R_H(t, t_0)|_{t=t_0} = 0, \\ \dot{R}_H(t, t_0)|_{t=t_0} = 0, \\ \ddot{R}_H(t, t_0)|_{t=t_0} > 0. \end{cases} \quad (4)$$

Точка отрыва, для которой третья производная от функции зазора положительна, может быть условно названа точкой отрыва 3-го порядка, если же положительна вторая производная от функции зазора — точкой отрыва 2-го порядка.

В работе [8] показано, что учет возможности реализации отрыва с заданным порядком создает предпосылки формирования динамических особенностей режимов периодического контактирования щетки с поверхностью коллектора.

3. Существенным фактором формирования режимов движения щетки с отрывом служит учет дополнительных сил, действующих в направлении сил тяжести или направлении, противоположном силам тяжести.

В табл. 1 представлены основные характеристики отрыва 3-го порядка для модели с учетом дополнительной силы  $\vec{F}$ . В аналитических выражениях используется модуль  $f$  дополнительной силы  $\vec{F}$ . Если сила  $\vec{F}$  сонаправлена с силой тяжести, то используется знак «+», если противоположна силе тяжести — знак «-».

Основной интерес в рамках задачи исследования динамики элементов коллекторно-щеточного узла в зависимости от дополнительных сил представляют такие параметры, как величина и длительность нарушения контакта между щеткой и поверхностью коллектора.

**Чувствительность длительности подлета к массе щетки для режима движения с отрывом.** Для исследования характеристик процесса подбрасывания щетки в зависимости от ее массы  $m$  и дополнительной силы  $F$  можно определить соответствующие производные момента времени отрыва, высоты и длительности подлета



щетки от необходимых параметров. Знаки полученных производных позволяют оценить характер изменения исследуемых характеристик для щеток с различными

массами и щеток, на которые действуют различные силы.

Таблица 1

Основные показатели режима подбрасывания  
с отрывом в точке 3-го порядка с учетом дополнительной силы  $F$

| Характеристика                                   | Аналитическое выражение                                                                                       |
|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Условия реализации отрыва в точке                | $\begin{cases} -mA\omega^2 \sin(\omega t_0) + mg(1 \pm \frac{f}{mg}) = 0 \\ \cos(\omega t_0) > 0 \end{cases}$ |
| Условия реализации режима кратного подбрасывания | $\frac{A\omega^2}{g(1 \pm \frac{f}{mg})} = \sqrt{1 + \pi^2 k^2}$                                              |
| Момент времени отрыва                            | $t_0 = \frac{\arcsin\left(\frac{g(1 \pm \frac{f}{mg})}{A\omega^2}\right)}{\omega}$                            |
| Выражение траектории отрыва                      | $S(t) = A\sin(\omega t_0) + A\omega(t - t_0)\cos(\omega t_0) - \frac{1}{2}g(1 \pm \frac{f}{mg})(t - t_0)^2$   |
| Высота полета                                    | $S_{\max} = A\sin(\omega t_0) + \frac{(A\omega\cos(\omega t_0))^2}{2g(1 \pm \frac{f}{mg})}$                   |
| Оценка величины зазора                           | $R(t) \leq 2A + \frac{(A\omega)^2}{2g(1 \pm \frac{f}{mg})}$                                                   |
| Оценка длительности полета                       | $\Delta T = 2 \frac{A\omega}{g(1 \pm \frac{f}{mg})} - \frac{2}{\omega}$                                       |

В частности, если дополнительная сила действует в направлении силы тяжести, то производная по массе функции длительности полета щетки, в соответствии с табл. 1, имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial m} \Delta T = \frac{2A\omega f}{(mg + f)^2}. \quad (5)$$

Если  $f > 0$ , т. е. на щетку действует сила в направлении действия силы тяжести, то из положительности полученной производной (5) следует, что щетка с большей массой находится в полете дольше, чем щетка с меньшей массой. Если  $f < 0$ , т. е. дополнительная сила действует в противоположном направлении к силе тяжести, то щетка с большей массой находится в полете меньшее время, чем щетка меньшей массы.

**Характеристики движения с отрывом. Учет действия сил с переключением.** Рассмотрим вариант силы, воздействующей на щетку, с переключением в момент  $t_{\max}$  достижения щеткой максимальной высоты с дальнейшим ее падением. На рис. 2 представлены при-

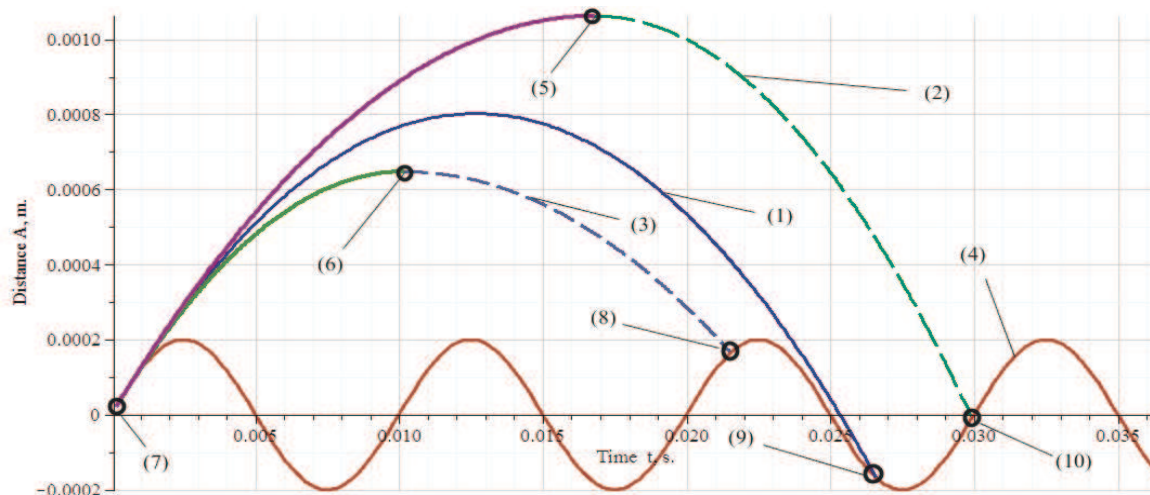
меры возможных форм движения щетки после отрыва от поверхности коллектора.

Кривая 1 (рис. 2) представляет собой форму движения щетки только под действием силы веса.

Форма движения 2 (рис. 2) отражает вариант движения щетки при условии, что с момента отрыва до момента достижения точки 5 (рис. 2) максимальной величины полета на щетку действует дополнительная сила в направлении, противоположном силе веса; в момент достижения максимальной высоты дополнительная сила меняет свое направление и действует в направлении силы веса.

Форма движения 3 (рис. 2) отражает движение щетки при действии дополнительной силы, направленной силе веса, до точки 6 (рис. 2) максимального полета и движение от точки 6 до 8 (рис. 2), когда дополнительная сила меняет свое направление на противоположное.

Вариант действия силы  $F$  с переключением и ключевые аналитические характеристики приведены в табл. 2.



**Рис. 2.** Формы движение щетки для вариантов с переключением постоянной дополнительной силы: 1 — форма движения с учетом сил веса; 2 и 3 — формы движения с переключением направления силы в момент максимального подлета; 4 — форма движения поверхности коллектора; 5 и 6 — точки максимального подлета щетки над поверхностью коллектора; 7 — точки отрыва; 8, 9, 10 — точки восстановления контакта щетки и поверхности коллектора

Таблица 2

*Аналитические характеристики траектории с переключением силы  
в момент достижения максимальной высоты подлета*

| Характеристика                                   | Аналитическое выражение                                                                                                          |
|--------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Действующая сила                                 | $F = \begin{cases} f_1, t < t_{\max}; \\ 0, t = t_{\max}; \\ f_2, t > t_{\max} \end{cases}$                                      |
| Условие реализации отрыва 3-го порядка           | $-mg < f_1 < -mg + mA\omega^2$                                                                                                   |
| Момент отрыва                                    | $t_0 = \frac{\arcsin\left(\frac{g\gamma_1}{A\omega^2}\right)}{\omega}$                                                           |
| Траектория движения вверх до максимальной высоты | $X_1(t) = A\sin(\omega t_0) + A\omega(t - t_0)\cos(\omega t_0) - \frac{1}{2}g\gamma_1(t - t_0)^2$                                |
| Траектория движения вниз с максимальной высоты   | $X_2(t) = -\frac{1}{2}g\gamma_2(t - t_{\max})^2 + \frac{\gamma_1}{2}\frac{g}{\omega} + \frac{1}{2\gamma_1}\frac{A^2\omega^2}{g}$ |
| Момент времени достижения максимальной высоты    | $t_{\max} = t_0 + \frac{A\omega\cos(\omega t_0)}{g\gamma_1}$                                                                     |
| Максимальная высота                              | $X_2(t_{\max}) = \frac{\gamma_1}{2}\frac{g}{\omega} + \frac{1}{2\gamma_1}\frac{A^2\omega^2}{g}$                                  |
| Длительность достижения максимальной высоты      | $\Delta T_1 = \frac{A\omega}{g\gamma_1} - \frac{1}{\omega}$                                                                      |
| Длительность движения вниз с максимальной высоты | $\Delta T_2 = \frac{1}{\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}\frac{A\omega}{g} - \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}}\frac{1}{\omega}$             |
| Длительность нахождения в полете                 | $\Delta T = \left(1 + \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}}\right)\left(\frac{A\omega}{g\gamma_1} - \frac{1}{\omega}\right)$          |
| Дополнительные характеристики                    | $\gamma_1 = 1 + \frac{f_1}{mg}, \gamma_2 = 1 + \frac{f_2}{mg}$                                                                   |

Параметры  $f_1$  и  $f_2$ , характеризующие силы для различных направлений, могут быть интерпретированы как интенсивность соответствующих сил. Если параметр  $f_i$  принимает положительное значение, то считается, что сила действует в направлении силы тяжести.

**Характеристики движения с отрывом. Учет различных дополнительных сил.** Положим, что в выражении времени подлета в соответствии с табл. 2  $f_2$  фиксирована, а сила  $f_1$  — переменная величина. Называя  $f_1$  переменной величиной, считаем, что рассматриваются различные режимы подбрасывания щетки с фиксированной дополнительной силой, действующей на этапе движения щетки вверх. Для обеспечения возвратного подбрасывания необходимо, чтобы выполнялось условие:

$$1 + \frac{f_1}{mg} > 0. \quad (6)$$

Условия существования отрыва могут быть представлены в виде:

$$\frac{A\omega^2}{g(1 + \frac{f_1}{mg})} > 1. \quad (7)$$

Объединение обозначенных условий определяет диапазон сил, которые обеспечивают подбрасывание:

$$-mg < f_1 < -mg + mA\omega^2. \quad (8)$$

### Выводы

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. В рамках задачи моделирования динамики элементов коллекторно-щеточного узла с возможностями нарушения контакта авторами разработана новая математическая модель, которая позволяет учитывать дополнительные силы в сложных формах взаимодействия щетки с коллектором.

2. Предложен детализированный набор фазовых состояний, характеризующих динамическое взаимодействие щетки с поверхностью коллектора: фаза пролеживания, граничное состояние контакта, фаза отрыва, фаза соударения с поверхностью.

3. Введено новое понятие в виде обобщенной функции зазора, которая, с учетом дополнительной силы, предопределяет детализацию представлений о различных формах нарушения контакта, условно обозначенных 2-м и 3-м порядком отрыва щетки от коллектора.

4. На основе предложенного подхода авторами получены аналитические соотношения, определяющие особенности динамических режимов контактного взаимодействия с учетом действия дополнительных сил.

### Литература

1. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection, Springer International Publishing, Switzerland, 2016. 708 p.
2. Rocard Y. General Dynamics of Vibrations. Paris: Masson, 1949. 458 p.
3. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London; New York; Washington D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
4. Harris C.M., Crede C.E. Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw — Hill Book Co, 2002. 1457 p.
5. Front Matter, In Power Electronics Handbook (Fourth Edition), edited by Muhammad H. Rashid, Butterworth-Heinemann, 2018. 1510 p.
6. Блехман И.И. Теория вибрационных процессов и устройств. Вибрационная механика и вибрационная техника. СПб.: ИД «Руда и Металлы», 2013. 640 с.
7. Пановко Г.Я. Динамика вибрационных технологических процессов. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»: Ин-т комп. технol., 2006. 176 с.
8. Елисеев А.В., Сельвинский В.В., Елисеев С.В. Динамика вибрационных взаимодействий элементов технологических систем с учетом неудерживающих связей: моногр. Новосибирск: Наука, 2015. 332 с.
9. Копылов Ю.Р. Динамика процессов виброударного упругочения: моногр. Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2011. 568 с.
10. Гончаревич И.Ф., Фролов К.В. Теория вибрационной техники. М.: Наука, 1981. 320 с.
11. Орленко А.И., Петров М.Н., Терегулов О.А. Комплексная диагностика тягового электродвигателя электроваза: моногр. Красноярск, 2016. 218 с.
12. Авилов В. Д. Оптимизация коммутационного процесса в коллекторных электрических машинах постоянного тока: моногр. Омск, 2013. 356 с.
13. Авилов В.Д. Влияние соотношения воздушных зазоров в магнитной цепи дополнительных полюсов тяговых и других электрических машин на условия коммутации // Пути повышения энергетической эффективности магистральных электровазов: межвуз. тем. сб. науч. тр. / ОмИИТ. Омск, 1984. С. 55-61
14. Карасев М.Ф., Беляев В.П., Авилов В.Д., Козлов В.Н., Трушков А.М., Елисеев С.В. Оптимальная коммутация машин переменного тока: моногр. Иркутск: Иркут. гос. ун-т путей сообщения, 1967. 180 с.
15. Елисеев С.В., Лоткин О.И. Условия существования и нарушения контакта для систем с неудерживающими связями // Тр. ОМИИТА. 1966. Вып. 69. С. 93-99.
16. Eliseev A.V., Artyunin A.I., Eliseev S.V. Generalized gap function in the dynamic interaction problems of elements of vibrational technological machines with “not holding” ties // Vibroengineering PROCEDIA. KAUNAS, LITHUANIA. October 2016, Vol. 8. P. 495-500.
17. Елисеев А.В. Особенности взаимодействия материальной частицы с вибрирующей поверхностью в зависимости от дополнительной силы с неудерживающей связью // Междунар. журн. прикладных и фундаментальных исслед. 2013. № 3. С. 9-15.
18. Eliseev A.V., Artyunin A.I., Sigachev N.P., Sitov I.S. Unilateral constraints in vibrating technological processes: mathematical models, features of interaction of elements // The fifth International Symposium on Innovation and Sustainability of Modern Railway (ISMR'2016) / Nanchang, China, October, 20-21. 2016. P. 261-269.
19. Eliseev A.V., Sitov I.S. Model problems of dynamics of mechanical vibration systems with unilateral constraints // Proceedings of the fourth international symposium on innovation &

Sustainability of modern railway (ISMR'2014) / Irkutsk State Transport University. Irkutsk: Publishing by Irkutsk State Transport University. 2014. P. 181-185.

20. Ситов И.С., Елисеев А.В. Теоретические основы процессов взаимодействия материальной частицы с вибрирующей поверхностью с неудерживающими связями // Системы. Методы. Технологии. 2012. № 4 (16). С. 19-29.

# References

1. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection, Springer International Publishing, Switzerland, 2016. 708 p.

2. Rocard Y. General Dynamics of Vibrations. Paris: Masson, 1949. 458 p.

3. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London; New York; Washington D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.

4. Harris S.M., Srede S.E. Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw - Hill Book So, 2002. 1457 p.

5. Front Matter, In Power Electronics Handbook (Fourth Edition), edited by Muhammad H. Rashid, Butterworth-Heinemann, 2018. 1510 p.

6. Blekhman I.I. The Theory of vibrational processes and devices. Vibrational mechanics and vibrational technique. SPb.: ID «Ruda i Metally», 2013. 640 p.

7. Panovko G.Ya. Dynamics of vibrational technological processes. M.; Izhevsk: NITs «Regularnaya i khaoticheskaya dinamika»: In-t komp. tekhnol., 2006. 176 p.

8. Eliseev A.V., Sel'vinskii V.V., Eliseev S.V. Dynamics of a vibratory interaction of elements of technological systems subject to unilateral constraints relations: monogr. Novosibirsk: Nauka, 2015. 332 p.

9. Kopylov Yu.R. Dynamics of vibroimpact hardening: monogr. Voronezh: IPTs «Nauchnaya kniga», 2011. 568 p.

10. Goncharevich I.F., Frolov K.V. Theory of vibration technique. M.: Nauka, 1981. 320 p.

11. Orlenko A.I., Petrov M.N., Teregulov O.A. Complex diagnostics of traction motor of electric locomotive: monogr. Krasnoyarsk, 2016. 218 p.

12. Avilov V.D. Optimization of the switching process in the collector electric DC machines: monogr. Omsk, 2013. 356 p.

13. Avilov V.D. Effect of the ratio of air gaps in the magnetic circuit of the additional poles of the traction and other electric cars in terms of switching // Puti povysheniya energeticheskoi effektivnosti magistral'nykh elektrovozov: mezhvuz. tem. sb. nauch. tr. / OMIIT. Omsk, 1984. P. 55-61.

14. Karasev M.F., Belyaev V.P., Avilov V.D., Kozlov V.N., Trushkov A.M., Eliseev S.V. Optimum switching machines of alternating current: monogr. Irkutsk: Irkut. gos. un-t putei soobshcheniya, 1967. 180 p.

15. Eliseev S.V., Lotkin O.I. The conditions of existence and breach of contact for systems with unilateral constraints such // Tr. OMIITa. 1966. Vyp. 69. P. 93-99.

16. Eliseev A.V., Artyunin A.I., Eliseev S.V. Generalized gap function in the dynamic interaction problems of elements of vibrational technological machines with "not holding" ties // Vibroengineering PROCEDIA. KAUNAS, LITHUANIA. October 2016, Vol. 8. P. 495-500.

17. Eliseev A.V. Features of the interaction of material particles from the vibrating surface depending on the additional hand with unilateral constraints communication // International Journal of Applied and Fundamental Research. 2013. № 3. P. 9-15.

18. Eliseev A.V., Artyunin A.I., Sigachev N.P., Sitov I.S. Unilateral constraints in vibrating technological processes: mathematical models, features of interaction of elements // The fifth International Symposium on Innovation and Sustainability of Modern Railway (ISMR'2016) / Nanchang, China, October, 20-21. 2016. P.261-269

19. Eliseev A.V., Sitov I.S. Model problems of dynamics of mechanical vibration systems with unilateral constraints // Proceedings of the fourth international symposium on innovation & Sustainability of modern railway (ISMR'2014) / Irkutsk State Transport University. Irkutsk: Publishing by Irkutsk State Transport University. 2014. P. 181-185.

20. Sitov I.S., Eliseev A.V. Theoretical basis of the interaction of the material particle with a vibrating surface with unilateral constraints such // Systems. Methods. Technologies. 2012. № 4 (16). P. 19-29.

## Диада как основа формирования механических колебательных систем

А.В. Елисеев<sup>а</sup>, С.В. Елисеев<sup>б</sup>

Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

<sup>а</sup>eavsh@ya.ru, <sup>б</sup>eliseev\_s@inbox.ru

Статья поступила 9.10.2017, принята 15.11.2017

*В статье получают развитие методологические позиции в оценке динамических свойств и особенностей взаимодействия элементов в механической диаде. В рассматриваемом случае диада представляет собой структурное образование из двух массоинерционных элементов, соединенных упругим элементом при действии внешних гармонических сил. Предложены приемы построения математических моделей и определения основных динамических характеристик. Диада рассматривается в состоянии изоляции от связей с опорными поверхностями и другими элементами. Показано, что диада, по существу, выполняет функции некоторого фундаментального структурного образования, свойства которого предопределяют динамические возможности механических колебательных систем, возникающие при наложении на диаду динамических связей. Математическая модель диады формируется на основе линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Предлагается метод построения структурных математических моделей, ориентированных на решение задач динамики объектов, связанных с вибрационной защитой. Приводится детализированная технология преобразования исходных моделей на основе формализма Лапласа и введения понятий о передаточных функциях системы и межпарциальных связей. Получены аналитические соотношения, определяющие динамические свойства диад, которые проявляются через отношения амплитуд колебаний координат системы. Предложено физическое трактование особенностей энергетического метода определения частот собственных колебаний системы.*

**Ключевые слова:** диада; передаточная функция; распределение амплитуд; частотная энергетическая функция; парциальные связи и взаимодействия.

## Dyad as a basis of formation of mechanical oscillation systems

A.V. Eliseev<sup>a</sup>, S.V. Eliseev<sup>b</sup>

Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevskiy St., Irkutsk, Russia

<sup>a</sup>eavsh@ya.ru, <sup>b</sup>eliseev\_s@inbox.ru

Received 9.10.2017, accepted 15.11.2017

*Methodological positions in estimation of dynamic properties and features of interaction of elements in a mechanical dyad are developed. In the case under consideration, the dyad is a structural formation of two mass inertia elements connected by an elastic element under the action of external harmonic forces. Techniques of construction of mathematical models and estimation of the basic dynamic characteristics are offered. The dyad is considered in isolation condition from ties with support surfaces and other elements. It is shown that the dyad performs the functions of some fundamental structural formation, the properties of which predetermine the dynamic possibilities of mechanical oscillatory systems that arise when dynamic bonds are superimposed on the dyad. The mathematical model of a dyad is formed on the basis of the linear differential equations of the second order with constant coefficients. A method is proposed for constructing structural mathematical models oriented to solving the problems of the dynamics of objects associated with vibration protection. A detailed technology for transforming initial models based on the Laplace formalism and introducing concepts on transfer functions of the system and inter-partial connections is given. Analytical relations are obtained that determine the dynamic properties of dyads, which are manifested through the ratio of the amplitude of the oscillations of the coordinates of the system. A physical interpretation of the features of the energy method for determining the frequencies of the natural oscillations of the system is proposed.*

**Keywords:** mechanical system; dyad; transfer function; distribution of amplitudes; frequency-energy function; interpartial ties; dynamic interactions.

### Введение

Задачи динамики современных транспортных и технологических машин разнообразны и во многих случаях требуют построения математических моделей и использования аналитических методов. В качестве расчетных схем технических объектов широко применяются механические колебательные системы с одной или несколькими степенями свободы. Теоретические

основы решения задач защиты машин, оборудования и аппаратуры от вибрационных воздействий, в целом характерных для современных условий эксплуатации высокопроизводительной техники, нашли отражение в работах отечественных и зарубежных специалистов [1–5]. Предпроектные исследования, оценка и изучение динамических свойств технических объектов с учетом особенностей их конструктивно-технического оформ-



ления, действия внешних возмущений, возникновения сопутствующих динамических эффектов являются важнейшими этапами в разработке новой техники, обладающей высокими параметрами надежности и безопасности эксплуатации [6–8].

Развитие теории колебаний в ее различных прикладных направлениях предлагает достаточно широкий спектр возможных подходов, методов, основанных на использовании аналитического аппарата теории цепей и теории автоматического управления, что отражает расширение функциональных возможностей машин [9–11].

Вместе с тем, возрастает интерес к углублению и детализации представлений о динамических взаимодействиях элементов, основанных на развитии новых подходов, связанных с учетом возможностей введения в механическую систему дополнительных связей, механизмов и устройств для преобразования движения, использования в задачах динамического анализа и синтеза структурных образований и др. [12–15].

В предлагаемой статье рассматриваются возможности развития новых подходов в формировании теоретических основ анализа и синтеза виброзащитных систем на основе представлений об особых структурных образованиях (диадах), составляющих основу или своеобразное «ядро» механической колебательной системы с двумя степенями свободы.

**Общие положения. Постановка задачи исследования.** Структурные математические модели систем с несколькими степенями свободы обычно строятся на основе парциальных систем, имеющих одну степень свободы. Технология получения и использования структурных схем на таких подходах изложена в работах [2, 11, 15, 16]. Вместе с тем, в структурных схемах с тремя и более степенями свободы делались попытки использовать парциальные системы более сложного вида, в частности, парциальные системы с двумя степенями свободы. Детализированные представления взаимодействий подобного рода рассмотрены в работах [17, 18]. Промежуточной формой представлений о парциальных системах может быть выбрана диада как некоторое структурное образование, обладающее определенным набором устойчивых динамических свойств и способное выступать в качестве системообразующего начала при построении механических колебательных систем общего вида [9, 19, 20].

Применительно к линейным цепным механическим системам, имеющим несколько степеней свободы и совершающим малые прямолинейные колебательные движения, диада может быть представлена в виде двух массоинерционных элементов, соединенных между собой пружиной и совершающих прямолинейное колебание, как это показано на рис. 1.

Рассматривается структурное образование из двух массоинерционных элементов  $m_1$  и  $m_2$ , соединенных линейной пружиной с жесткостью  $k_2$  (рис. 1). Внешние гармонические силы  $q_1 = Q_1 \sin(\omega t)$  и  $q_2 = Q_2 \sin(\omega t)$  приложены к массоинерционным элементам; силы со-

противления полагаются малыми; система обладает линейными свойствами.

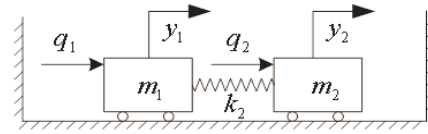


Рис. 2. Принципиальная схема диады:  $q_1, q_2$  — приложенные внешние силы

Движение механической системы (рис. 1) может быть представлено в разных системах координат для отражения интересующих аспектов исследования.

Задача исследования заключается в детализации представлений о диаде как некотором структурном образовании, обладающем определенным набором динамических свойств, и разработке подходов к построению математических моделей, отражающих возможные особенности взаимодействия в структурах механических колебательных систем с несколькими степенями свободы.

### Построение математических моделей.

**II.1. Абсолютная координатная система. Обобщенные координаты  $y_1, y_2$ .** В качестве обобщенных координат выбираются величины  $Y_1$  и  $Y_2$ , которые обозначают в неподвижном базисе смещение массоинерционных элементов относительно некоторого положения статического равновесия  $Q_1$ . При составлении дифференциальных уравнений Лагранжа 2-го рода для кинетической  $T(y_1, y_2)$  и потенциальной энергии  $\Pi(y_1, y_2)$  используются выражения:

$$T(y_1, y_2) = \frac{m_1 \dot{y}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{y}_2^2}{2}, \quad (1)$$

$$\Pi(y_1, y_2) = \frac{k_2 (y_2 - y_1)^2}{2}. \quad (2)$$

Соответствующие дифференциальные уравнения движения диады в абсолютной системе координат  $Y_1$  и  $Y_2$  принимают вид:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{y}_1 + k_2 y_1 - k_2 y_2 = q_1, \\ m_2 \ddot{y}_2 - k_2 y_1 + k_2 y_2 = q_2. \end{cases} \quad (3)$$

$$(4)$$

Начальные условия в момент времени  $t = 0$  на смещения и скорости представлены соответственно системой:

$$\begin{cases} y_1(0) = y_{10}, \dot{y}_1(0) = y_{11}, \\ y_2(0) = y_{20}, \dot{y}_2(0) = y_{21}. \end{cases} \quad (5)$$

Аналитическое решение системы дифференциальных уравнений (3), (4) с учетом начальных данных (5) может быть представлено:

$$\left\{ \begin{aligned} y_1(t) &= \frac{m_1 y_{10} + m_2 y_{20}}{m_1 + m_2} + \frac{m_1 y_{11} + m_2 y_{21}}{m_1 + m_2} t + \\ &+ \frac{Q_1 + Q_2}{\omega(m_1 + m_2)} \left( t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) - \\ &- \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{(m_1 Q_2 - m_2 Q_1)}{(m_1 + m_2)} \frac{1}{M_{\Pi}} \frac{\omega}{(\omega^2 - \omega_2^2)} \times \\ &\times \left( \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \times \\ &\times ((y_{20} - y_{10}) \cos(\omega_2 t) + (y_{21} - y_{11}) \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2}), \quad (6) \\ y_2(t) &= \frac{m_1 y_{10} + m_2 y_{20}}{m_1 + m_2} + \frac{m_1 y_{11} + m_2 y_{21}}{m_1 + m_2} t + \\ &+ \frac{Q_1 + Q_2}{\omega(m_1 + m_2)} \left( t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) + \\ &+ \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{(m_1 Q_2 - m_2 Q_1)}{(m_1 + m_2)} \frac{1}{M_{\Pi}} \frac{\omega}{(\omega^2 - \omega_2^2)} \times \\ &\times \left( \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) + \frac{m_1}{m_1 + m_2} \times \\ &\times ((y_{20} - y_{10}) \cos(\omega_2 t) + (y_{21} - y_{11}) \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2}), \quad (7) \end{aligned} \right.$$

где  $M_{\Pi} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  — приведенная масса;

$\omega_2 = \sqrt{k_2/M_{\Pi}}$  — вторая собственная частота системы (первая собственная частота обозначается как  $\omega_1$ ).

Движения каждой массы в выбранной системе координат  $y_1$  и  $y_2$  образуются в виде суммы поступательного и гармонического колебаний (включая собственные гармоники) и определяются начальными условиями, амплитудой и частотой внешнего возмущения.

**Движение под действием начальных условий.** Полагается, что силовые возмущения равны нулю ( $Q_1 = 0$ ,  $Q_2 = 0$ ), а движение определяется начальными смещениями и скоростями. Решения (6), (7) принимают вид:

$$\left\{ \begin{aligned} y_1(t) &= \frac{m_1 y_{10} + m_2 y_{20}}{m_1 + m_2} + \frac{m_1 y_{11} + m_2 y_{21}}{m_1 + m_2} t - \\ &- \frac{m_2}{m_1 + m_2} ((y_{20} - y_{10}) \cos(\omega_2 t) + (y_{21} - y_{11}) \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2}), \quad (8) \\ y_2(t) &= \frac{m_1 y_{10} + m_2 y_{20}}{m_1 + m_2} + \frac{m_1 y_{11} + m_2 y_{21}}{m_1 + m_2} t + \\ &+ \frac{m_1}{m_1 + m_2} ((y_{20} - y_{10}) \cos(\omega_2 t) + (y_{21} - y_{11}) \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2}). \quad (9) \end{aligned} \right.$$

Движение центра масс (которое может быть рассмотрено как вырожденная форма гармонического колебания с частотой  $\omega_1 = 0$ ) в данном варианте имеет прямолинейную форму. Движение массоинерционных элементов  $m_1$  и  $m_2$  относительно центра масс имеет форму

гармонического колебания с частотой  $\omega_2$  и амплитудами  $A_{01}$  и  $A_{02}$  соответственно:

$$A_{01} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{(y_{20} - y_{10})^2 + \left(\frac{y_{21} - y_{11}}{\omega_2}\right)^2}, \quad (10)$$

$$A_{02} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{(y_{20} - y_{10})^2 + \left(\frac{y_{21} - y_{11}}{\omega_2}\right)^2}. \quad (11)$$

Следует обратить внимание, что скорость центра масс диады равна нулю, если для начальных скоростей выполняется соотношение:

$$m_1 \dot{y}_1(0) + m_2 \dot{y}_2(0) = 0. \quad (12)$$

Таким образом, движение диады при отсутствии внешнего возбуждения определяется энергией, введенной в систему в начальный момент времени.

**Движение под действием приложенной силы.** Полагается, что начальные условия нулевые ( $y_{ij} = 0$ ), и к массе  $m_1$  приложена гармоническая сила с амплитудой  $Q_1 \neq 0$  ( $Q_2 = 0$ ). Тогда решения (6), (7) принимают вид:

$$\left\{ \begin{aligned} y_1(t) &= \frac{Q_1}{\omega(m_1 + m_2)} \left( t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) - \\ &- \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{(-m_2 Q_1)}{(m_1 + m_2)} \frac{1}{M_{\Pi}} \frac{\omega}{(\omega^2 - \omega_2^2)} \times \\ &\times \left( \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right), \quad (13) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} y_2(t) &= \frac{Q_1}{\omega(m_1 + m_2)} \left( t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) + \\ &+ \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{(-m_2 Q_1)}{(m_1 + m_2)} \frac{1}{M_{\Pi}} \frac{\omega}{(\omega^2 - \omega_2^2)} \times \\ &\times \left( \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right). \quad (14) \end{aligned} \right.$$

Движение центра масс  $v_1(t)$  в данном случае складывается из прямолинейной и гармонической форм и имеет вид:

$$v_1(t) = \frac{Q_1}{\omega(m_1 + m_2)} t - \frac{Q_1}{(m_1 + m_2)} \frac{1}{\omega^2} \sin(\omega t). \quad (15)$$

Гармоническая форма колебаний имеет частоту внешнего возмущения  $\omega$ , амплитуда определяется соотношением:

$$A_M = -\frac{Q_1}{\omega^2(m_1 + m_2)}. \quad (16)$$

Если частота приложенной силы  $\bar{Q}$  близка к собственной частоте  $\omega_2$ , то наблюдается эффект биений по каждой координате. В частности, по координате  $y_1$  эффект биения создает компонента:

$$y_1^{(b)}(t) = -\frac{Q_1}{(m_1 + m_2)} \frac{1}{\omega^2} \sin(\omega t) - \frac{m_2 Q_1}{(m_1 + m_2) M_{\Pi} (\omega^2 - \omega_2^2)} \left( \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right). \quad (17)$$

По координате  $y_2$  эффект биения создает компонента:

$$y_2^{(b)}(t) = -\frac{Q_1}{(m_1 + m_2)} \frac{1}{\omega^2} \sin(\omega t) + \frac{m_1 Q_1}{(m_1 + m_2) M_{\Pi} (\omega^2 - \omega_2^2)} \left( \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right), \quad (18)$$

где  $Q_1$  — амплитуда внешней гармонической силы  $q_1(t)$ .

**II.2 Абсолютная координатная система. Обобщенные координаты  $v_1, v_2$ .** Детализация представлений о движении диады существенным образом определяется формами движения центра масс и относительным колебанием массоинерционных элементов. Для исследования диады выбирается новая система координат, в которой  $O_2$  — неподвижное положение равновесия системы;  $v_1$  — смещение центра масс;  $v_2$  — разница смещений положений массоинерционных элементов диады.

Кинетическая  $T(v_1, v_2)$  и потенциальная энергии  $\Pi(v_1, v_2)$  принимают следующие выражения:

$$T(v_1, v_2) = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{v}_1^2 + \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \dot{v}_2^2, \quad (19)$$

$$\Pi(v_1, v_2) = \frac{1}{2} k_2 v_2^2. \quad (20)$$

Уравнения Лагранжа 2-го рода в обобщенных координатах  $v_1, v_2$  и силах  $f_1 = F_1 \sin(\omega t)$  и  $f_2 = F_2 \sin(\omega t)$  принимают вид:

$$\begin{cases} (m_1 + m_2) \ddot{v}_1 = f_1, \\ \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \ddot{v}_2 + k_2 v_2 = f_2. \end{cases} \quad (21)$$

$$\quad (22)$$

Для системы (21), (22) начальные условия определяются значениями:

$$\begin{cases} v_1(0) = v_{10}, \dot{v}_1(0) = v_{11}, \\ v_2(0) = v_{20}, \dot{v}_2(0) = v_{21}. \end{cases} \quad (23)$$

В разных системах координат дифференциальные уравнения (6), (7) и (21), (22) связаны между собой посредством замены переменных  $y_1, y_2$  и  $v_1, v_2$ :

$$\begin{cases} v_1 = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}, \\ v_2 = y_2 - y_1. \end{cases} \quad (24)$$

Взаимосвязь (24) обобщенных координат устанавливает начальные условия в координатной системе  $v_1,$

$v_2$ . Начальные условия на смещения в координатах  $v_1, v_2$  могут быть выражены с учетом (24) в виде:

$$\begin{cases} v_{10} = \frac{m_1 y_{10} + m_2 y_{20}}{m_1 + m_2}, \\ v_{20} = y_{20} - y_{10}. \end{cases} \quad (25)$$

Соответствующие начальные скорости в системе координат  $v_1, v_2$  могут быть найдены из соотношений:

$$\begin{cases} v_{11} = \frac{m_1 y_{11} + m_2 y_{21}}{m_1 + m_2}, \\ v_{21} = y_{21} - y_{11}. \end{cases} \quad (26)$$

Обобщенные силы  $f_1 = F_1 \sin(\omega t), f_2 = F_2 \sin(\omega t)$  и  $q_1 = Q_1 \sin(\omega t), q_2 = Q_2 \sin(\omega t)$  в системах координат  $v_1, v_2$  и  $y_1, y_2$  связаны между собой соотношениями:

$$\begin{cases} f_1 = q_1 + q_2, \\ f_2 = \frac{q_2 m_1 - q_1 m_2}{m_1 + m_2}, \end{cases} \text{ или } \begin{cases} q_1 = -f_2 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} f_1, \\ q_2 = f_2 + \frac{m_1}{m_1 + m_2} f_1 \end{cases}. \quad (27)$$

Решение системы дифференциальных уравнений в системе координат  $v_1, v_2$  может быть выражено на основе решений (6), (7) с учетом зависимости обобщенных сил (27) и начальных условий (25), (26) в виде:

$$v_1(t) = \frac{F_1}{\omega(m_1 + m_2)} \left( t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) + v_{10} + v_{11} t, \quad (28)$$

$$\begin{cases} v_2(t) = \frac{\omega F_2}{M_{\Pi} (\omega^2 - \omega_2^2)} \left( \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) + \\ + v_{20} \cos(\omega_2 t) + v_{21} \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2}, \end{cases} \quad (29)$$

где  $M_{\Pi} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  — приведенная масса;

$\omega_2 = \sqrt{k_2 / M_{\Pi}}$ , что совпадает с выражениями, ранее полученными в (6), (7).

Решения (28), (29) представляют собой: по первой координате  $v_1(t)$  — смещение центра масс, образованное суммой равномерного прямолинейного движения и гармонического колебания, по второй координате  $v_2(t)$  — разницу относительных смещений массоинерционных элементов в форме гармонических колебаний. Полученное решение показывает, что центр масс системы движется не линейно, а содержит гармоническую компоненту.

Интерес представляют величины смещения  $u_1, u_2$  каждого массоинерционного элемента  $Y_1, Y_2$  относительно положения центра масс  $V_1$  с учетом соотношений:

$$\begin{cases} y_1 = v_1 + u_1, \\ y_2 = v_1 + u_2. \end{cases} \quad (30)$$

На основе системы (30) величины относительного смещения  $u_1$ ,  $u_2$  определяются соотношениями:

$$\begin{cases} u_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_2, \\ u_2 = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} v_2. \end{cases} \quad (31)$$

Введение подвижной системы координат, в которой указывается смещение массоинерционного элемента относительно равномерно движущегося начала координат, на основе информации о линейной составляющей решения системы дифференциальных уравнений создает основу для отображения динамических свойств относительного движения диады как механической колебательной системы с одной степенью свободы.

**Относительная координатная система.** Центр масс системы колеблется относительно «опорной точки»  $x_0(t)$  согласно выражениям (28) – (31), что можно обозначить:

$$v_1 = x_0(t) + \psi(t), \quad (32)$$

где  $x_0(t) = (F_1/(\omega(m_1 + m_2)) + v_{11})t + v_{10}$  — координата «опорной точки»;  $\psi(t) = -F_1 \sin(\omega t)/((m_1 + m_2)\omega^2)$  — «поправка» на смещение для центра масс относительно равномерного движения  $x_0(t)$ .

Колебание массоинерционных элементов относительно равномерно движущейся «опорной точки»  $x_0(t)$  имеет вид:

$$\begin{cases} x_1(t) = \psi - \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_2, \\ x_2(t) = \psi + \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_2. \end{cases} \quad (33)$$

Аналитические формы относительного движения массоинерционных элементов можно представить:

$$\begin{cases} x_1(t) = -\frac{F_1}{(m_1 + m_2)\omega^2} \sin(\omega t) - \\ - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \left( \frac{\omega F_2}{M_{II}(\omega^2 - \omega_2^2)} \left( \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) + \right. \\ \left. + v_{20} \cos(\omega_2 t) + v_{21} \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} \right), \\ x_2(t) = -\frac{F_1}{(m_1 + m_2)\omega^2} \sin(\omega t) + \\ + \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left( \frac{\omega F_2}{M_{II}(\omega^2 - \omega_2^2)} \left( \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) + \right. \\ \left. + v_{20} \cos(\omega_2 t) + v_{21} \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} \right). \end{cases} \quad (34)$$

$$\begin{cases} x_1(t) = -\frac{F_1}{(m_1 + m_2)\omega^2} \sin(\omega t) - \\ - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \left( \frac{\omega F_2}{M_{II}(\omega^2 - \omega_2^2)} \left( \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) + \right. \\ \left. + v_{20} \cos(\omega_2 t) + v_{21} \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} \right), \\ x_2(t) = -\frac{F_1}{(m_1 + m_2)\omega^2} \sin(\omega t) + \\ + \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left( \frac{\omega F_2}{M_{II}(\omega^2 - \omega_2^2)} \left( \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) + \right. \\ \left. + v_{20} \cos(\omega_2 t) + v_{21} \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} \right). \end{cases} \quad (35)$$

**Режимы движения диады. Характеристики.** Рассматриваются режимы движений диады в зависимости от различных параметров силовых и начальных воздействий. Сочетания параметров, характеризующих диаду как некоторое структурное образование в составе меха-

нической колебательной системы, включая приложенные силы и начальные условия, определяет разнообразие динамических эффектов.

1. Система координат  $y_1, y_2$ . Вынужденные гармонические составляющие  $y^{[f]}$ , сформированные под воздействием внешнего возбуждения, имеют вид:

$$\begin{cases} y^{[f]}_1(t) = -\frac{1}{m_1 + m_2} \frac{\sin(\omega t)}{\omega^2} (Q_1 + Q_2) + \\ + \frac{1}{m_1} \frac{\sin(\omega t)}{(\omega^2 - \omega_2^2)} \frac{(m_1 Q_2 - m_2 Q_1)}{m_1 + m_2}, \\ y^{[f]}_2(t) = -\frac{1}{m_1 + m_2} \frac{\sin(\omega t)}{\omega^2} (Q_1 + Q_2) - \\ - \frac{1}{m_2} \frac{\sin(\omega t)}{(\omega^2 - \omega_2^2)} \frac{(m_1 Q_2 - m_2 Q_1)}{m_1 + m_2}, \end{cases} \quad (36)$$

$$\begin{cases} y^{[f]}_1(t) = -\frac{1}{m_1 + m_2} \frac{\sin(\omega t)}{\omega^2} (Q_1 + Q_2) - \\ - \frac{1}{m_2} \frac{\sin(\omega t)}{(\omega^2 - \omega_2^2)} \frac{(m_1 Q_2 - m_2 Q_1)}{m_1 + m_2}, \\ y^{[f]}_2(t) = -\frac{1}{m_1 + m_2} \frac{\sin(\omega t)}{\omega^2} (Q_1 + Q_2) + \\ + \frac{1}{m_1} \frac{\sin(\omega t)}{(\omega^2 - \omega_2^2)} \frac{(m_1 Q_2 - m_2 Q_1)}{m_1 + m_2}, \end{cases} \quad (37)$$

где верхний индекс  $[f]$  обозначает «вынужденную» компоненту (слагаемое, представляющее гармоническое колебание, с частотой вынужденной силы).

Форма собственных колебаний  $y^{[e]}$ , соответствующая частоте  $\omega_2$ , определяется выражением:

$$\begin{cases} y^{[e]}_1(t) = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} ((y_{20} - y_{10}) \cos(\omega_2 t) + \\ + (y_{21} - y_{11}) \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2}), \\ y^{[e]}_2(t) = \frac{m_1}{m_1 + m_2} ((y_{20} - y_{10}) \cos(\omega_2 t) + \\ + (y_{21} - y_{11}) \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2}), \end{cases} \quad (38)$$

$$\begin{cases} y^{[e]}_1(t) = \frac{m_1}{m_1 + m_2} ((y_{20} - y_{10}) \cos(\omega_2 t) + \\ + (y_{21} - y_{11}) \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2}), \\ y^{[e]}_2(t) = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} ((y_{20} - y_{10}) \cos(\omega_2 t) + \\ + (y_{21} - y_{11}) \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2}), \end{cases} \quad (39)$$

где верхний индекс  $[e]$  обозначает «собственную» компоненту (слагаемое, представляющее гармоническое колебание с частотой собственных колебаний).

2. Система координат  $v_1, v_2$ . Линейные компоненты движения могут быть представлены в виде:

$$\begin{cases} v^{[l]}_1(t) = \left( \frac{F_1}{\omega(m_1 + m_2)} + v_{11} \right) t + v_{10}, \\ v^{[l]}_2(t) = 0, \end{cases} \quad (40)$$

где индекс  $[l]$  означает линейную компоненту.

Компонента собственных колебаний, соответствующая частоте  $\omega_2$ , может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} v^{[e]}_1(t) = 0, \\ v^{[e]}_2(t) = \frac{\omega F_2}{M_{II}(\omega^2 - \omega_2^2)} \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} + \\ + v_{20} \cos(\omega_2 t) + v_{21} \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2}. \end{cases} \quad (41)$$

Компонента вынужденных колебаний  $v^{[f]}$ , соответственно, запишется:

$$\begin{cases} v^{[f]1}(t) = -\frac{F_1}{(m_1 + m_2)\omega^2} \sin(\omega t), \\ v^{[f]2}(t) = -\frac{F_2}{M_{II}(\omega^2 - \omega_2^2)} \sin(\omega t). \end{cases} \quad (42)$$

Отметим, что амплитуда колебания центра масс монотонно убывает по мере увеличения частоты внешнего возмущения  $\omega$ .

3. *Относительная система координат*  $x_1, x_2$ . Закон движения  $x_0(t)$  «опорной точки» системы определяется начальными условиями, модулем и частотой внешнего возмущения:

$$x_0(t) = \left( \frac{F_1}{\omega(m_1 + m_2)} + v_{11} \right) t + v_{10}. \quad (43)$$

При этом «вынужденная» компонента  $x^{[f]}$  определяется зависимостями:

$$\begin{cases} x^{[f]1}(t) = \frac{(-F_1 m_1 + F_2(m_1 + m_2))\omega^2 + F_1 m_1 \omega_2^2}{m_1(m_1 + m_2)} \times \\ \times \frac{1}{\omega^2(\omega^2 - \omega_2^2)} \sin(\omega t), \\ x^{[f]2}(t) = -\frac{(F_1 m_2 + F_2(m_1 + m_2))\omega^2 - F_1 m_2 \omega_2^2}{m_2(m_1 + m_2)} \times \\ \times \frac{1}{\omega^2(\omega^2 - \omega_2^2)} \sin(\omega t). \end{cases} \quad (44)$$

Движение в «вынужденных» координатах  $x^{[f]1}(t)$ ,  $x^{[f]2}(t)$  при учете приложенных к массам  $m_1$  и  $m_2$  гармонических сил с амплитудами  $Q_1$  и  $Q_2$  имеет вид:

$$\begin{cases} x^{[f]1}(t) = (Q_1(-\frac{\omega^2}{m_1} + \frac{\omega_2^2}{m_1 + m_2}) + \\ + Q_2(\frac{\omega_2^2}{m_1 + m_2})) \frac{1}{\omega^2(\omega^2 - \omega_2^2)} \sin(\omega t), \end{cases} \quad (45)$$

$$\begin{cases} x^{[f]2}(t) = (Q_1(\frac{\omega_2^2}{m_1 + m_2}) + \\ + Q_2(-\frac{\omega^2}{m_2} + \frac{\omega_2^2}{m_1 + m_2})) \frac{1}{\omega^2(\omega^2 - \omega_2^2)} \sin(\omega t). \end{cases} \quad (46)$$

В случае приложения только силы  $Q_1 \neq 0$  ( $Q_2 = 0$ ) коэффициент формы  $x_2^{(1)}(t)/x_1^{(1)}(t)$  (далее верхний индекс (1) или (2) обозначает закон движения, соответствующий силовому возмущению, приложенному к  $m_1$  и  $m_2$ . Индекс  $[f]$  опускается, так как рассматривается только вынужденная компонента) составляет величину  $\alpha_1$ :

$$\alpha_1 = \frac{\frac{\omega_2^2}{m_1 + m_2}}{-\frac{\omega^2}{m_1} + \frac{\omega_2^2}{m_1 + m_2}}. \quad (47)$$

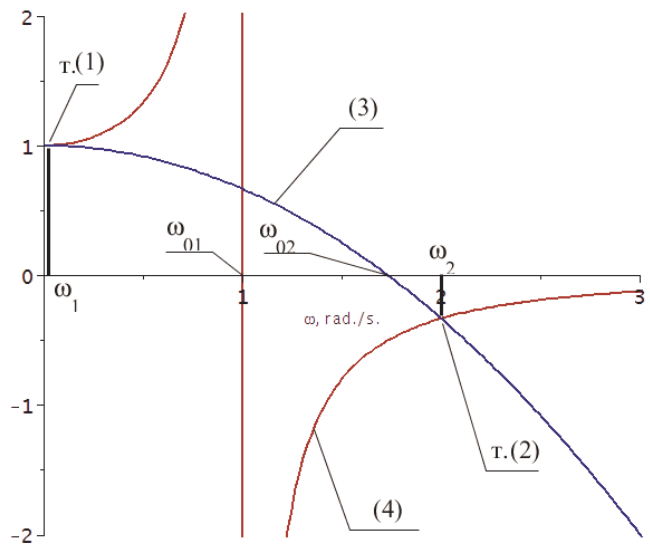
Соответственно, в случае приложения только силы  $Q_2$  ( $Q_1 = 0$ ) коэффициент формы  $x_2^{(2)}(t)/x_1^{(2)}(t)$  составляет величину  $\alpha_2$ :

$$\alpha_2 = \frac{-\frac{\omega^2}{m_2} + \frac{\omega_2^2}{m_1 + m_2}}{\frac{\omega_2^2}{m_1 + m_2}}. \quad (48)$$

Для определения частоты внешнего возмущения, для которой коэффициенты форм совпадают между собой, необходимо относительно  $\omega$  разрешить уравнение  $\alpha_1 = \alpha_2$  для коэффициентов, определяемых выражениями (47), (48) и рассматриваемых как функции частоты  $\omega$ :

$$\frac{\frac{\omega_2^2}{m_1 + m_2}}{-\frac{\omega^2}{m_1} + \frac{\omega_2^2}{m_1 + m_2}} = \frac{-\frac{\omega^2}{m_2} + \frac{\omega_2^2}{m_1 + m_2}}{\frac{\omega_2^2}{m_1 + m_2}}. \quad (49)$$

Уравнение (49) относительно  $\omega$  имеет решение  $\omega_1 = 0$ ,  $\omega_2$ . Графический вариант решения представлен на рис. 2.



**Рис. 3.** Зависимость коэффициентов форм  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  от частоты внешнего возмущения  $\omega$ : ось абсцисс — частота вынужденных колебаний (рад/с); ось ординат — безразмерный коэффициент формы  $\alpha$  (м/м); точки  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  — собственные частоты колебаний; точки  $\omega_{01}$ ,  $\omega_{02}$  — частоты динамического гашения; кривая (3) — график коэффициента формы  $\alpha_2$ ; кривая (4) — график коэффициента формы  $\alpha_1$ ; точка (1) — пересечение графиков в точке с частотой собственных колебаний  $\omega_1$  и значением  $\alpha_1$ ; точка (2) — пересечение графиков в точке с частотой собственных колебаний  $\omega_2$  и значением  $\alpha_2$ ; точки  $\omega_{01}$ ,  $\omega_{02}$  — нули и полюс кривых (3) и (4) соответственно

На рис. 2 проиллюстрированы два графика функциональной зависимости коэффициентов форм  $\alpha_1$  (47) и  $\alpha_2$  (48) от частоты внешнего возмущения  $\omega$ . По оси



абсцисс отложены частота вынужденных колебаний, по оси ординат — значения безразмерных коэффициентов форм  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . В частности, график коэффициента формы  $\alpha_2$  изображен монотонно убывающей кривой (3) (рис. 2), а график коэффициента формы  $\alpha_1$  с разрывом 2-го рода иллюстрируется с помощью кривой (4) (рис. 2). Данные графики ((3) и (4), рис. 2) пересекаются в двух точках — (1) и (2) (рис. 2) с абсциссами  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и ординатами  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  соответственно. Ноль функции, отображенной кривой (3) (рис. 2), определяет частоту динамического гашения  $\omega_{01}$ . Полнос функции, отображенной кривой (4) (рис. 2), определяет частоту динамического гашения  $\omega_{02}$ . Таким образом, построенные графики функций коэффициентов форм, в зависимости от частоты внешнего силового воздействия, иллюстрируют основные характеристики диады: частоты динамического гашения, собственные частоты и величины коэффициентов форм, соответствующие собственным частотам.

4. *Свойства коэффициентов форм колебания.* При заданной частоте внешнего воздействия  $\omega$  коэффициент формы колебания, представляющий собой отношение  $x_2^{(1)}(t)/x_1^{(1)}(t)$  и соответствующий приложению силы с амплитудой  $Q$  к массе  $m_1$ , имеет вид:

$$\alpha_1 = \frac{\omega_{01}^2}{\omega_{01}^2 - \omega^2}, \quad (50)$$

где  $\omega_{01}^2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \omega_2^2$  — соответствующая частота динамического гашения.

По фиксированному коэффициенту формы колебания  $\alpha_1$  можно определить исходную частоту  $\omega_{(1)}$  внешнего силового возмущения  $Q$ :

$$\omega_{(1)}^2 = \frac{(\alpha_1 - 1)}{\alpha_1} \omega_{01}^2. \quad (51)$$

Аналогично, при силовом возмущении с амплитудой  $Q_2$ , приложенном к массе  $m_2$ , коэффициент формы имеет вид:

$$\alpha_2 = \frac{\omega_{02}^2 - \omega^2}{\omega_{02}^2}, \quad (52)$$

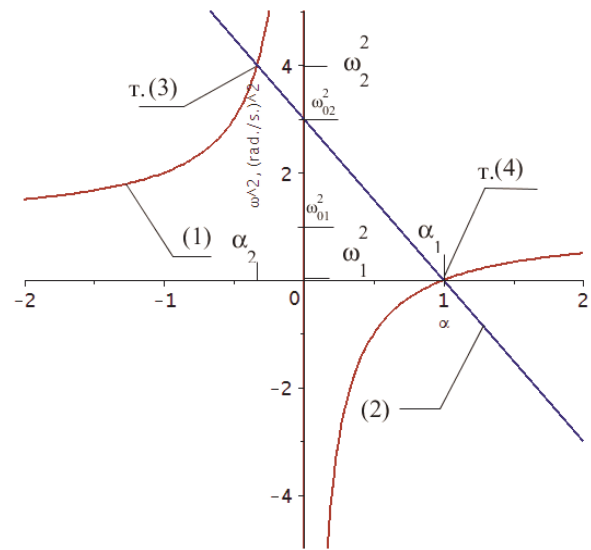
где  $\omega_{02}^2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \omega_1^2$  — соответствующая частота динамического гашения.

С другой стороны, по фиксированному коэффициенту формы колебания частота внешнего возмущения определяется выражением:

$$\omega_{(2)}^2 = \omega_{02}^2 - \alpha_2 \omega_{02}^2. \quad (53)$$

На рис. 3 представлены графики зависимости частот форм колебаний  $\omega_{(1)}^2(\alpha_1)$ ,  $\omega_{(2)}^2(\alpha_2)$  от параметров  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ . По оси абсцисс отложен безразмерный коэффициент формы  $\alpha$ , который служит независимой перемен-

ной при подстановке  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  в качестве аргумента в функции  $\omega_{(1)}^2(\alpha_1)$ ,  $\omega_{(2)}^2(\alpha_2)$ , определенные выражениями (51) и (53). По оси ординат отложены квадраты частот  $\omega_{(1)}^2(\alpha_1)$ ,  $\omega_{(2)}^2(\alpha_2)$ . С учетом условий  $\omega_{(i)}^2(\alpha_i) \geq 0$ ,  $i = 1, 2$  значимой областью графика служат квадранты I и II. Кривые (1) и (2) (рис. 3) представляют собой графики квадратов частот  $\omega_{(1)}^2(\alpha_1)$ ,  $\omega_{(2)}^2(\alpha_2)$  соответственно, отражающих обратную зависимость с учетом показателя степени для функций  $\alpha_1(\omega)$ ,  $\alpha_2(\omega)$ , представленных выражениями (47) и (48). Графики (1) и (2) (рис. 3) пересекаются в точках (3) и (4) (рис. 3) с абсциссами, равными коэффициентам форм  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  собственных колебаний, и ординатами, которые равны квадратам собственных частот, соответственно  $\omega_1^2$ ,  $\omega_2^2$ . В точке пересечения графика (2) (рис. 3) с осью ординат находится частота — квадрат частоты динамического гашения  $\omega_{02}^2$ . Квадрат частоты динамического гашения  $\omega_{01}^2$  равен предельному значению функции  $\omega_{(2)}^2(\alpha)$  при  $\alpha \rightarrow \infty$ .



**Рис. 4.** Зависимость значений  $\omega^2$  от коэффициента формы  $\alpha$ :  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  — собственные частоты колебаний;  $\omega_{01}$ ,  $\omega_{02}$  — частоты динамического гашения; кривая (1) — график функции  $\omega_{(1)}^2(\alpha_1)$ ; прямая (2) — график функции  $\omega_{(2)}^2(\alpha)$ ; точки (3) и (4) — пересечения графиков (1) и (2)

Приравнивание выражений  $\omega_{(1)}^2(\alpha)$ ,  $\omega_{(2)}^2(\alpha)$  приводит к уравнению относительно коэффициента форм  $\alpha$  в виде:

$$\alpha^2 \omega_{02}^2 + (\omega_{01}^2 - \omega_{02}^2) \alpha - \omega_{01}^2 = 0. \quad (54)$$

Таким образом, коэффициенты форм  $\alpha$  определяются выражением:

$$\alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = -\frac{\omega_{01}^2}{\omega_{02}^2}. \quad (55)$$

**Диада: динамические эффекты**

**Эффект «зануления» координат при фиксированном произвольном силовом возмущении.** Частотами «зануления» соответствующих компонент принимаются величины  $\omega_{z01}$ ,  $\omega_{z02}$ :

$$\begin{cases} \omega_{z01}^2 = \omega_2^2 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1}, \\ \omega_{z02}^2 = \omega_2^2 \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{Q_1 + Q_2}{Q_2}. \end{cases} \begin{cases} \omega_{z01}^2 = \omega_{01}^2 \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1}, \\ \omega_{z02}^2 = \omega_{02}^2 \frac{Q_1 + Q_2}{Q_2}. \end{cases} \quad (56)$$

Используя полученные выражения для частот «зануления», можно показать, что выполняются условия:

$$\frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} \omega_{z01}^2 + \frac{Q_2}{Q_1 + Q_2} \omega_{z02}^2 = \omega_2^2. \quad (57)$$

Приняв отношение амплитуд  $Q_1$ ,  $Q_2$  приложенных сил за  $l = Q_2/Q_1$ , отметим, что частоты динамического гашения, представленные точками плоскости с координатами  $(\omega_{z01}, \omega_{z02})$ , могут быть соотнесены с точками эллипса (I квадрант) с полуосями  $\omega_2 \sqrt{1+l}$  и  $\omega_2 \sqrt{1+1/l}$ :

$$\frac{\omega_{z01}^2}{(\omega_2 \sqrt{1+l})^2} + \frac{\omega_{z02}^2}{(\omega_2 \sqrt{1+1/l})^2} = 1. \quad (58)$$

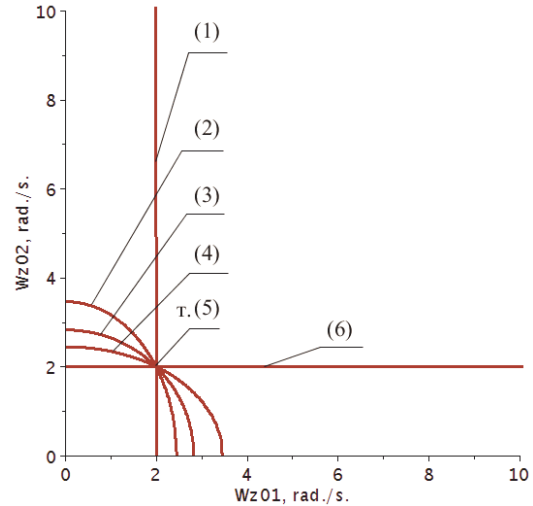
Множество точек вида  $(\omega_{z01}, \omega_{z02})$  описывают частоты «зануления» класса диад, для которых сумма парциальных частот равна квадрату собственной частоты исходной механической системы  $\omega_2^2$  при фиксированном соотношении приложенных сил  $l$ .

На рис. 4 изображены графики функций частот «зануления»  $\omega_{z01}(\omega_{01p})$ ,  $\omega_{z02}(\omega_{01p})$  в зависимости от частоты динамического гашения  $\omega_{01p}$  при фиксированных параметрах соотношения амплитуд силового возмущения  $l$ :

$$\begin{cases} \omega_{z01}(\omega_{01p}) = \omega_{01p} \sqrt{1+l}, \\ \omega_{z02}(\omega_{01p}) = \sqrt{\omega_2^2 - \omega_{01p}^2} \sqrt{1+1/l}, \end{cases} \quad (59)$$

где  $\omega_{01p}$  является варьируемой независимой переменной, подставляемой вместо частоты динамического гашения  $\omega_{01}$  в (56) с учетом условия  $\omega_2^2 = \omega_{01}^2 + \omega_{02}^2$ . Кривая (3) (рис. 4) иллюстрирует множество частот «зануления» для всевозможных диад с частотой собственных колебаний  $\omega_2$ , для которых амплитуды приложенных сил находятся в отношении  $l = 1$ . Буквально, это означает, что для любой диады с собственной частотой  $\omega_2$ , в случае равенства приложенных к массам  $m_1$ ,  $m_2$  сил, частоты «зануления» находятся на окружности радиуса  $\omega_2$ . Кривые (2) и (4) (рис. 4) представляют собой множество частот «зануления» для отношения амплитуд сил  $l = 0.5$  и  $l = 2$  соответственно. Прямые (1) и (6) (рис. 4) представляют собой предель-

ные варианты множеств, характеризующих частоты «зануления» диады в случае приложения силы только к массе  $m_1$  и только к массе  $m_2$ . В частности, особенностью частоты «зануления»  $\omega_{z02}$  второй координаты, соответствующей варианту приложения силы только к массе  $m_1$ , является неустойчивость к изменению амплитуды колебания  $Q_2$ . Аналогично, если сила с амплитудой  $Q_2$  приложена только к массе  $m_2$ , то частота «зануления» по первой координате  $\omega_{z01}$  неустойчива к изменениям амплитуды  $Q_1$ .



**Рис. 5.** Множество точек вида  $(\omega_{z01}(\omega_{01p}), \omega_{z02}(\omega_{01p}))$ , где  $\omega_{z01}, \omega_{z02}$  — частоты «зануления» при фиксированном соотношении амплитуд  $l > 0$ ;  $\omega_{01p}$  — частота динамического гашения, независимая переменная. Кривая (1) соответствует  $l = 0.0001$ ; кривая (2):  $l = 0.5$ ; кривая (3):  $l = 1$ ; кривая (4):  $l = 2$ ; точка (5) — точка с координатой  $(\omega_2, \omega_2)$ , где  $\omega_2$  — собственная частота; кривая (5):  $l = 10\,000$

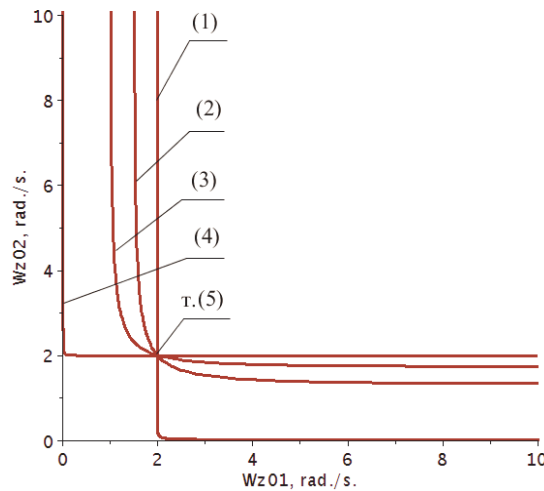
**Эффект «зануления» координат при различных сочетаниях амплитуд силового возмущения.** Частоты «зануления»  $\omega_{z01}, \omega_{z02}$  для вариантов диад, когда парциальные частоты  $\omega_{01}$ ,  $\omega_{02}$  фиксированы, и сумма их квадратов неизменна и равна квадрату собственной частоты  $\omega_2$ , а отношение амплитуд сил  $l = Q_2/Q_1$  принимает различные значения, могут быть рассмотрены как функции независимой переменной  $l > 0$ :

$$\begin{cases} \omega_{z01}(l) = \omega_{01} \sqrt{1+l}, \\ \omega_{z02}(l) = \omega_{02} \sqrt{1+1/l}. \end{cases} \quad (60)$$

На основе зависимости (60), фиксируя некоторые значения парциальных частот  $\omega_{01}, \omega_{02}$  с учетом равенства  $\omega_{01}^2 + \omega_{02}^2 = \omega_2^2$  и непрерывно изменяя отношение приложенных сил  $l$ , точка  $(\omega_{z01}(l), \omega_{z02}(l))$  опишет на плоскости кривую, график которой позволяет детализировать представления об особенностях динамических режимов «зануления» координат диады.

На рис. 5 представлены кривые, характеризующие частоты «зануления» в зависимости от приложенных

сил, для различных вариантов частоты динамического гашения. По оси абсцисс откладывается частота «зануления» первой координаты  $\omega_{z01}$ , по оси ординат — частота «зануления» второй координаты. Кривая (1) (рис. 5) представляет собой множество частот «зануления», соответствующих частоте динамического гашения  $\omega_{01p} = \omega_2$  для всевозможных вариантов сил  $l > 0$ . Кривые (2) и (3) (рис. 5) представляют собой множество частот «зануления», когда  $\omega_{01p} = \omega_{02}$  и  $\omega_{01p} = \omega_{01}$  соответственно. Кривая (4) (рис. 5) характеризует множество частот «зануления», соответствующих варианту  $\omega_{01p} \approx \omega_1$ . Все кривые пересекаются в точке (т. 5, рис. 5) с координатой  $(\omega_2, \omega_2)$ .



**Рис. 6.** Множество точек вида  $(\omega_{z01}(l), \omega_{z02}(l))$  частот «зануления» при фиксированных частотах динамического гашения  $\omega_{01p}$ : кривая (1) — кривая, соответствующая значению частоты  $\omega_{01p} = \omega_2$ ; кривая (2) —  $\omega_{01p} = \omega_{02}$ ; кривая (3) —  $\omega_{01p} = \omega_{01}$ ; кривая (4) —  $\omega_{01p} = 0.01$  ( $\omega_{01p} \approx \omega_1$ ); точка (5) — точка с координатой  $(\omega_2, \omega_2)$

К особенностям динамических характеристик диад следует отнести тот факт, что, в случае близости частоты динамического гашения по первой координате к собственным частотам, частоты «зануления» приобретают «дискретно-непрерывный» характер в том смысле, что на определенном интервале коэффициента  $l$  одна частота «зануления» «стабилизируется» в окрестности собственной частоты, а вторая — непрерывно изменяется. По мере перехода коэффициента  $l$  через определенное пороговое значение частоты «зануления» как бы меняются местами: та частота, которая непрерывно менялась, стабилизируется, а вторая частота — непрерывно меняется.

**Биения.** Рассмотрим компоненту решения (29), которая формирует биение при нулевых начальных условиях и  $F_1 = 0$ ,  $F_2 \neq 0$ :

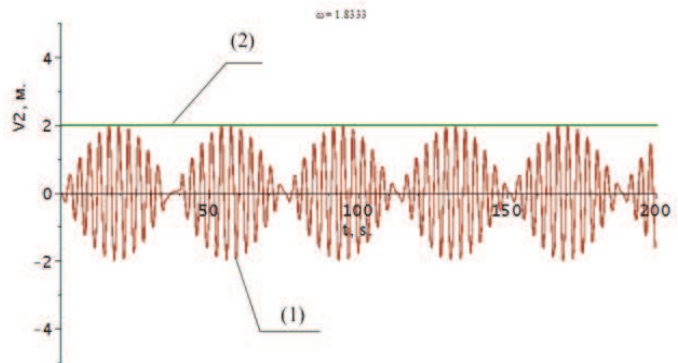
$$\begin{cases} v^{(b)}_1(t) = 0, \\ v^{(b)}_2(t) = \frac{\omega F_2}{M_{\Pi}(\omega^2 - \omega_2^2)} \left( \frac{\sin(\omega_2 t)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right). \end{cases} \quad (61)$$

Процесс периодических биений может быть интерпретирован как колебательный процесс с частотой  $\omega_{(b)}$ , периодом  $T_{(b)}$  и максимальной амплитудой колебания  $A_{(b)}$

$$\omega_{(b)} = \omega_2 - \omega, \quad (62) \quad T_{(b)} = \frac{2\pi}{|\omega_2 - \omega|}, \quad (63)$$

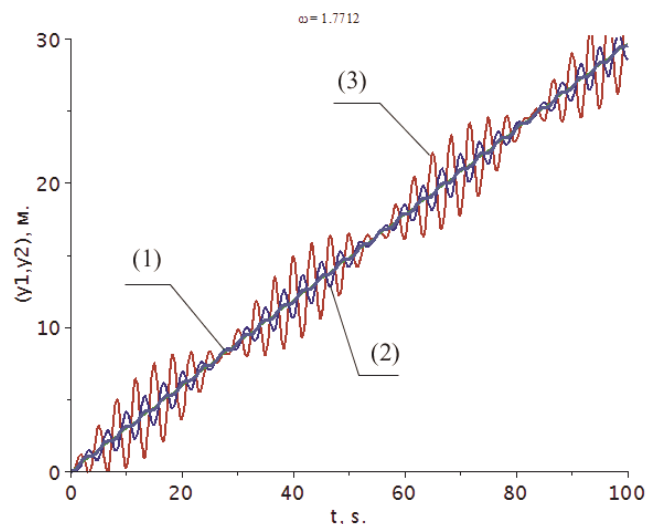
$$A_{(b)} = \left| \frac{F_2}{M_{\Pi}(\omega_2 - \omega)\omega_2} \right|. \quad (64)$$

На рис. 6 представлен характерный процесс биения, соответствующий компоненте  $v^{(b)}_2(t)$ . По оси абсцисс отложено время, по оси ординат — координата  $v^{(b)}_2(t)$ .



**Рис. 7.** Биение в относительной системе координат  $v_1, v_2$ : кривая (1) — график функции  $v^{(b)}_2(t)$ ; прямая (2) — указывает величину максимальной амплитуды биения

В общем случае, приложение внешних сил и учет начальных условий формируют сложное движение диады. На рис. 7 приведен пример движения диады при действии силового возмущения.



**Рис. 8.** Эффект биения в системе координат  $y_1, y_2$  под действием сил с амплитудами  $Q_1 \neq 0$ ,  $Q_2 \neq 0$  и нулевыми начальными условиями: кривая (1) — график движения центра масс диады; кривые (2) и (3) — графики координат  $y_2$ ,  $y_1$  соответственно

Таким образом, движения диады имеют признаки колебательных процессов, реализующихся в маятниковых системах, для которых характерны эффекты динамического гашения, биения и перераспределения энергии [21].

**Диада: подходы на основе методов структурного математического моделирования.**

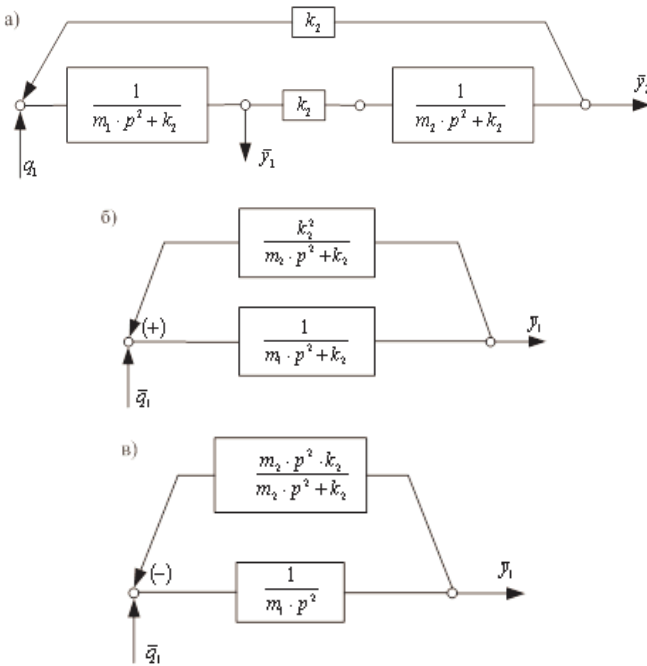
1. *Структурная математическая модель.* Структурная математическая модель может быть получена на основе преобразования Лапласа (при нулевых начальных условиях). В частности, (3) и (4) преобразуются к виду:

$$\begin{cases} (m_1 p^2 + k_2) \bar{y}_1 - k_2 \bar{y}_2 = \bar{q}_1, \\ -k_2 \bar{y}_1 + (m_2 p^2 + k_2) \bar{y}_2 = 0, \end{cases} \quad (65)$$

$$\begin{cases} (m_1 p^2 + k_2) \bar{y}_1 - k_2 \bar{y}_2 = \bar{q}_1, \\ -k_2 \bar{y}_1 + (m_2 p^2 + k_2) \bar{y}_2 = 0, \end{cases} \quad (66)$$

где  $p = j\omega$  — комплексная переменная  $j = \sqrt{-1}$ . Значок  $\leftrightarrow$  над переменной означает преобразование по Лапласу [2, 10, 15].

На основе (65) и (66) может быть построена структурная схема эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления (или структурная математическая модель системы), что приводит к рис. 8.



**Рис. 9.** Структурная схема диады (по рис. 1) в координатах  $\bar{y}_1, \bar{y}_2$ : а — схема общего вида; б — структурная схема с исключением координаты  $\bar{y}_2$ ; в — структурная схема с выделением объекта  $m_1$  и приведенной пружины (приведение структурной модели к системе с одной степенью свободы)

Структурные преобразования (рис. 8) отражают динамические свойства диады. В частности, для оценки свойств диады можно ввести передаточные функции по координатам  $\bar{y}_1, \bar{y}_2$  при силовом возмущении:

$$W_1 = \frac{\bar{y}_1}{\bar{q}_1} = \frac{m_2 p^2 + k_2}{(m_2 p^2 + k_2)(m_1 p^2 + k_2) - k_2^2}, \quad (67)$$

$$W_2 = \frac{\bar{y}_2}{\bar{q}_1} = \frac{k_2}{(m_2 p^2 + k_2)(m_1 p^2 + k_2) - k_2^2}. \quad (68)$$

Собственные частоты  $\omega_1, \omega_2$  определяются из характеристического уравнения системы и равны соответственно:

$$\omega_1 = 0, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k_1}{M_{\Pi}}}. \quad (69)$$

На частоте внешнего воздействия  $n_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$  реализуется режим динамического гашения по первой координате  $y_1$ . Передаточная функция межпарциальных связей имеет вид:

$$W_{21} = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{k_2}{m_2 p^2 + k_2}. \quad (70)$$

Система (рис. 9) в координатах  $\bar{y}_1, \bar{y}_2$  состоит из двух парциальных блоков с парциальными частотами:

$$n_1 = \sqrt{\frac{k_2}{m_1}}, \quad (71) \quad n_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}. \quad (72)$$

Парциальные блоки системы имеют упругую связь, реализуемую звеном с передаточной функцией  $W(p) = k_2$ .

2. *Передаточные функции.* Передаточные функции определяются из структурных схем на рис. 8 и имеют вид:

$$\frac{\bar{y}_1}{\bar{q}_1}(\omega) = \frac{-m_2 \omega^2 + k_2}{A(\omega)}, \quad (73)$$

$$\frac{\bar{y}_2}{\bar{q}_1}(\omega) = \frac{k_2}{A(\omega)}, \quad (74)$$

$$\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega) = \frac{k_2}{m_2 p^2 + k_2}, \quad (75)$$

где  $A(\omega) = (m_2 p^2 + k_2)(m_1 p^2 + k_2) - k_2^2$ .

С учетом передаточных функций (67), (68), (70) могут быть построены амплитудно-частотные характеристики  $\frac{\bar{y}_1}{\bar{q}_1}(\omega), \frac{\bar{y}_2}{\bar{q}_1}(\omega), \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega)$ .

На рис. 9 представлен график амплитудно-частотной характеристики  $\frac{\bar{y}_1}{\bar{q}_1}(\omega)$ . По оси абсцисс отложена частота внешней возмущающей силы  $\omega$ , по ординате — отношение амплитуды колебания координаты  $y_1$  к амплитуде приложенной силы. Точка  $\omega=0$  является полюсом амплитудно-частотной характеристики  $\frac{\bar{y}_1}{\bar{q}_1}(\omega)$ , при котором колебание координаты и приложенной силы происходит в противофазе, на интервале  $(0, \omega_{01})$ . Отметим, что в (т. 1, рис. 9)  $\omega = \omega_{01}$ , являющийся нулем амплитудно-частотной характеристики,

система при силе  $Q_1$ , приложенной к массе  $m_1$ , имеет режим динамического гашения колебаний. На интервале  $(\omega_{01}, \omega_2)$  происходит «синхронизация» фаз колебания координаты  $y_1$  и приложенной силы  $q_1$ . Точка (т. 2, рис. 9)  $\omega = \omega_2$ , в которой график амплитудно-частотной характеристики терпит разрыв 2-го рода, определяет резонанс. После резонанса на интервале  $(\omega_2, \infty)$  колебания координаты и приложенной силы происходят в противофазе.

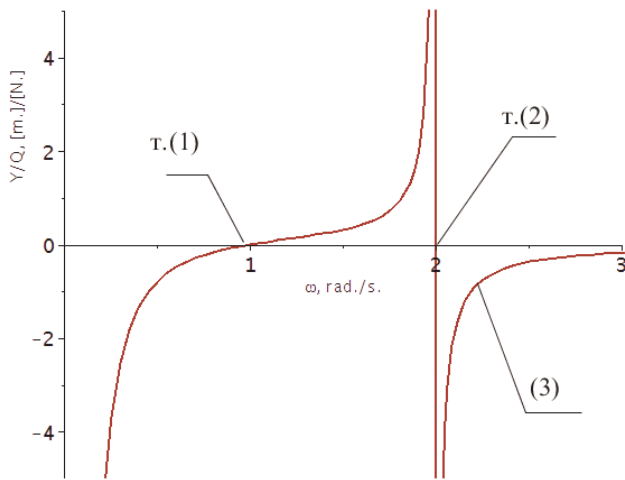


Рис. 10. Амплитудно-частотная характеристика  $\bar{y}_1(\omega)$ :

точка (1) — частота динамического гашения первой координаты; точка (2) — собственная частота; кривая (3) — график амплитудно-частотной характеристики с двумя полюсами в точках собственных частот и одним нулем — в точке динамического гашения

На рис. 10 представлен график амплитудно-частотной характеристики  $\bar{y}_2(\omega)$ . По оси абсцисс отложена частота  $\omega$  внешнего силового возмущения. В точках  $\omega = 0$  и  $\omega = \omega_2$  функция терпит разрыв 2-го рода. В точке (2) на рис. 10 в системе реализуется режим резонанса. На интервале  $(\omega_1, \omega_2)$  колебания амплитуды  $y_2$  и амплитуды вынужденной силы находятся в противофазе. После перехода через резонанс  $\omega = \omega_2$  (т. 2, рис. 10) происходит «синхронизация» фаз колебания координаты  $\bar{y}_2$  и колебания вынуждающей силы  $q_1$ . График (1, рис. 10) не имеет нулей, и в системе отсутствуют режимы динамического гашения.

Изменение знака амплитудно-частотной характеристики при переходе через точку (2) показывает изменение режима относительного колебания координаты  $\bar{y}_2$  и приложенной к массе  $m_1$  силы  $q_1$ , в частности, происходит смена режима колебания в противофазе на режим синфазного колебания.

На рис. 11 приведена частотная характеристика межпарциальных связей, которая дает представление о формах связности движения.

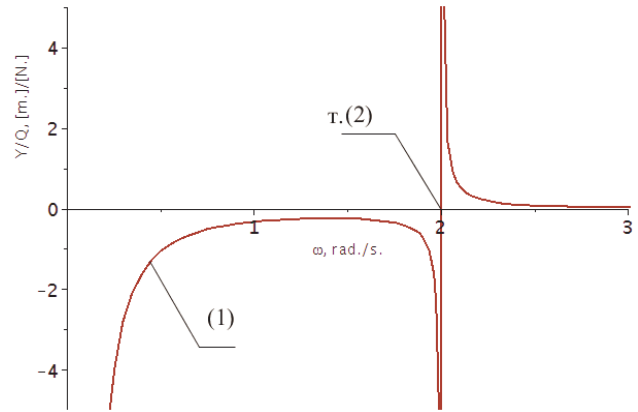


Рис. 11. Амплитудно-частотная характеристика  $\bar{y}_2(\omega)$ :

кривая (1) представляет собой график амплитудно-частотной характеристики; точка (2) — собственная частота, в которой разрыв 2-го рода амплитудно-частотной функции отражает эффект резонанса

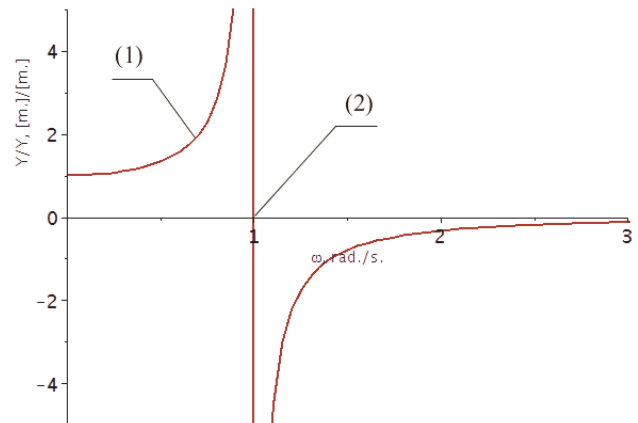


Рис. 12. Амплитудно-частотная характеристика  $\bar{y}_2(\omega)$ :

кривая (1) — график межпарциальной частотной функции с разрывом 2-го рода в точке (2); точка (2) — частота динамического гашения координаты  $y_1$ ; интервал  $(\omega_1, \omega_{01})$  соответствует первой форме синфазного колебания, интервал  $(\omega_{01}, \infty)$  — второй форме колебания в противофазе

В частности, в первом диапазоне частот от  $\omega = 0$  до точки (2) на рис. 11, представляющем интервал  $(\omega_1, \omega_{01})$ , движение координат  $y_1, y_2$  происходит синфазно (частотная характеристика положительна). После прохождения частоты динамического гашения по координате  $y_1$ , являющейся для парциальной частотной функции точкой разрыва 2-го рода, движение по координатам  $y_1, y_2$  происходит в противофазе (частотная функция отрицательна на интервале  $(\omega_{01}, \infty)$ ). Более подробные сведения об использовании передаточных функций межпарциальных связей можно найти в работах [22, 23].



3. *Частотно-энергетическая функция.* Рассматривается система координат  $Y_1$  и  $Y_2$ . Кинетическая и потенциальная энергии определяются соответственно:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2, \quad (76) \quad \Pi = \frac{1}{2} k_2 (y_2 - y_1)^2. \quad (77)$$

Полагается, что система совершает собственные колебания  $y_2 = A_2 \sin \omega t$ ,  $y_1 = A_1 \sin \omega t$ . Отношение амплитуд составляет  $\alpha = A_2/A_1$ . Можно показать, что максимум кинетической и потенциальной энергии совпадают:

$$T_{\max} = \Pi_{\max}. \quad (78)$$

Таким образом, частотно-энергетическая функция принимает вид:

$$\omega^2 = \frac{k_2(\alpha-1)^2}{m_1 + \alpha^2 m_2}. \quad (79)$$

Найдем первую производную функции (79):

$$\frac{\partial(\omega^2)}{\partial \alpha} = \frac{2k_2(\alpha-1)(m_1 + \alpha m_2)}{(m_1 + \alpha^2 m_2)^2} \quad (80)$$

и найдем две экстремальных точки:

$$\alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = -\frac{m_1}{m_2}. \quad (81)$$

Отметим, что для диады выполняются условия:

$$\omega^2(\alpha_1) = 0, \quad \omega^2(\alpha_2) = k_2 \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}, \quad \omega^2(0) = \frac{k_2}{m_1},$$

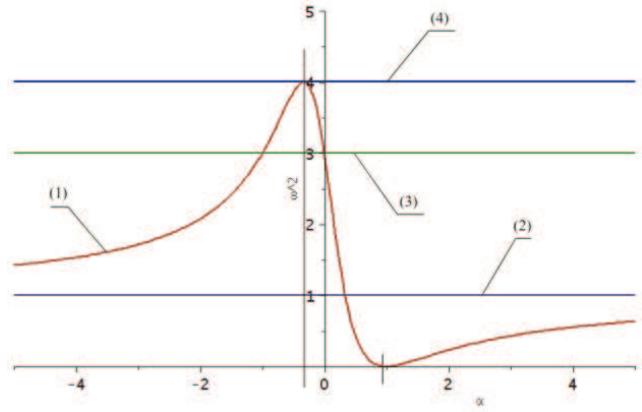
$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \omega^2(\alpha) = \frac{k_2}{m_2}, \quad \omega^2 = \frac{k_2(\alpha-1)^2}{m_1 + \alpha^2 m_2}. \quad (82)$$

На рис. 12 приведен график частотной энергетической функции. По оси абсцисс отложен коэффициент  $\alpha \rightarrow \infty$ . График в системе координат  $y_1, y_2$  имеет характерную форму, определяющую возможности проявления экстремальных свойств на двух частотах, в данном случае,  $\omega^2(\alpha_1)$ ,  $\omega^2(\alpha_2)$ . График частотно-энергетической функции (1, рис. 12) при  $\alpha \rightarrow \infty$  обладает асимптотой (2, рис. 12), ордината которой равна частоте динамического гашения  $\omega_{01}$ . Пересечение графика энергетической функции оси ординат определяет вторую частоту динамического гашения  $\omega_{02}$  со значением, представленным прямой (3, рис. 12). Максимум и минимум энергетической функции определяют собственные частоты.

При переходе к системе координат  $v_1, v_2$  меняются вид частотной энергетической функции и ее график.

Рассматривается система координат  $V_1$  и  $V_2$ . Кинетическая и потенциальная энергии равны соответственно:

$$T = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{v}_1^2 + \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \dot{v}_2^2, \quad (83) \quad \Pi = \frac{1}{2} k_2 v_2^2. \quad (84)$$



**Рис. 13.** Энергетическая функция в системе координат  $Y_1, Y_2$ : кривая (1) — график частотно-энергетической функции; прямая (2) — асимптота частотно-энергетической функции при  $\alpha \rightarrow \infty$ , равная частоте динамического гашения  $\omega_{01}$ ; прямая (3) пересекает частотно-энергетическую функцию в значении частоты динамического значения  $\omega_{02}$ ; прямая (4) пересекает график частотно-энергетической функции в точке максимума

Полагается, что система совершает собственные колебания  $v_2 = B_2 \sin \omega t$ ,  $v_1 = B_1 \sin \omega t$ . Отношение амплитуд составляет  $\beta = B_2/B_1$ . Из соотношения  $T_{\max} = \Pi_{\max}$ , представленного в переменных  $\beta, B_1$  получается соотношение:

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) \omega^2 B_1^2 + \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \omega^2 \beta^2 B_1^2 = \frac{1}{2} k_2 \beta^2 B_1^2. \quad (85)$$

Полученное выражение может быть преобразовано к виду:

$$\frac{1}{\omega_0^2 \beta^2} + \frac{1}{\omega_2^2} = \frac{1}{\omega^2}, \quad (86)$$

$$\text{где } \omega_0^2 = \frac{k_2}{m_1 + m_2}.$$

Таким образом, частотно-энергетическая функция имеет вид:

$$\omega^2 = \frac{\beta^2 \omega_0^2 \omega_2^2}{\beta^2 \omega_0^2 + \omega_2^2}. \quad (87)$$

Возьмем первую производную:

$$\frac{\partial(\omega^2)}{\partial \beta} = \frac{2\beta \omega_2^4 \omega_0^2}{(\beta^2 \omega_0^2 + \omega_2^2)^2}. \quad (88)$$

Функция  $\omega^2(\beta)$  монотонно возрастает на положительной полуоси  $\beta \geq 0$ . Если коэффициент формы  $\beta_1 = 0$ , то функция  $\omega^2$  достигает локального минимума, равного нулю. Если коэффициент формы стремится к бесконечности  $\beta \rightarrow \infty$ , то функция  $\omega^2 \rightarrow \omega_2^2$ . Частоты динамического гашения совпадают с собственными частотами. Локальные максимум и минимум вырождаются в асимптотические значения [24].

### Заключение

1. Диада, если рассматриваются плоские механические колебательные системы с несколькими степенями свободы, представляет собой достаточно автономное структурное образование, которое обладает характерными динамическими свойствами. Это проявляется в особенностях частотных характеристик, наличии определенных соотношений между координатами системы в формах свободных и вынужденных движений. Свойства диад сохраняются при переходе к другим системам координат, однако при этом необходимо соблюдение определенных условий.

2. Авторами развита и детализирована технология построения математических моделей диад в разных системах координат с выявлением особенностей динамических взаимодействий. Отмечено, что диады при ненулевых условиях могут аккумулировать механическую энергию, что представляет интерес для развития подходов, связанных с оценкой возможностей передачи энергии в цепных структурах.

3. При действии внешних гармонических возмущений в диаде реализуются характерные для колебательных систем динамические режимы взаимодействия массоинерционных элементов.

4. Отмечено, что показатели форм колебаний, проявляющиеся в свободных движениях и определяемые соответствующими коэффициентами форм движения, связаны общими зависимостями, которые проявляются между частотами собственных колебаний. Авторами разработан метод определения коэффициентов форм и частот собственных колебаний на основе использования частотных характеристик межпарциальных связей. Показано, что при последовательном возбуждении движения массоинерционных элементов диады через приложения гармонических сил последовательно к обоим массам можно однозначно определить частоты собственных колебаний, коэффициенты форм и обратно.

5. Внешние гармонические возмущения в диаде возбуждают движение по определенным собственным формам, характерным для собственных колебаний. При этом параметры таких движений определяются значениями массоинерционных и упругих характеристик элементов системы.

### Литература

1. Фролов К.В., Фурман Ф.А. Прикладная теория виброзащитных систем. М.: Машиностроение, 1985. 286 с.
2. Елисеев С.В., Артюнин А.И. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем. Новосибирск, 2016. 459 с.
3. Елисеев С.В., Хоменко А.П. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования. Новосибирск: Наука, 2014. 357 с.
4. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton; London; New York; Washington D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.

5. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection, Springer International Publishing. Switzerland, 2016. 708 p.
6. Махутов Н.А. Прочность, ресурс, живучесть и безопасность машин: моногр. М.: URSS, 2008. 574 с.
7. Лончих П.А., Елисеев С.В. Динамическое качество машин и оборудования как инструмент обеспечения надежности производства и конкурентоспособности процессов: моногр. Иркутск: Изд-во Иркут. гос. техн. ун-та, 2014. 322 с.
8. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Увер У. Теория колебаний в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985. 472 с.
9. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем: Минск, 2004. 640 с.
10. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Ситов И.С. Динамика механических систем. Рычажные и инерционно-упругие связи. СПб.: Политехника, 2013. 320 с.
11. Елисеев С.В., Резник А.П., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем: моногр. Новосибирск: Наука, 2011. 383 с.
12. Хоменко А.П., Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. Системный анализ и математическое моделирование в мехатронике виброзащитных систем. Иркутск: ИрГУПС, 2012. 288 с.
13. Емельянов С.В., Коровин С.К. Новые типы обратной связи: Управление при не определенности. М.: Наука: Физматлит, 1997. 352 с.
14. Ленк А. Электромеханические системы. Системы с сосредоточенными параметрами. М.: Мир, 1978. 288 с.
15. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П., Засядко А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов. Иркутск: Изд-во ИГУ, 2008. С. 523.
16. Цзе Ф.С., Морзе И.Е., Хинл Р.Т. Механические колебания. М.: Машиностроение, 1966. 508 с.
17. Елисеев С.В., Большаков Р.С., Нгуен Д.Х., Вьонг К.Ч. Определение частот собственных колебаний механических колебательных систем: особенности использования частотной энергетической функции. Ч. 1 // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2016. № 6 (113). С. 26-33.
18. Елисеев С.В., Большаков Р.С., Нгуен Д.Х., Вьонг К.Ч. Определение частот собственных колебаний механических колебательных систем: особенности использования частотной энергетической функции. Ч. 2. // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2016. № 7 (114). С. 10-23.
19. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1978. 640 с.
20. Степанов Н.Ф. Квантовая механика и квантовая химия. М.: Мир, 2001. 519 с.
21. Зоммерфельд А. Механика. М.; Ижевск: НИЦ РХД, 2001. 368 с.
22. Елисеев С.В., Лончих П.Л. Оценка форм взаимодействия между парциальными системами в механических цепях. Возможные упрощения // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2012. № 6 (65). С. 17-21.
23. Елисеев С.В., Трофимов А.Н., Каимов Е.В. О формах парциальной связности в колебаниях механических систем // Междунар. журн. прикладных и фундаментальных исследований. 2014. № 5-1. С. 15-25.
24. Хоменко А.П., Елисеев С.В. Развитие энергетического метода определения частот свободных колебаний механических систем // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2016. № 1 (49). С. 8-19.

### References

1. Frolov K.V., Furman F.A. Applied theory of vibration protection systems. M.: Mashinostroenie, 1985. 286 p.
2. Eliseev S.V., Artyunin A.I. Applied theory of oscillations in problems of dynamics of linear mechanical systems. Novosibirsk, 2016. 459 p.
3. Eliseev S.V., Khomenko A.P. Dynamic oscillation: concept of feedback and structural methods of mathematical modeling. Novosibirsk: Nauka, 2014. 357 p.
4. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton; London; New York; Washington D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
5. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection, Springer International Publishing, Switzerland, 2016. 708 p.
6. Makhutov N.A. Durability, resource, survivability and safety of machines: monogr. M.: URSS, 2008. 574 p.
7. Lontsikh P.A., Eliseev S.V. The dynamic quality of machinery and equipment as a tool to ensure reliability of production and competitiveness of the processes: monogr. Irkutsk: Izd-vo Irkut. gos. tekhn. un-ta, 2014. 322 p.
8. Timoshenko S.P., Yang D.Kh., Uver U. Theory of oscillations in engineering. M.: Mashinostroenie, 1985. 472 p.
9. Tarasik V.P. Mathematical modeling of technical systems: Minsk, 2004. 640 p.
10. Belokobyl'skii S.V., Eliseev S.V., Sitov I.S. Dynamics of mechanical systems. Lever and inertial-elastic connection. SPb.: Politehnika, 2013. 320 p.
11. Eliseev S.V., Reznik A.P., Khomenko A.P. Mechatronic approaches in the dynamics of mechanical oscillation systems: monogr. Novosibirsk: Nauka, 2011. 383 p.
12. Khomenko A.P., Eliseev S.V., Ermoshenko Yu.V. System analysis and mathematical modeling in mechatronics vibration isolation systems. Irkutsk: IrGUPS, 2012. 288 p.
13. Emel'yanov S.V., Korovin S.K. New types of feedback: Management under uncertainty. M.: Nauka: Fizmatlit, 1997. 352 p.
14. Lenk A. Electromechanical system. System with lumped parameters. M.: Mir, 1978. 288 p.
15. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P., Zasyadko A.A. Dynamic synthesis of generalized problems of vibration and vibration control of technical objects. Irkutsk: Izd-vo IGU, 2008. 523 p.
16. Tsze F.S., Morze I.E., Khinl R.T. Mechanical vibrations. M.: Mashinostroenie, 1966. 508 p.
17. Eliseev S.V., Bol'shakov R.S., Nguen D.Kh., Vyong K.Ch. Determination of the natural frequencies of mechanical oscillation systems: the use of features of frequency energy function. Part I // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2016. № 6 (113). P. 26-33.
18. Eliseev S.V., Bol'shakov R.S., Nguen D.Kh., Vyong K.Ch. Determination of the natural frequencies of mechanical oscillation systems: the use of features of frequency energy function. Part II // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2016. № 7 (114). P. 10-23.
19. Artobolevskii I.I. Theory of mechanisms and machines. M.: Nauka, 1978. 640 p.
20. Stepanov N.F. Quantum mechanics and quantum chemistry. M.: Mir, 2001. 519 p.
21. Zommerfel'd A. Mechanics. M.; Izhevsk: NITs RKhD, 2001. 368 p.
22. Eliseev S.V., Lontsikh P.L. Evaluation of forms of interaction between the partial systems in the machine circuits. Possible simplification // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2012. № 6 (65). P. 17-21.
23. Eliseev S.V., Trofimov A.N., Kaimov E.V. The forms of partial coherence in oscillations of mechanical systems // International Journal of Applied and Fundamental Research. 2014. № 5-1. P. 15-25.
24. Khomenko A.P., Eliseev S.V. The development of the energy method for the determination of frequencies of free oscillations of mechanical systems // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2016. № 1 (49). P. 8-19.

## Моделирование влияния напряженного состояния на структурные превращения в элементах конструкций в процессе термообработки

Л.А. Бохоева<sup>1 а</sup>, Е.Б. Бочектуева<sup>1 б</sup>, В.Е. Рогов<sup>2 с</sup>

<sup>1</sup>Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления, ул. Ключевская 40в, Улан-Удэ, Республика Бурятия

<sup>2</sup>Байкальский институт природопользования Сибирского отделения РАН, ул. Сахьяновой 6, Улан-Удэ, Россия

<sup>а</sup>bohoeva@yandex.ru, <sup>б</sup>bochektueva.e@yandex.ru, <sup>с</sup>rogov54v@mail.ru

Статья поступила 3.10.2017, принята 27.10.2017

*В статье представлен расчет формирования различных структур при термической обработке. Кинетика превращений в деталях при термообработке существенно отличается от кинетики, полученной для стали, не подвергавшейся механическому воздействию. Влияние пластических деформаций при этом незначительно. Источниками остаточных термонапряжений являются деформации, связанные с неравномерностью температурного поля и со структурными превращениями. Остаточные напряжения, возникающие в элементах после их изготовления, формируются в процессе окончательной термической обработки. Для определения указанных термических напряжений необходимо решить связанную задачу термоупругоупруго-пластичности для материала с нестационарной структурой. Нестабильность структуры обусловлена тем, что при термической обработке стали происходят ее структурные превращения, в процессе которых выделяется скрытая теплота структурных переходов, а также происходит изменение объема, связанное с формированием другой кристаллической решетки. Кроме этого, структурные превращения оказывают существенное влияние на механические свойства стали. Сложные температурные режимы, реализуемые при термообработке прокатных валков, предъявляют особые требования к расчету структурного состояния.*

**Ключевые слова:** термическая обработка; структурное состояние; аустенит; живучесть.

## Modeling the influence of stress on structural transformations in structural elements during heat treatment

L.A. Bokhoeva<sup>1 а</sup>, E.B. Bochektueva<sup>1 б</sup>, V.E. Rogov<sup>2 с</sup>

<sup>1</sup>East Siberian State University of Technology and Management; 40B, Kluchevskaya St., Ulan-Ude, Republic of Buryatia, Russia

<sup>2</sup>Baikal Institute of Nature Management Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Sakhyanovoy str., 6Ulan-Ude, Russia

<sup>а</sup>bohoeva@yandex.ru, <sup>б</sup>bochektueva.e@yandex.ru, <sup>с</sup>rogov54v@mail.ru

Received 3.10.2017, accepted 27.10.2017

*The calculation of the formation of various structures during heat treatment is presented in the article. The kinetics of transformations in details during heat treatment is significantly different from the kinetics obtained for steel not subjected to mechanical action. The effect of plastic deformation is insignificant. The sources of residual thermal stresses are deformations associated with the unevenness of the temperature field and with structural transformations. Residual stresses arising in the elements after their manufacture are formed during the final heat treatment. To determine these thermal stresses, it is necessary to solve the related problem of thermoelastic coupler plasticity for a material with a nonstationary structure. The instability of the structure is due to the fact that during the thermal treatment of steel structural transformations take place in it. In the course of these transformations, the latent heat of the structural transitions is released, and a volume change is associated with the formation of another crystal lattice. In addition, structural transformations have a significant effect on the mechanical properties of steel. The complex temperature regimes realized during the heat treatment of rolling rolls make special demands on the calculation of the structural state.*

**Key words:** heat treatment; structural state; austenite; survivability.

### Введение

При термообработке различные точки тела нагреваются и остывают по-разному, и поэтому детали имеют неоднородную структуру. Сложные температурные режимы, реализуемые при термообработке, предъявляют особые требования к расчету структурного состояния. Математическое моделирование распада аустенита не может основываться на данных, взятых из термокине-

тических диаграмм, так как условия охлаждения различных точек вала при термической обработке существенно отличаются от охлаждения с постоянной скоростью. Наилучшее согласование с экспериментом достигается в случае прогнозирования структурных превращений при произвольном изменении температуры по теории изокINETических реакций [1, 2].



**Методика расчета структурного состояния.** Для описания изотермического распада аустенита в перлит использовано уравнение Авраами [3], а для бейнитного превращения — более сложное уравнение, учитывающее ускорение хода превращения под нагрузкой и снижение предельной степени распада:

$$V_B(\tau) = \{ 1 - \exp [-K_B(t) \cdot (\Omega(\sigma_i) \cdot \tau)^{n_B(t)}] \} \times A(t) \cdot B(\sigma_i) \cdot V_A^B \quad (1)$$

где  $V_B, V_A^B$  — удельные доли бейнита и аустенита, сохранившегося к началу бейнитного превращения, соответственно;  $A$  — предельная степень превращения аустенита в бейнит при данной температуре [4]. Коэффициенты  $K_B$  и  $n_B$  можно определить по изотермической диаграмме превращений переохлажденного аустенита [5]. Зная для каждой температуры время начала  $\tau_H^B$  и конца превращения  $\tau_K^B$ , а также соответствующие им объемные доли перлита  $V_B^H = 0,01$  и  $V_B^K = 0,99$ , получаем:

$$n(t) = \lg \frac{\ln(1 - V_H)}{\ln(1 - V_K)} / \lg \frac{\tau_H}{\tau_K},$$

$$K(t) = - \frac{\ln(1 - V_H)}{(\tau_H)^n}. \quad (2)$$

Подставляя в эти выражения  $\tau_H^B$  и  $\tau_K^B$ , можно получить коэффициенты  $K_B$  и  $n_B$  для любой температуры бейнитной области.

Расчет структурного состава ведется шаговым методом. Плавная кривая изменения температуры в каждой точке валка заменяется ломаной, т. е. принимается, что на каждом  $n$ -ом шаге по времени  $\Delta t_n$  температура мгновенно меняется с  $t_{n-1}$  на  $t_n$  и остается постоянной на данном шаге.

Согласно теории изокинетических реакций переход от изотермической кинетики распада аустенита к не-изотермическим условиям осуществляется на основании правила аддитивности [2; 3]. Уравнения для определения удельной доли бейнита на  $n$ -ом шаге имеют вид [4]:

$$\tau_n^B = \frac{1}{\Omega(\sigma_i^{n-1})} \cdot \left[ - \frac{\ln \left( 1 - V_B^{n-1} / (V_A^B \cdot A(t_n) \cdot B(\sigma_i^{n-1})) \right)}{K(t_n)} \right]^{1/n_B(t_n)}, \quad (3)$$

$$V_B(\tau_n) = \left\{ 1 - \exp \left( -K_B(t_n) [\Omega(\sigma_i^{n-1}) (\tau_n^B + \Delta \tau_n)]^{n_B(t_n)} \right) \right\} \times V_A^B A(t_n) B(\sigma_i^{n-1})$$

где  $\Omega, B$  — эмпирические зависимости, учитывающие ускорение хода превращения и снижения предельной степени распада под нагрузкой;  $\sigma_i$  — интенсивность напряжений.

Выражения для расчета удельной доли перлита получаются из уравнений (1) – (3) при замене индекса «Б» на «П» и значениях  $V_A^B, A, B$  и  $\Omega$ , равных единице.

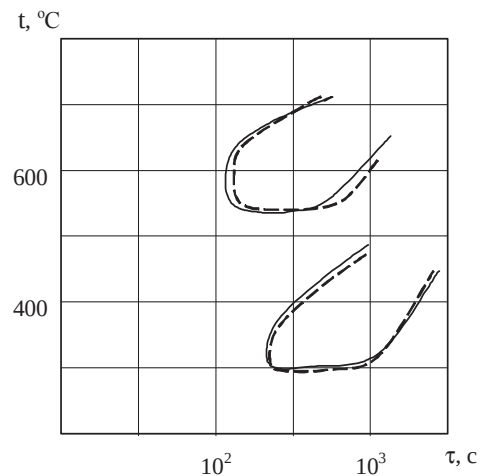
Для описания атермического мартенситного превращения использованы зависимости удельной доли от температуры, полученные в ходе dilatометрического исследования, проведенного в работе [6].

Таким образом, описанная методика расчета структурного состояния позволяет определять в каждой точке валка в каждый момент времени вектор удельных долей аустенита, перлита, бейнита и мартенсита соответственно —  $\{V\} = \{V_A, V_P, V_B, V_M\}$ . По данной методике была создана программа расчета на ПЭВМ. Исходными данными для программы являются: шаг по времени, температура и структурный состав на предыдущем шаге, температура на текущем шаге. Выходными данными — структурный состав, свободная деформация и суммарный коэффициент линейного расширения, учитывающий как чисто температурные деформации, так и деформации, связанные со структурными превращениями.

Адекватность математической модели структурных превращений аустенита подтверждалась посредством сравнения экспериментально полученной в работах [7–10] ТКД для стали 90ХФ с ТКД, прогнозируемой при использовании правила аддитивности. На рис. 1 штриховыми линиями изображены границы перлитной и бейнитной областей, определенные путем численного расчета, а сплошными линиями — экспериментальные кривые. Следует отметить, что для хорошего согласования опытных и расчетных данных в бейнитной области использована методика, изложенная в работе [16], согласно которой производится смещение бейнитной области на ИТД вверх путем подстановки в уравнения, описывающие ИТД, скорректированного значения температуры:

$$t_B = a_B \cdot t, \quad (4)$$

где  $t$  — температура;  $a_B = 0,75$  — коэффициент, полученный в ходе численного эксперимента.



**Рис. 1.** Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) термокинетические диаграммы стали 90ХФ



Остановимся теперь на задании теплофизических характеристик, зависящих от структуры. Коэффициент теплопроводности гетерогенной структуры можно определить, исходя из правила смеси:

$$\lambda = \lambda_\gamma \cdot V_A + \lambda_\alpha \cdot (1 - V_A), \quad (5)$$

где  $\lambda_\gamma, \lambda_\alpha$  — коэффициенты теплопроводности аустенита и продуктов его распада соответственно.

Использование для перлита, бейнита и мартенсита одной зависимости  $\lambda_\alpha$  объясняется несущественным отличием их коэффициентов теплопроводности [8], обусловленным единой основой  $\alpha$ -железа для этих структур. Коэффициент теплопроводности стали в аустенитном состоянии слабо зависит от химического состава, исходя из этого,  $\lambda_\gamma$  принимался по усредненным значениям.

На рис. 2 представлены зависимости коэффициента теплопроводности от температуры для аустенитной стали (1) по усредненным справочным данным [9] и для инструментальной шарикоподшипниковой стали, близкой по химическому составу к валковым сталям, в перлитном состоянии. Указанные зависимости аппроксимировали прямыми линиями (Вт/м·К):

$$\lambda_\gamma = 14,9 + 0,0153 \cdot t$$

$$\lambda_\alpha = 42,1 - 0,0193 \cdot t$$

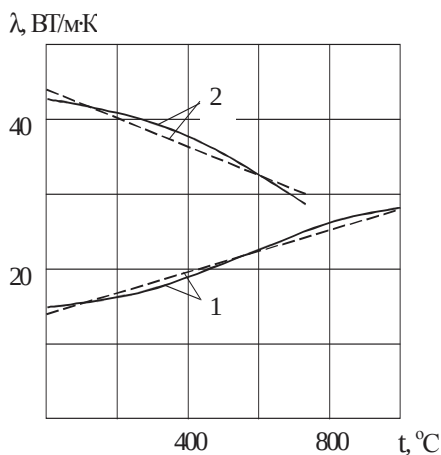


Рис. 2. Коэффициент теплопроводности: сплошные линии — расчет; штриховые линии — эксперимент

Коэффициент теплоемкости считался зависящим только от температуры и принимался по работе [15] в виде:

$$C = 450 + 0,167 \cdot t, \quad \text{Дж/кг·К}$$

Тепловые выделения при различных структурных превращениях рассчитывались по следующей конечно-разностной формуле:

$$q_V^S = \rho \cdot L_S \cdot \frac{\Delta V_S}{\Delta \tau},$$

где  $L_S$  — удельная теплота структурного превращения,  $V_S$  — объемная доля продукта распада.

Предполагая, что объемные деформации, связанные со структурными превращениями, так же, как и чисто температурные, происходят изотропно, плотность можно определить по свободной деформации [18]:

$$\rho = \rho_0 / (1 + 3 \cdot \varepsilon_T),$$

где  $\varepsilon_T$  — свободная деформация, зависящая от температуры и структуры;  $\rho_0 = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  — плотность инструментальной стали в перлитном состоянии при температуре 20 °С.

Кроме отмеченного, вычисление структурного состояния стали в каждой конкретной точке элемента в каждый момент времени необходимо для расчета суммарного коэффициента линейного расширения, учитывая как чисто температурные деформации, так и деформации, связанные с формированием другой кристаллической решетки при структурных превращениях. Этот коэффициент можно определить по следующей формуле:

$$\alpha_n = (\varepsilon_T^n - \varepsilon_T^{n-1}) / \Delta t_n, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_T^n, \varepsilon_T^{n-1}$  — свободные деформации на текущем и предыдущем шаге.

На основании правила смеси свободная деформация гетерогенной структуры  $\varepsilon_T$  может быть определена по свободным деформациям составляющих структур пропорционально их удельным долям [14]:

$$\varepsilon_T = \varepsilon_T^A V_A + \varepsilon_T^P V_P + \varepsilon_T^B V_B + \varepsilon_T^M V_M, \quad (7)$$

где  $\varepsilon_T^A, \varepsilon_T^P, \varepsilon_T^B, \varepsilon_T^M$  — свободные деформации аустенита, перлита, бейнита и мартенсита соответственно, которые можно определить по дилатограммам этих структур.

Принимая во внимание, что коэффициенты линейного расширения перлита, бейнита и мартенсита, имеющих в основе  $\alpha$ -железо [9], должны отличаться незначительно,  $\varepsilon_T^B$  полагалась равной  $\varepsilon_T^P$ , а зависимость для  $\varepsilon_T^M$  получалась посредством смещения перлитной дилатограммы параллельно самой себе в точку со свободной деформацией мартенсита при 20 °С. Зависимости  $\varepsilon_T^A, \varepsilon_T^P, \varepsilon_T^M$  для стали 90ХФ принимались согласно работе [8], в которой было проведено дилатометрическое исследование валковой стали 90ХФ:

$$\begin{aligned} \varepsilon_T^A &= 137 \cdot 10^{-12} t^2 + 221 \cdot 10^{-5} t - 818 \cdot 10^{-3}, \\ \varepsilon_T^P &= 205 \cdot 10^{-14} t^2 + 131 \cdot 10^{-5} t - 261 \cdot 10^{-4}, \\ \varepsilon_T^M &= 205 \cdot 10^{-14} t^2 + 131 \cdot 10^{-5} t + 103 \cdot 10^{-3}. \end{aligned} \quad (8)$$

При использовании численного метода расчета по температуре данного шага по формулам (8) можно рассчитать свободные деформации составляющих структур, а по выражению (7), зная структурный состав, — свободную деформацию гетерогенной структуры. Далее по формуле (6) можно определить суммарный коэффициент линейного расширения.

В качестве иллюстрации на рис. 3 представлено распределение структуры в зависимости от расстояния до рабочей поверхности в срединном сечении рабочего вала, расчет температурного поля [8].

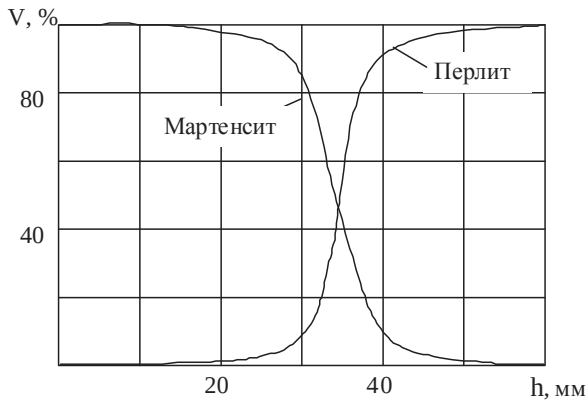


Рис. 3. Распределение структурного состава

На рис. 3 видно, что глубина закаленного слоя, содержащего 85–100 % мартенсита и имеющего твердость 93–98 HSD, составляет около 30 мм.

**Математическая модель формирования остаточных напряжений.** Реальные процессы термообработки деталей протекают таким образом, что в различных температурных интервалах в них могут формироваться как пластические деформации, так и деформации ползучести, поэтому математическая модель процесса формирования термических остаточных напряжений должна базироваться на упруговязкопластическом расчете [11–13]. В работе используется подход к решению задачи термоупруговязкопластичности, при котором принимается, что тензор полной скорости деформации можно представить в виде суммы:

$$\xi_{ij} = \xi_{ij}^e + \xi_{ij}^p + \xi_{ij}^c + \delta_{ij} \cdot \frac{d\epsilon_T}{d\tau}, \quad (9)$$

где  $\xi_{ij}^e, \xi_{ij}^p, \xi_{ij}^c$  — компоненты скорости упругой, пластической деформации и деформации ползучести соответственно;  $\epsilon_T$  — свободная деформация, учитывающая температурные и структурные изменения объема;  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера.

Для решения физически нелинейной задачи термоупруговязкопластичности для материала с нестабильной структурой применялся шаговый метод дополнительных деформаций. В основу расчета были положены неизотермическая теория пластического течения и неизотермическая теория ползучести с изотропным упрочнением, распространенные на случай материала с нестабильной структурой [18].

Согласно методу дополнительных деформаций, решение ведется в приращениях деформаций. При численной реализации приращение деформаций можно записать в конечно-разностной форме:

$$\Delta\epsilon_{ij} = \Delta\epsilon_{ij}^e + \Delta\epsilon_{ij}^p + \Delta\epsilon_{ij}^c + \delta_{ij} \cdot \Delta\epsilon_T, \quad (10)$$

где  $\Delta\epsilon_{ij}^e, \Delta\epsilon_{ij}^p, \Delta\epsilon_{ij}^c, \Delta\epsilon_{ij}^c$  — компоненты приращения упругой, пластической деформации и деформации ползу-

чести соответственно;  $\Delta\epsilon_T = \alpha \cdot \Delta t$ ;  $\alpha$  — суммарный коэффициент линейного расширения.

Согласно методу дополнительных деформаций, решение задачи термоупруговязкопластичности сводится к последовательному решению задачи термоупругости. При этом три последних слагаемых в уравнении (10) объединяются в одно, тогда:

$$\Delta\epsilon_{ij} = \Delta\epsilon_{ij}^e + \Delta\epsilon_{ij}^0,$$

где  $\Delta\epsilon_{ij}^0 = \Delta\epsilon_{ij}^p + \Delta\epsilon_{ij}^c + \delta_{ij} \cdot \Delta\epsilon_T$  — дополнительная деформация.

Величина  $\Delta\epsilon_T$  остается постоянной на шаге,  $\Delta\epsilon_{ij}^p$

и  $\Delta\epsilon_{ij}^c$  итерационно уточняются.

Согласно работе [16] сделано предположение о существовании пластического потенциала, зависящего не только от параметра Удквиста и температуры, но также и от структурного состава:

$$F_p = (3/2 \cdot S_{ij} \cdot S_{ij})^{1/2} - f_T(q_p, Q) = 0 \quad (11)$$

где  $S_{ij}$  — девиатор напряжений;  $q_p$  — параметр Удквиста при пластичности;  $Q$  — параметр, характеризующий температурное и структурное состояние стали.

Откуда:

$$\sigma_i = f_T(q_p, Q). \quad (12)$$

Выбор условия пластичности в виде соотношения (12) равносильно гипотезе о том, что при данных температуре и структурном составе интенсивность напряжений является функцией параметра Удквиста [19], не зависящей от типа напряженного состояния. Таким образом, функцию  $f_T$  можно получить из мгновенных кривых растяжения, представив их в виде:

$$\sigma = f_T(q_p, Q). \quad (13)$$

При записи последнего уравнения учтено, что для одноосного растяжения  $\sigma_i = \sigma$ , а параметр Удквиста при пластичности  $q_p$  равен накопленной пластической деформации  $\epsilon_p$  [19, 20].

На рис. 4 приведена схема мгновенной кривой растяжения при  $Q = const$ . В общем случае для данной накопленной пластической деформации  $\epsilon_p$  изображающая точка может находиться либо ниже кривой (точка А), либо лежать на ней (точка В). В первом случае  $\sigma < f_T(\epsilon_p, Q)$ , и материал деформируется упруго.

Во втором  $\sigma = f_T(\epsilon_p, Q)$ , и поведение материала зависит от знака и величины приращения  $d\sigma$ . Необходимым условием приращения пластической деформации является требование, чтобы изображающая точка перемещалась по кривой растяжения, т. е. чтобы  $d\sigma = df_T$ . В случае переменных температуры и структурного состава это условие имеет следующий вид:

$$d\sigma = \frac{\partial f_T}{\partial \epsilon_p} \cdot d\epsilon_p + \frac{\partial f_T}{\partial Q} \cdot dQ. \quad (14)$$

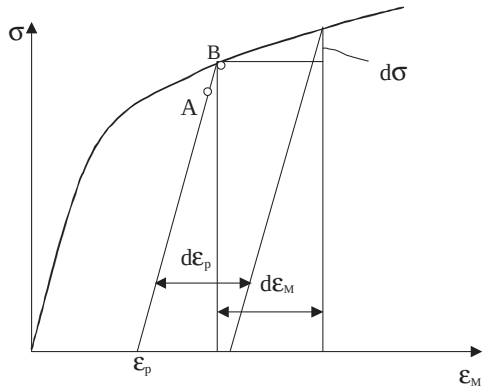


Рис. 4. Схема мгновенной кривой растяжения при  $Q = const$

Как видно на рис. 4, приращение пластической деформации при  $Q = const$  равно:

$$d\epsilon_p = d\epsilon_M - d\epsilon_e = \left( \frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) \cdot df_T, \quad (15)$$

где  $d\epsilon_M$  — приращение мгновенной упругопластической деформации;  $E_K = \frac{\partial f_T}{\partial \epsilon_M}$  — касательный модуль.

Принимая во внимание, что  $\frac{\partial f_T}{\partial \epsilon_p} = \frac{df_T}{d\epsilon_p}$  при  $Q = const$  и подставляя  $df_T$ , выраженное из формулы (14) в уравнение (15), получаем выражение для  $d\epsilon_p$  в случае  $Q = var$ :

$$d\epsilon_p = \left( \frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) \cdot \left( d\sigma - \frac{\partial f_T}{\partial Q} \cdot dQ \right). \quad (16)$$

Применительно к сложному напряженному состоянию уравнение (16) имеет вид:

$$d\bar{\epsilon}_i^p = \left( \frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) \cdot \left( d\sigma_i - \frac{\partial f_T}{\partial Q} \cdot dQ \right). \quad (17)$$

Последнее выражение справедливо, так как для одноосного растяжения интенсивность приращений пластических деформаций  $d\bar{\epsilon}_i^p$  равна приращению пластической деформации  $d\epsilon_p$  [11].

Компоненты тензора приращений пластических деформаций определяются по уравнениям Прандтля – Рейсса [12]:

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{3}{2} \cdot \frac{d\bar{\epsilon}_i^p}{\sigma_i} \cdot S_{ij}. \quad (18)$$

Подстановка (17) в (18) приводит к следующему выражению:

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{1}{E_K} - \frac{1}{E} \right) \cdot \left( d\sigma_i - \frac{\partial f_T}{\partial Q} \cdot dQ \right) \cdot \frac{S_{ij}}{\sigma_i}. \quad (19)$$

Полученные соотношения являются определяющими для теории течения в случае нестационарности температуры и структуры.

### Выводы

Таким образом, для достаточно точного прогнозирования хода превращений и, следовательно, термических напряжений необходимо изучить влияние напряженного состояния на структурные превращения в условиях одноосного растяжения и обобщения полученных результатов на случай сложного напряженного состояния. Проведен расчет температурно-структурного состояния в процессе термической обработки. Изучена кинетика формирования структуры и остаточных напряжений при закалке.

*Работа выполнена при поддержке госзадания Минобрнауки, проект № 9.7667.2017/БЧ*

### Литература

1. Бочектуева Е.Б., Покровский А.М., Лешковцев В.Г., Полушин А.А. Моделирование структурного состояния и напряжений в прокатных валках при индукционной закалке // Металловедение и термическая обработка металлов. 2010. № 9. С. 40-43.
2. Бочектуева Е.Б., Бохова Л.А. Математическое моделирование формирования структуры при термообработке в элементах конструкций // Сб. науч. тр. БГУ. Сер. Механика конструкций и материалов (композиционные материалы и наноматериалы). Улан-Удэ, 2016. С. 75-83.
3. Бочектуева Е.Б. Численное определение напряженно-деформированного состояния в валках и усилий противозгиба в четырехвалковой клети прокатного стана // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Машиностроение. 2010. № 1 (78). С. 45-53.
4. Бохова Л.А. Разрушение слоистых пластин с дефектами при сжатии // Вестн. Бур. гос. ун-та. 2006. № 5. С. 91.
5. Rogov V.E., Bokhoeva L.A., Radnatarov V.T. Reducing the wear of motor components by polymer additions // Russian Engineering Research. 2017. Vol. 37, № 1. С. 32-34.
6. Покровский А.М., Бочектуева Е.Б. Расчет усилий противозгиба прокатного стана кварто с учетом остаточных термонапряжений в валках // Производство проката. 2009. № 2. С. 14-18.
7. Ярема С.Я. Методология определения характеристик сопротивления развитию трещин (трещиностойкости) материалов при циклическом нагружении // Физико-химическая механика материалов. 1981. № 4. С. 100-110.
8. Покровский А.М., Чермошнцева А.С. Оценка живучести растянутой пластины с поперечной полуэллиптической трещиной // Изв. высш. учеб. заведений. Машиностроение. 2014. № 3 (648). С. 42-46.
9. Покровский А.М., Рыжиков А.В. Математическое моделирование температурного, фазово-структурного и напряженного состояний в процессе наплавки биметаллического прокатного валка // Механика и математическое моделирование в технике: сб. тез. М., 2016. С. 258-261.
10. Coupard D., Palinluk T., Ji V. Residual stresses during induction hardening of steel surface // Materials Science and Engineering. 2008. 487, № 1-2. С. 328-339.
11. Малинин Н.Н. Ползучесть в обработке металлов. М.: Машиностроение, 1986. 222 с.
12. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упруго-пластического разрушения. М.: Наука, 1985. 505 с.

13. Лошкарёв В.Е. К вопросу об изменении предела текучести стали в процессе распада аустенита // *Металловедение и термическая обработка металлов*. 1988. № 1. С. 59-60.

14. Морозов Н.П. Производство и эксплуатация крупных опорных валков. М.: *Металлургия*, 1977. 77 с.

15. Термopрочность деталей машин / под ред. И.А. Биргера, Б.Ф. Шорра. М.: *Машиностроение*, 1975. 456 с.

16. Вафин Р.К., Покровский А.М., Лешковцев В.Г. Прочность термообработываемых прокатных валков. М.: Изд-во. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 264 с.

17. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: *Наука*, 1966. 752 с.

18. Лешковцев В.Г., Покровский А.М. Применение сталей с высокой прокаливаемостью для изготовления крупногабаритных прокатных валков // *Металловедение и термическая обработка металлов*. 2007. № 11. С. 40-44.

19. Bakota A., Iskierka S. Numerical analysis of phase transformations and residual stresses in steel cone-shaped elements hardened by induction and flame methods // *Int. Journal Mech. Sci.* 1999. Vol. 40, № 6. P. 617-629.

20. Лешковцев В.Г., Покровский А.М. Расчет закалочных напряжений в стальных деталях с учетом упруговязкопластических свойств и изменения фазового состава // *Изв. АН. Механика твердого тела*. 1999. № 2. С. 101-107.

#### References

1. Bochektueva E.B., Pokrovskii A.M., Leshkovtsev V.G., Polushin A.A. Modeling of structural state and stresses in rolling rolls during induction hardening // *Metal Science and Heat Treatment*. 2010. № 9. P. 40-43.

2. Bochektueva E.B., Bokhovea L.A. Mathematical modeling of structure formation during heat treatment in structural elements // *Sb. nauch. tr. BGU. Ser. Mekhanika konstruksii i materialov (kompozitsionnye materialy i nanomaterialy)*. Ulan-Ude, 2016. P. 75-83.

3. Bochektueva E.B. Numerical determination of stress-strain state in rolls and counter-flexing forces in a four-high rolling stand mill // *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*. 2010. № 1 (78). P. 45-53.

4. Bokhovea L.A. Destruction of laminated plates with defects under compression // *Bulletin of the Buryat State University*. 2006. № 5. P. 91.

5. Rogov V.E., Bokhovea L.A., Radnatarov V.T. Reducing the wear of motor components by polymer additions // *Russian Engineering Research*. 2017. Vol. 37, № 1. P. 32-34.

6. Pokrovskii A.M., Bochektueva E.B. Calculation of anti-bending forces of a quart rolling mill taking into account residual thermal stresses in rolls // *Rolling*. 2009. № 2. P. 14-18.

7. Yarema S.Ya. Methodology for determining the resistance characteristics of the development of cracks (crack resistance) of materials under cyclic loading // *Materials Science*. 1981. № 4. P. 100-110.

8. Pokrovskii A.M., Chermoshentseva A.S. Evaluation of the survivability of an elongated plate with a transverse semielliptical crack // *Proceedings of Higher Educational Institutions*. 2014. № 3 (648). P. 42-46.

9. Pokrovskii A.M., Ryzhikov A.V. Mathematical modeling of temperature, phase-structural and stressed states in the process of surfacing a bimetallic rolling roll // *Mekhanika i matematicheskoe modelirovanie v tekhnike: sb. tez. M.*, 2016. P. 258-261.

10. Coupard D., Palinluk T., Ji V. Residual stresses during induction hardening of steel surface // *Materials Science and Engineering*. 2008. 487, № 1-2. P. 328-339.

11. Malinin N.N. Creep in metal processing. M.: *Mashinostroenie*, 1986. 222 p.

12. Parton V.Z., Morozov E.M. Mechanics of elastic-plastic failure. M.: *Nauka*, 1985. 505 p.

13. Loshkarev V.E. To the question of the change in the yield strength of steel during the decay of austenite // *Metal Science and Heat Treatment*. 1988. № 1. P. 59-60.

14. Morozov N.P. Production and operation of large support rolls. M.: *Metallurgiya*, 1977. 77 p.

15. Thermal strength of machine parts / pod red. I.A. Birgera, B.F. Shorra. M.: *Mashinostroenie*, 1975. 456 p.

16. Vafin R.K., Pokrovskii A.M., Leshkovtsev V.G. Strength of heat-treated rolls. M.: Izd-vo. MGTU im. N.E. Bauman, 2004. 264 p.

17. Rabotnov Yu.N. Creep of structural elements. M.: *Nauka*, 1966. 752 p.

18. Leshkovtsev V.G., Pokrovskii A.M. The use of steels with high hardenability for the manufacture of large-sized rolling rolls // *Metal Science and Heat Treatment*. 2007. № 11. P. 40-44.

19. Bakota A., Iskierka S. Numerical analysis of phase transformations and residual stresses in steel cone-shaped elements hardened by induction and flame methods // *Int. Journal Mech. Sci.* 1999. Vol. 40, № 6. P. 617-629.

20. Leshkovtsev V.G., Pokrovskii A.M. Calculation of hardening stresses in steel parts taking into account elastic-visco-plastic properties and changes in the phase composition // *Mechanics of Solids*. 1999. № 2. P. 101-107.



## Выбор критерия для оценки противозадирной стойкости спироидного зацепления

В.Н. Анферов<sup>a</sup>, Р.К. Коваленко<sup>b</sup>

Сибирский государственный университет путей сообщения, ул. Дуси Ковальчук 191, Новосибирск, Россия

<sup>a</sup>avn43@mail.ru, <sup>b</sup>kovalenkork@gmail.com

Статья поступила 3.10.2017, принята 7.10.2017

*В результате анализа существующих критериев заедания для различных узлов трения, проведенного с целью выбора критерия оценки противозадирной стойкости спироидного зацепления, все существующие критерии поделены на семь групп по ключевому фактору, с помощью которого производится оценка. Авторами установлено, что каждый критерий применим как для определенного вида передач, так и для определенной стадии развития процесса заедания. Причем наиболее теоретически обоснованными и потенциально применимыми для других типов передач, в том числе и спироидных, по мнению авторов, являются критерии, которые базируются на выводах из температурного уравнения Блока или контактно-гидродинамической теории смазки. На основе факторного анализа, проведенного методом экспертных оценок, и с учетом специфики зацепления в спироидной передаче предложен критерий заедания, который работает на втором этапе развития процесса заедания поверхностей и учитывает два ключевых комплекса факторов: температурный, отражающий влияние температуры масла на толщину масляной пленки в контакте, и гидродинамический, учитывающий влияние несущей способности масляной пленки и физические свойства масла. Предложенный критерий позволяет еще на стадии проектирования задать такую комбинацию факторов (нагрузки, окружных скоростей, материалов поверхностей, смазочного материала), при которой будет выполняться условие неразрушения масляной пленки в контакте. Разрушение масляной пленки в спироидной передаче в связи с большим скольжением является критическим и за достаточно короткое время способно привести к схватыванию металлов рабочих поверхностей звеньев, что при дальнейшей эксплуатации может вызвать необратимые повреждения звеньев передачи. Предлагаемый безразмерный критерий является критерием не только заедания, но и подобия, так как в комплексе учитывает все значимые факторы процесса. Критерий подобия, в свою очередь, расширяет возможности моделирования процесса при физическом или математическом моделировании.*

**Ключевые слова:** спироидная передача; заедание; задиростойкость; зацепление; критерий заедания.

## The choice of criterion for evaluating the anti-seizing property of spiroid gearing

V.N. Anferov<sup>a</sup>, R.K. Kovalenko<sup>b</sup>

Siberian Transport University; 191, D. Kovalchuk St., Novosibirsk, Russia

<sup>a</sup>avn43@mail.ru, <sup>b</sup>kovalenkork@gmail.com

Received 3.10.2017, accepted 7.10.2017

*As a result of the analysis of the existing seizing criteria for various friction nodes in order to select a criterion for evaluating anti-seizing property of the spiroid gear, all the criteria are divided into seven groups according to the key factor by which the estimate is made. The authors found that each criterion is applicable both for a certain type of transmission, and for a certain stage of development of the seizing process. Moreover, the most theoretically grounded and potentially applicable for other types of transmissions, including spiroid ones, are the criteria that are based on the conclusions from the Block's temperature equation or the contact-hydrodynamic theory of lubrication. Based on the factor analysis carried out by the method of expert estimates, and taking into account the specificity of the linkage in the spiral transmission, a jamming criterion is proposed. The proposed criterion works at the second stage of the surface seizing process and takes into account two key factors: temperature, reflecting the effect of oil temperature on the thickness of the oil film in the contact, and hydrodynamic, taking into account the effect of the bearing capacity of the oil film and the physical properties of the oil. The proposed criterion allows, even at the design stage, to specify such a combination of factors (load, circumferential velocities, surface materials, lubricant) at which the condition of nondestruction of the oil film in contact will be fulfilled. The destruction of the oil film in the spiroid transmission, due to the large slip, is critical and, within a relatively short time, can lead to the setting of the metal surfaces of the links, which in subsequent operation can cause irreversible damage to the transmission links. The proposed dimensionless criterion is not only a criterion of seizing, but also a criterion of similarity, since it takes into account all the significant factors of the process. The similarity criterion, in turn, extends the possibilities of modeling the process in physical or mathematical modeling.*

**Keywords:** spiroid gear; seizing; anti-seizing property; gearing; scuffing criterion.



## Введение

Широкое применение червячных и спироидных передач в различных машинах и механизмах, включая высокоскоростные и тяжелонагруженные передачи, неизбежно связано с повреждениями зубьев колес и витков червяков. Повреждения передач обусловлены передаваемой нагрузкой, скоростью вращения, материалами, термообработкой, способом производства и условиями эксплуатации.

**Анализ повреждений спироидных передач.** Спироидные передачи выходят из строя вследствие разрушений и повреждений: поломки зубьев, усталостного выкрашивания, изнашивания и заедания.

Поломка зубьев колеса или витков червяка может произойти по причине больших перегрузок ударного или статического характера, но чаще всего — в результате образования и роста усталостной трещины. Причиной возникновения усталостной трещины в большинстве случаев является работа передачи с нагрузками, превышающими предел выносливости материала. Поломка зубьев колеса также возможна вследствие недопустимо больших перегрузок, например при пуске [15].

Усталостное выкрашивание рабочих поверхностей зубьев червячных и спироидных колес характеризуется появлением раковин на месте частиц металла, выкрошившихся с рабочих поверхностей зубьев. Это происходит под действием переменных контактных напряжений, превышающих предел контактной выносливости металла для данного цикла нагружений. Усталостное выкрашивание наблюдается преимущественно у зубьев колес из сплавов с относительно низкой контактной выносливостью и повышенными противозадирными свойствами [14].

Изнашивание витков червяков выражается в появлении поверхностных трещин на боковых сторонах цементированных и закаленных червяков, причиной появления которых могут быть концентрация нагрузки, местные всплески температуры в поверхностных слоях материала из-за недостаточной смазки. Трещины также могут появиться как следствие технологических дефектов. Образование трещин, сопровождаемое отслаиванием материала рабочих поверхностей витков цементированных червяков, является результатом высоких касательных напряжений, зона максимума которых оказывается ниже науглероженного и закаленного слоя [15].

Износ зубьев червячных и спироидных колес связан с недостаточной чистотой масла или недостаточным качеством поверхности витков значительно более твердого червяка [15].

В большинстве случаев червячные и спироидные передачи выходят из строя по причине чрезмерного износа зубьев колес, а также при перегрузках вследствие заедания рабочих поверхностей колеса и червяка.

**Заеданием** называется процесс возникновения и развития повреждений поверхностей трения вследствие схватывания поверхностей и переноса материала. Заедание зачастую может завершаться прекращением относительного движения [11].

Заедание происходит вследствие того, что при относительном скольжении частицы одной поверхности при некоторых условиях прочно сцепляются с части-

цами другой поверхности. На более мягкой поверхности при дальнейшем скольжении возникают борозды. Заедание может наступить и на смазанных рабочих поверхностях зубьев, если между ними не образуется непрерывная масляная пленка. Это происходит вследствие больших нагрузок и недостаточных скоростей, так как большие скорости способствуют затягиванию масла в зону контакта, либо вследствие выделения большого количества тепла при трении и повышении температуры до такой величины, при которой масло теряет свои смазывающие свойства, как это происходит в быстроходных передачах [11, 12].

Процесс заедания поверхностей разделяют на три этапа.

Первый этап — переход от контактно-гидродинамической смазки к граничной. Чем толще масляная пленка между зубьями, тем удаленнее условия работы от тех, при которых наступает заедание. В реальных условиях работы зубчатых колес исчезновение гидродинамической смазочной пленки или снижение ее толщины до опасного минимума еще не приводят к заеданию, поскольку поверхности разделяются граничной пленкой.

Второй этап — переход от граничного трения к металлическому контакту. Разрушение граничной пленки может произойти либо вследствие больших пластических деформаций контактирующих поверхностей, либо от высоких температур, развивающихся в зоне контакта, либо от обеих причин вместе.

Третий этап — схватывание металлов и разрушение узлов схватывания. Здесь контакт чистых металлов и наличие определенных условий приводят к схватыванию поверхностей. При дальнейшем относительном движении участки схватывания могут разрушаться по поверхности контакта, и тогда заедания поверхностей не произойдет. Если же прочность зоны схватывания окажется больше, чем прочность поверхностных слоев металла, то наступает заедание с образованием рисок, хребтов, наволакивания и т. д. При этом температура поверхностей увеличивается, процесс прогрессирует, и в результате поверхности становятся совершенно непригодными для дальнейшей работы [12].

**Анализ существующих критериев заедания.** В настоящее время стандартизованного метода расчета передач собственно на заедание еще нет из-за отсутствия достаточно надежного критерия заедания. Различают два вида критериев заедания: критерии, характеризующие степень повреждения трущихся поверхностей или степень разрушения детали и расчетные критерии. Первые были описаны выше. Расчетным критерием заедания называется некоторая функция от ряда переменных параметров, влияющих на заедание. Предполагается, что когда эта функция достигнет критического значения, наступит заедание поверхностей.

Авторами проведен анализ и выполнена классификация различных критериев заедания с целью выбора расчетной зависимости для оценки задиростойкости спироидного зацепления. В результате все существующие критерии разделены на семь групп.

В первую группу определены критерии, которые представляют собой произведение силового и скорост-

ного параметров передачи. Данные критерии упрощенно можно обозначить формулой  $C = p^m V_{ck}^n K$ . К этой группе критериев можно отнести работы Олмена, Штрауба, Дж. Джоффина, Н.Е. Ремезовой, В.В. Менга, Милна, Лейна, Й. Ямамото, Г. Чихоса и др. Эти критерии носят эмпирический характер и различаются коэффициентами, полученными в результате исследований определенного типа передач [1, 4, 8, 11].

В большинстве предложенных различными исследователями методик для оценки заедания зубчатых передач критерием являются силовые параметры передачи: контактное напряжение  $\sigma$  или нагрузка в контакте  $Q$ . Эти критерии можно выделить. Ко второй группе следует отнести критерии Б. Келли, Я.Г. Кистьяна, Н.М. Алексеева, И.В. Крагельского.

Данные критерии или носят эмпирический характер и применимы только для определенного типа передач, или описывают заедание на третьем этапе как зависимость (Н.М. Алексеев), т. е. процессы возникновения схватывания металлов. На данном этапе процесс заедания для передач с большим скольжением, в том числе спироидной, является критическим и зачастую приводит к необратимым повреждениям звеньев передачи [1, 3, 11].

Также к этой группе можно отнести зависимость, предложенную Б.А. Лопатыным при исследовании противозадирной стойкости гиперболических зубчатых передач с эвольвентно-коническими колесами. Он предложил оценивать момент возникновения заедания по величине удельной нагрузки в контакте, которая рассчитывается по формуле (1) [18]:

$$w = k_s [180 + (1,25 + 2,22\zeta) V_{\Sigma}^{1,2} - 178\zeta] + 78, \quad (1)$$

где  $k_s$  — коэффициент, учитывающий влияние поперечного скольжения;  $\zeta$  — коэффициент поперечного скольжения;  $V_{\Sigma}$  — суммарная скорость качения, м/с.

Данный критерий учитывает большое скольжение в передаче, но его недостатком является отсутствие влияния температуры в контакте — весомого фактора в передачах с большим относительным скольжением между звеньями передачи.

Третью группу составляют критерии на основе мощности, передаваемой передачей. К этой группе можно отнести зависимости Хафера, Дэвиса, Дж. Белла, А. Дайсона.

Удельная мощность трения является косвенным фактором возникновения заедания, влияющим на температуру в контакте, поэтому экспериментальные исследования не подтвердили практическую применимость данного критерия для рассматриваемых исследователями видов передач [5].

Среди отечественных исследователей оценивать заедание по мощности предложил В.Е. Богачев при анализе процессов заедания в подшипниках скольжения [11, 12].

$$P = \frac{1,6 \cdot 10^{-7} \Delta^{-\nu} H_{\mu \max} \Psi^{-1,6\nu} R_1}{0,55 \left( \frac{1}{\Phi_0} + 0,35 \right)}, \quad (2)$$

Данная методика основана на учете пластических свойств материалов и степени фрикционного упрочнения поверхностей в процессе работы. Данный критерий

применим для узлов, работающих при высоких нагрузках и низких скоростях скольжения в условиях граничной смазки.

В четвертую группу выделены критерии, основанные на времени фрикционного взаимодействия.

Одним из таких критериев является полученная Ю.Н. Дроздовым механотермовременная зависимость заедания на основе термофлуктуационного уравнения прочности Журкова [11, 12]:

$$\frac{\sigma}{\sigma_m} = \frac{\alpha T E \ln \frac{\tau}{\tau_m}}{3 \chi \sigma_m} \leq k_{кр}, \quad (3)$$

где  $\sigma$  — нормальное контактное напряжение, Па;  $\sigma_m$  — предел текучести материала, Па;  $\alpha$  — коэффициент теплового расширения;  $T$  — абсолютная температура;  $E$  — модуль упругости;  $\chi$  — коэффициент механической перегрузки;  $\tau$  — время протекания процесса трения в контакте;  $\tau_m$  — период колебания атомов.

Данный критерий оценивает процессы трения на третьем этапе заедания, когда происходит схватывание металлов поверхностных слоев звеньев передачи. В спироидных передачах заедание на этом этапе носит необратимый характер и ведет к катастрофическим повреждениям.

Также к этой группе относится критерий, предложенный К.Г. Березиным для оценки задиростойкости червячных передач при смазывании маслами с поверхностно-активными веществами [10]:

$$K = \frac{P_3 V_{ck} t}{\sigma}, \quad (4)$$

где  $P_3$  — контактное давление пары трения в момент задира, Па;  $t$  — время от начала работы до возникновения задира, сек;  $\sigma$  — поверхностное натяжение смазочной среды.

Данный критерий является эмпирическим и требует дополнительных натурных исследований процессов заедания для определения контактного давления заедания и оптимального выбора смазочной среды и поверхностно-активных присадок, что вызывает дополнительные экономические и временные затраты при проектировании передач.

Критерии заедания, предложенные вышеперечисленными исследователями, в большинстве рассмотренных случаев являются эмпирическими формулами, полученными на основе большого числа опытных и эксплуатационных данных и пригодными только для определенного вида зубчатых передач. Данные расчетов на основе этих формул зачастую противоречат друг другу.

Наиболее же универсальными и теоретически обоснованными из всех предлагаемых являются критерии заедания, основанные на использовании теории гидродинамической смазки.

Согласно теории гидродинамической смазки температура в контакте достигает критического значения, при котором масло теряет смазывающие свойства, масляная пленка разрушается и перестает предохранять поверхности от непосредственного соприкосновения.

В качестве критерия заедания в данном случае выступает температура в контакте. Эти критерии оценивают процессы трения при переходе от граничного трения к контакту металлов поверхностей и последующему схватыванию, т. е. на втором этапе развития процесса заедания.

Одним из первых критериев, основанных на данной теории, является критерий Блока [2]. Заедание отсутствует, если выполняется условие, согласно которому суммарная температура пленки  $t_{\Sigma}$  в зоне контакта не превышает критическую температуру  $t_{кр}$ , при которой масло теряет смазывающие свойства:

$$t_{\Sigma} = t_{п} + t_{max} \leq t_{кр}, \quad (4)$$

При трении в зоне контакта возникает местная мгновенная температурная вспышка  $t_{max}$ , которая накладывается на объемную температуру тела  $t_{п}$ .

В червячных и спиральных передачах под температурой поверхности трения  $t_{п}$  следует понимать температуру рабочего профиля зуба колеса или витка червяка. При нестационарном режиме эта температура будет переменной. При установившемся режиме она зависит от температуры масла, его количества, способа подачи, от конфигурации и размеров тел трения, объема (размеров) картера и коэффициента теплопередачи от поверхности колеса к маслу и т. д. Эта температура может быть неодинаковой в различных местах профиля зуба и переменной за оборот. Для спирального или червячного редуктора расчет этой температуры производится при тепловом расчете передачи.

Мгновенная температурная вспышка по Блоку зависит от физико-механических свойств материалов, передачи и масла и может быть определена экспериментальным путем.

В дальнейшем большинство исследователей опирались в своих исследованиях процесса заедания на критерий Блока, повышая точность расчетов как температуры поверхностей трения, так и температуры мгновенной вспышки.

Ю.Н. Дроздов в своих работах предложил критерий заедания, основанный на оценке контактной температуры в дискретных пятнах касания [15]:

$$\frac{0,39 f \sqrt[4]{q v_{ск}}}{(\sqrt{\lambda_1 \rho_1 c_1 v_1} + \sqrt{\lambda_2 \rho_2 c_2 v_2}) \sqrt[4]{R_{np}(\eta_1 + \eta_2)}} < 1, \quad (5)$$

где  $\lambda_i$  — коэффициент теплопроводности материала, Вт/(м·К);  $\rho_i$  — плотность материала поверхности трения;  $c_1$  — удельная теплоемкость материала поверхности трения;  $R_{np}$  — приведенный радиус кривизны;  $\eta_i$  — упругие постоянные материалов тел.

Группой исследователей под руководством Р.М. Матвеевского исследована зависимость процесса возникновения заедания по температурному критерию Блока от состава масла, в том числе при применении различных противозадирных присадок. По Матвеевскому, мгновенная температура вспышки зависит от удельной нагрузки в контакте, коэффициента трения, скорости скольжения и приведенного радиуса кривизны, а температура поверхности трения принималась

равной температуре поверхности зуба шестерни, измеряемой в процессе эксперимента.

$$t_{\Sigma} = t_n + \frac{1,85 f \sqrt[4]{q^3 v_{ск}}}{\sqrt[4]{R_{np}}} < 1, \quad (6)$$

В процессе проведения экспериментов осуществлено сравнение некоторых масел с присадками и минеральных масел по способности предотвращать возникновение заедания. Температуры, при которых наступало заедание поверхностей, были в 2–2,5 раза выше расчетных.

Также на основе температурного критерия Блока В.В. Шульц в своей работе предложил методику для расчета червячных передач на заедание [23]:

$$t_{\Sigma} = t_m + \frac{F_{2n} f n_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left( \frac{2\theta}{\pi} + \frac{a_w}{u_{12} m \sqrt{q}} \right) \sqrt[4]{\frac{\chi \cdot 10^3}{2bV_{\Sigma}}}, \quad (7)$$

где  $t_m$  — температура масла, К;  $n_1$  — частота вращения червяка, об/мин;  $a_w$  — межосевое расстояние, мм;  $q$  — коэффициент диаметра червяка;  $m$  — модуль передачи;  $u_{12}$  — передаточное отношение передачи;  $\theta$  — максимальная безразмерная мгновенная температура;  $\chi$  — коэффициент температуропроводности материала колеса, м<sup>2</sup>/с;  $F_{2n}$  — нормальная сила в зацеплении, Н.

Вследствие того, что данная методика учитывает геометрические параметры червячной передачи, она применима только для расчета этого вида передач. В случае спиральных передач, где более высокий, в сравнении с червячными, коэффициент перекрытия, данная методика требует корректировки и экспериментальных исследований.

Все критерии, в основе которых лежит определение температуры в контакте, можно выделить в пятую группу. Одним из недостатков данного критерия является сложность в определении температуры наступления заедания для различных масел. При использовании специальных противозадирных присадок температура возникновения заедания становится выше критической, при которой разрушается масляная пленка. Согласно исследованиям Р.М. Матвеевского, Д. Климанна, температура заедания может превышать критическую более чем в два раза [14, 19]. Для масел на минеральной основе без применения противозадирных присадок температура заедания близка к критической, на 5–10 % ниже температуры вспышки, при которой в масле выгорают легковесные частицы [14].

Также на основе контактно-гидродинамической теории смазки был получен еще ряд зависимостей, выделенных авторами в шестую группу, где в качестве критерия выступала толщина масляной пленки. Данные критерии основаны на предположении, что под действием высоких нагрузок масляная пленка будет разрушаться при температуре ниже критической, при которой масло теряет смазывающие свойства.

Основой для этих критериев служат работы В.Ф. Рещикова, Ю.Н. Дроздова и Д.С. Коднира, посвященные контактной гидродинамике смазки, рассматривающей зависимости для расчета толщины масляной пленки в контакте [16]. На основе этой формулы груп-



пой исследователей во главе с Е.Е. Финкиным был предложен критерий заедания [11]:

$$h = 3,17 \cdot 10^6 \alpha^{0,6} g^{-0,15} \rho^{0,4} (\mu_0 V_\Sigma)^{0,75}, \quad (8)$$

Толщина масляной пленки  $h$  зависит от кривизны поверхности  $\rho$ , вязкости масла  $\mu_0$  и скорости скольжения  $V_\Sigma$ .

Позже Ю.Н. Дроздовым и Г.И. Туманишвили был предложен метод расчета критерия заедания по предельной толщине смазочного слоя, соответствующей началу заедания [15]:

$$k \left[ \frac{R_{np}}{\sqrt{R_{a1}^2 + R_{a2}^2}} \right] \left( \frac{\mu_0 V_\Sigma}{N_n} \right)^{0,7} \left( \frac{N_n \beta}{R_{np}} \right)^{0,6} \left( \frac{\lambda}{\alpha \mu_0 v_{a1}^2 Pe_{1,2}^\chi} \right)^e \leq 1 \quad (9)$$

Этот критерий состоит из четырех комплексов, учитывающих макро- и микрогеометрию контактирующих тел, несущую способность контакта, деформируемость контактных тел, а также тепловой режим контакта.

Критерии, в основе которых лежит определение толщины смазочного слоя, применимы только для тяжело нагруженных пар трения, где нагрузка достаточно высока, чтобы разрушить масляную пленку. Одной из особенностей спиральных передач является высокая скорость скольжения между элементами пары при низкой нагрузке по сравнению с цилиндрическими зубчатыми передачами.

В последнее время широкое распространение получили критерии, выделенные нами в седьмую группу. Они основаны на энергетическом подходе, согласно которому заедание зависит от количества энергии адгезии и молекулярного взаимодействия поверхностных слоев материалов пары трения.

Один из таких критериев предложен в работе П.В. Тихомирова и основан на представлениях о физических и химических процессах разрушения адсорбированных молекул, окисных пленок и активации поверхности [22]:

$$C = \frac{E_a}{kRT \ln \left( \frac{d_n v_0}{V_{ck}} \right)} \leq 1, \quad (10)$$

где  $k$  — коэффициент, учитывающий влияние смазочного материала и поверхностное взаимодействие;  $d_n$  — диаметр пятна контакта;  $v_0$  — частота колебаний узла решетки твердого тела;  $E_a$  — энергия десорбции твердого тела,  $\text{кДж/моль}$ ;  $T$  — абсолютная температура,  $K$ .

Схватывание поверхностей произойдет, когда время взаимодействия фрикционной связи превышает суммарное время, требуемое на разрушение защитной пленки и активацию поверхности.

По теории, предложенной М.В. Мусохрановым, в качестве критерия заедания выступает энергия адгезии, которая равна сумме поверхностной энергии тела  $a$ , тела  $b$  и межфазной поверхностной энергии [20]:

$$W_{12} = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{12}, \quad (11)$$

где  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_{12}$  — соответственно поверхностная энергия тела  $a$ , тела  $b$  и межфазная поверхностная энергия.

Данная группа критериев применима для анализа процесса заедания на третьей стадии, когда происходит

непосредственный контакт металлов поверхностей, и образуются узлы схватывания. В спиральных передачах вследствие большого скольжения и высоких температур достижение процесса заедания на этой стадии приводит к катастрофическому износу и прекращению относительного движения звеньев. Звенья передачи не подлежат восстановлению и нуждаются в полной замене.

По результатам проведенного анализа критериев заедания установлено, что каждый из них применим как для определенного вида передач, так и для определенной стадии развития процесса заедания. На наш взгляд, наиболее теоретически обоснованными и потенциально применимыми для других типов передач, в том числе и спиральных, являются критерии, которые базируются на выводах из температурного уравнения Блока или контактно-гидродинамической теории смазки.

**Определение критерия заедания для спирально-го зацепления.** Исследователи выделяют два вида заедания: горячее и холодное [12]. Первое происходит вследствие высоких температур масляной пленки, второе — при низких температурах и разрыве масляной пленки вследствие высоких нагрузок. Фактор нагрузочной способности пленки игнорируется большинством критериев в связи с малым влиянием на сопротивляемость зубчатых передач заеданию. В спиральных передачах, в связи со специфичностью расположения зоны зацепления, условия для затягивания масла в контакт звеньев в разы лучше, что существенно повышает влияние нагрузочной способности масла на задиростойкость [6, 7].

Для последующего проведения эксперимента необходимо сформулировать зависимость критерия заедания от наиболее значимых факторов, выделенных при помощи метода экспертных оценок [9], в общем виде:

$$Cr = f(q; f; V_{ck}; V_\Sigma; T), \quad (12)$$

Температура масляной пленки в контакте определена по критерию Блока (4).

Температура поверхностей трения незначительно отличается от температуры масла в редукторе, и при расчетах эти температуры принимаются равными. Температура масла в редукторе зависит от мощности, передаваемой передачей, ее КПД, режима работы, площади поверхности охлаждения, материала корпуса редуктора и температуры окружающего воздуха. Для спирального редуктора температуру масла можно определить по формуле, исходя из мощности сил трения и коэффициентов отдачи тепла от масла в корпус редуктора:

$$t_n = t_m = \frac{P_1(1 - \eta_{12})10^3}{K_{пв}KA(1 + \psi)} + t_a, \quad (13)$$

где  $P_1$  — мощность, подводимая к валу червяка,  $\text{кВт}$ ;  $\eta_{12}$  — КПД передачи при ведущем червяке;  $K_{пв}$  — коэффициент режима работы;  $K$  — коэффициент теплопередачи корпуса редуктора,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ ;  $A$  — площадь поверхности охлаждения корпуса редуктора,  $\text{м}^2$ ;  $\psi$  — коэффициент, учитывающий теплоотвод в опорную плиту или раму;  $t_a$  — температура окружающего воздуха.

Мгновенная температура определяется согласно условию распределения температур в термическом контакте при локальном трении. Согласно работе профес-

сора М.В. Коровчинского «Основы термического контакта при локальном трении», при стационарном термическом контакте распределение температур в области контакта и в ее окрестностях пропорционально ньютоновскому потенциалу простого слоя с плотностью, равной произведению скорости скольжения и контактных напряжений [17].

А в связи с пропорциональностью температуры вспышки ньютоновскому потенциалу В.В. Шульц в своей работе «Температура поверхности фрикционного кольца» вывел прямо пропорциональную зависимость температурной вспышки от удельной мощности трения [23]:

$$P_{mp} = qf v_{ck}, \quad (14)$$

где  $q$  — удельная нагрузка контакте,  $H/m$ ;  $f$  — коэффициент трения;  $v_{ck}$  — скорость скольжения,  $m/c$ .

В общем случае температура вспышки пропорциональна мощности трения и обратно пропорциональна суммарной удельной теплопроводности  $\lambda$  материалов звеньев передачи, которые характеризуют отдачу тепла от образцов в масло:

$$t_{max} = \frac{qf v_{ck}}{\lambda_1 + \lambda_2}, \quad (15)$$

где  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  — удельная теплопроводность материала звеньев пары,  $Bm/(m \cdot K)$ .

Разделив обе величины на температуру  $t_{max}$  и выразив ее из (4), мы получили безразмерный критерий, оценивающий влияние температуры на заедание поверхностей:

$$Cr_1 = \frac{qf v_{ck}}{(t_{kp} - t_m)(\lambda_1 + \lambda_2)}, \quad (16)$$

Ниже приведен анализ размерностей величин, составляющих критерий  $Cr_1$ :

$$Cr_1 = \frac{H/m \cdot m/c}{(K - K) Bm/(m \cdot K)} = 1. \quad (17)$$

Помимо температурного фактора, на толщину масляной пленки также оказывают влияние кинематические и кинетостатические факторы, а именно нагрузка в контакте и скорость подачи масла в область контакта.

Согласно контактно-гидродинамической теории смазки, толщина масляной пленки в контакте между двумя упругими цилиндрами прямо пропорциональна динамической вязкости масла, скорости движения масляного слоя и обратно пропорциональна удельной нагрузке в контакте. В спиройдной передаче масло в контакт образцов затягивается с суммарной скоростью качения, равной сумме окружных скоростей звеньев передачи. В соответствии с этим составлен второй критерий, оценивающий кинематические параметры масляной пленки:

$$Cr_2 = \frac{q}{v_{\Sigma} \eta}, \quad (18)$$

где  $v_{\Sigma}$  — суммарная скорость качения,  $Bm/(m \cdot K)$ ;  $\eta$  — динамическая вязкость жидкости,  $Pa \cdot c$ .

Поскольку в каталогах и свободном доступе приводятся сведения о кинематической вязкости и вязкостно-температурные характеристики масел, в (18) подставим

зависимость кинематической вязкости  $\mu_0$  масла от динамической  $\eta$ :

$$\eta = \rho \mu_0, \quad (19)$$

где  $\mu_0$  — кинематическая вязкость,  $m^2/c$ ;  $\rho$  — удельная плотность жидкости,  $kg/m^3$ .

$$Cr_2 = \frac{q}{v_{\Sigma} \rho \mu_0}. \quad (20)$$

Ниже приведен анализ размерностей величин, составляющих критерий  $Cr_2$ .

$$Cr_2 = \frac{H/m}{m/c \cdot kg/m^3 \cdot m^2/c} = 1. \quad (21)$$

Согласно первой теореме подобия, умножаем критерии 16 и 20. Поскольку степень влияния каждого фактора на начало процесса заедания неизвестна, согласно второй теореме подобия, возведем критерии в степени  $a$  и  $b$  [13]:

$$Cr = \left( \frac{qf v_{ck}}{(t_{kp} - t_m)(\lambda_1 + \lambda_2)} \right)^a \left( \frac{q}{v_{\Sigma} \rho \mu_0} \right)^b \leq [Cr], \quad (22)$$

где  $a$ ,  $b$  — коэффициенты, учитывающие влияние комплексов факторов на заедание поверхностей;  $[Cr]$  — граничное значение критерия заедания.

Предложенный критерий работает на втором этапе развития процесса заедания поверхностей и учитывает два ключевых комплекса факторов:

- температурный, учитывающий влияние температуры масла на толщину масляной пленки в контакте;
- гидродинамический, учитывающий влияние несущей способности масляной пленки и физические свойства масла.

Предлагаемый безразмерный критерий является критерием не только заедания, но и подобия, так как в комплексе учитывает все значимые факторы процесса. Критерий подобия, в свою очередь, расширяет возможности моделирования процесса при физическом или математическом моделировании.

## Выводы

Авторами проведен анализ существующих критериев заедания для различных узлов трения. Установлено, что наиболее теоретически обоснованными и потенциально применимыми для других типов передач, в том числе спиройдных, являются критерии, которые базируются на выводах из температурного уравнения Блока или контактно-гидродинамической теории смазки.

На основе факторного анализа предложен безразмерный критерий заедания для спиройдного зацепления, который позволяет еще на стадии проектирования определить комбинацию факторов, при которых процесс заедания будет достигать критической стадии.

## Литература

1. Bell J.C., Dyson A. The effect of some operation factors on the scuffing of hardened steel discs // Second symposium on elastohydrodynamic lubrication, leeds (England). 1972. Apr. Par. 11/72. P. 87–92.
2. Block H. Theoretical study of temperature raise at surfaces of actual contact under oiliness lubricating conditions // Proc. Inst. Of Mech. Eng. 1937. Vol. 2. P. 222–235.



3. Crook A.W., Shotter B.A. Some scuffing experiments in disk machine // Proc. instn. mech. engrs. 1957. Vol. 171.
4. Czichos H., Kirschke K. Investigation into film failure of lubricated concentrated contracts // Wear. 1974. Vol. 20, № 1. 95 p.
5. Davis A.W. Marine reduction gearing // Proc. JME. 1956. Vol. 170, № 16. P. 477-498.
6. ITW Spiroid // Spiroid Gearing Design Manual. – Illinois Tool Works, 1986. № 6.
7. Nelson W.D. Spiroid gearing // Machine design. 1961. № 5. P. 163-171.
8. Yamamoto J. On scuffing condition under rolling - sliding contact in case of refined 0.45% carbon steel // Bul. JSME. 1985. Vol. 28, № 237. P. 525-528.
9. Коваленко Р.К., Анферов В.Н. Результаты исследования заедания в спироидной передаче // Вестн. ИжГТУ им. М.Т. Калашникова. 2017. Т. 20, № 1. С. 17-20.
10. Березин К.Г. Повышение задиростойкости фрикционного контакта червячной пары трения: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Иваново, 2012. 23 с.
11. Генкин М.Д., Кузьмин Н.Ф., Мишарин Ю.А. Вопросы заедания зубчатых колес. М.: Изд-во АН СССР, 1959. 296 с.
12. Голего Н.Л. Схватывание в машинах и методы его устранения. Киев: Техника, 1965. 231 с.
13. Евдокимов Ю.А., Гудима В.В., Щербakov А.В. Основы теории инженерного эксперимента. Ч. 1. Методы математического планирования эксперимента: Ростов н/Д: Изд-во РГУПС, 1994. 83 с.
14. Климанн Д. Смазки и родственные продукты. Синтез. Свойства. Применение. Международные стандарты: пер. с англ. М.: Химия, 1988. 488 с.
15. Когаев В.П., Дроздов Ю.Н. Прочность и износостойкость деталей машин. М.: Высш. школа, 1991. 319 с.
16. Коднир Д. С. Контактная гидродинамика смазки деталей машин. М.: Машиностроение, 1976. 304 с.
17. Коровчинский М.В. Основы теории термического контакта при локальном трении // Новое в теории трения: сб. ст. М.: Наука, 1966. № 11. С. 23-26.
18. Лопатин Б.А. О выборе критерия заедания пространственных зубчатых передач // Совершенствование конструкций машин и методов обработки деталей. Челябинск, 1978. № 215. С. 14-18.
19. Матвеевский Р.М., Буяновский И.А., Лазовская О.В. Противозадирная стойкость смазочных сред при трении в режиме граничной смазки. М.: Наука, 1978. 198 с.
20. Мусохранов М.В., Антонюк Ф.И., Калмыков В.В. Поверхностная энергия и процесс схватывания контактирующих поверхностей [Электронный ресурс] // Наука и Образование. МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2014. № 11. С. 45-51.
21. Петрусевиц А.И. Основные выводы из контактно-гидродинамической теории смазки // Изв. акад. наук СССР. Отд-ние техн. наук. 1951. № 2. С. 209-223.
22. Тихомиров П.В. Оценка заедания зубчатых колес // Актуальные проблемы лесного комплекса: сб. науч. тр. по итогам междунар. науч.-технической конф. / БГИТА. Брянск, 2005. Вып. 11. С. 61-65.
23. Шульц В.В. Температура поверхности фрикционного кольца // Надежность и долговечность машин: сб. науч. тр. ин-та ЛИСИ. Л., 1973. Вып. 79. С. 50-58.
- tohydrodynamic lubrication, leeds (England). 1972. Apr. Par. 11/72. P. 87-92.
2. Block H. Theoretical study of temperature raise at surfaces of actual contact under oiliness lubricating conditions // Proc. Inst. Of Mech. Eng. 1937. Vol. 2. P. 222-235.
3. Crook A.W., Shotter V.A. Some scuffing experiments in disk machine // Proc. instn. mech. engrs. 1957. Vol. 171.
4. Czichos H., Kirschke K. Investigation into film failure of lubricated concentrated contracts // Wear. 1974. Vol. 20, № 1. 95 p.
5. Davis A.W. Marine reduction gearing // Proc. JME. 1956. Vol. 170, № 16. P. 477-498.
6. ITW Spiroid // Spiroid Gearing Design Manual. - Illinois Tool Works, 1986. № 6.
7. Nelson W.D. Spiroid gearing // Machine design. 1961. № 5. P. 163-171.
8. Yamamoto J. On scuffing condition under rolling - sliding contact in case of refined 0.45% carbon steel // Bul. JSME. 1985. Vol. 28, № 237. P. 525-528.
9. Kovalenko R.K., Anferov V.N. Results of Investigating the Scuffing in Spiroid Gears // Bulletin of Kalashnikov ISTU. 2017. T. 20, № 1. P. 17-20.
10. Berezin K.G. Increase the resistance to scoring of the friction contact of worm gear pair of friction: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk. Ivanovo, 2012. 23 p.
11. Genkin M.D., Kuz'min N.F., Misharin Yu.A. Problems of jamming of gears. M.: Izd-vo AN SSSR, 1959. 296 p.
12. Golego N.L. Grasp in machines and methods of its elimination. Kiev: Tekhnika, 1965. 231 p.
13. Evdokimov Yu.A., V.V. Gudima, Shcherbakov. A.V. Fundamentals of the theory of engineering experiment. Part 1. Methods of mathematical experiment planning: Rostov n/D: Izd-vo RGUPS, 1994. 83 p.
14. Klimann D. Lubricants and related products. Synthesis. Properties. Application. International standards Smazki i rodstvennyye produkty. Sintez. Svoistva. Primenenie. Mezhdunarodnye standarty per. s angl. M.: Khimiya, 1988. 488 p.
15. Kogaev V.P., Drozdov Yu.N. Strength and wear resistance of machine parts. M.: Vyssh. shkola, 1991. 319 p.
16. Kodnir D.S. Contact hydrodynamics of lubrication of machine parts. M.: Mashinostroyeniye, 1976. 304 p.
17. Korovchinskii M.V. Basics of the theory of thermal contact for local friction // Novoe v teorii treniya: sb. st. M.: Nauka, 1966. № 11. P. 23-26.
18. Lopatin B.A. On the choice of the criterion of jamming spatial gears // Sovershenstvovanie konstruktssii mashin i metodov obrabotki detalei. Chelyabinsk, 1978. № 215. P. 14-18.
19. Matveevskii R.M., Buyanovskii I.A., Lazovskaya O.V. Anti-seize resistance of lubricating media for friction in the boundary lubrication mode. M.: Nauka, 1978. 198 p.
20. Musokhranov M.V., Antonyuk F.I. Kalmykov V.V. Surface energy and the process of setting the contacting surfaces [Elektronnyi resurs] // Science and Education of Bauman MSTU. 2014. № 11. P. 45-51.
21. Petrusevich A.I. The main conclusions from the contact-hydrodynamic theory of lubrication // Izv. akad. nauk SSSR. Otd-nie tekhn. nauk. 1951. № 2. P. 209-223.
22. Tikhomirov P.V. Estimation of jamming gears // Aktual'nye problemy lesnogo kompleksa: sb. nauch. tr. po itogam mezhdunar. nauch.-tekhnicheskoi konf. / BGITA. Bryansk, 2005. Vyp. 11. P. 61-65.
23. Shul'ts V.V. The surface temperature of the friction ring // Nadezhnost' i dolgovechnost' mashin: sb. nauch. tr. in-ta LISI. L., 1973. Vyp. 79. P. 50-58.

## References

## Методология диагностирования дефектов промышленного оборудования по спектрам собственных частот

С.Ю. Трутаев

АО «ИркутскНИИхиммаш», ул. Академика Курчатова 3, Иркутск, Россия  
stas@himmash.irk.ru

Статья поступила 8.09.2017, принята 3.10.2017

*На основе проведенного анализа отмечена актуальность применения экспрессных методов технического диагностирования в целях повышения качества оценки технического состояния промышленного оборудования предприятий нефтепереработки, химии и нефтехимии, нефте- и газодобычи. Определена возможность использования спектров собственных частот колебаний для нужд технической диагностики объектов машиностроения. Предложен «сигнальный» критерий оценки технического состояния оборудования, основанный на соотношении собственных частот колебаний, соответствующих балочным и оболочечным формам колебаний. Разработана расчетно-экспериментальная методология экспресс-диагностики макродефектов промышленного оборудования на основе мониторинга отклонений от «эталонного» спектра собственных частот колебаний объекта в процессе эксплуатации. Для этих целей предложено использовать метод конечных элементов в сочетании с методами оптимального проектирования конструкций. При этом экспериментальное определение спектров собственных частот предложено выполнять на основе шагового метода с интеллектуальным сужением спектрального разрешения. Верификацию и корректировку модели объекта на предмет соответствия «эталонному» спектру собственных частот предложено выполнять на основе минимизации целевой функции, представляющей собой сумму квадратов невязок между «эталонным» и текущим векторами собственных частот. Аналогичным образом предложено выполнять идентификацию местоположения и размеров дефектов. При этом минимизацию целевой функции предложено выполнять с использованием модифицированного комплексного метода Бокса. Проведены апробация и верификация методологии на ряде тестовых задач, а также на различных образцах промышленного оборудования в стендовых условиях и на действующих технологических установках АО «Ангарская нефтехимическая компания» и «Ангарский завод полимеров».*

**Ключевые слова:** метод конечных элементов; спектр собственных частот; методы оптимального проектирования; минимизация; целевая функция; метод Бокса; мониторинг; граничные условия; макродефект.

## Methodology for diagnosing defects in industrial equipment with the help of natural frequencies spectra

S.Yu. Trutaev

JSC «IrkutskNIHimmash»; 3, Akademik Kurchatov St., Irkutsk, Russia  
stas@himmash.irk.ru

Received 8.09.2017, accepted 3.10.2017

*On the basis of a conducted analysis it is noted that it is relevant to apply rapid methods of technical diagnosis in order to improve the quality of technical state evaluation for industrial equipment of refinery, chemical, petrochemical, oil and gas extraction plants. The possibility of using the spectra of natural frequencies of oscillations for the needs of technical diagnostics of engineering objects is determined. A "signal" criterion for assessing technical state of equipment is proposed. It is based on the correlation of its own vibration frequencies corresponding to beam- and shell-type vibrations. A calculating and experimental methodology for rapid diagnosis of industrial equipment macrodefects has been developed. It is based on the monitoring of deviations from the "reference" spectrum of natural vibration frequencies during the operation. For these purposes, it is suggested to use the finite element method in combination with the methods of optimal design of the constructions. However, the experimental defining of natural frequencies spectrum is proposed to be performed on the basis of step-by-step procedure with intellectual accumulation of spectral resolution. It is suggested to perform verification and adjustment of the facility model to conform the "reference" spectrum of its own frequencies on the basis of minimizing the target function, that is the sum of squares of discrepancy between the "reference" and current vectors of natural frequencies. It is proposed to identify the location and size of the defect similarly. However, it is suggested to minimize the target function with modified complex Box method. The methodology has been tested and verified on a number of test tasks, as well as on various industrial equipment during the bench testing and on the operating process units of JSC "Angarsk Petrochemical Company" and JSC "Angarsk Polymer Plant".*

**Keywords:** finite element method; spectrum of natural frequencies; optimal design methods; minimization; target function; Box method; monitoring; boundary conditions; macrodefect.

### Введение

Применяемые сегодня при техническом диагностировании традиционные методы неразрушающего контроля (ультразвуковой, магнитный, вихретоковый и

др.) (НК) в общем позволяют решить задачу оценки технического состояния оборудования, однако в силу выборочности (дискретности) такого контроля конечный результат напрямую зависит от квалификации экс-

перта, определяющего места расположения точек для контроля и осуществляющего выбор методов НК. При этом в ряде случаев даже полное соблюдение рекомендаций нормативных документов, например требований [1], не гарантирует достоверность оценок технического состояния объекта, базирующихся на результатах такой дефектоскопии. Например, на рис. 1 показан фрагмент трубопровода DN 200, результаты выборочной толщинометрии которого не позволили выявить локальные дефекты типа «потери сечения», достигающие глубины более 50 % толщины стенки трубопровода. С учетом изложенного для повышения качества оценки технического состояния оборудования целесообразным является применение различных техник экспрессного контроля дефектов, позволяющих быстро выполнить контроль исследуемого объекта на предмет идентификации «проблемных» зон, чтобы в дальнейшем соответствующим образом скорректировать программу обследования традиционными методами НК.

**О существующих методах экспрессного контроля дефектов объектов машиностроения.** Среди известных техник экспрессного контроля, широко применяемых сегодня на промышленных предприятиях РФ, можно отметить такие, как метод магнитной памяти металла (МПМ) [2], методы акустической эмиссии (АЭ) [3] и акустической импульсной рефлектометрии (АИР) [4].



**Рис. 1.** Не обнаруженные традиционными методами НК дефекты типа «потери сечения» на трубопроводе DN 200

Методы диагностирования дефектов, использующие в своей основе собственные характеристики исследуемого объекта, также имеют достаточно широкое распространение в технике [5, 6]. В настоящее время такие методы успешно применяются, например, для контроля колесных пар на железнодорожном транспорте [7], оценки состояния лопаток турбин и компрессоров [8], диагностики конструкций зданий [9] и т. д. Так, в 2014 г. в РФ был введен в действие стандарт [10], регламентирующий контроль за состоянием конструкций зданий и сооружений в процессе эксплуатации, в том числе за счет периодического мониторинга периодов и декрементов затухания основного тона собственных колебаний. В случае изменения собственных характеристик исследуемого объекта более чем на 10 % по сравнению с результатами предшествующего обследования техническое состояние такого объекта ставит-

ся под сомнение, а сам объект подвергается внеплановому обследованию.

Возможности использования собственных частот колебаний для диагностирования дефектов промышленного оборудования рассмотрены во многих публикациях отечественных и зарубежных авторов. В большинстве своем работы в данной области направлены на исследование влияния различных факторов на собственные частоты при рассмотрении модельных задач. Так, в работе [11] рассмотрена задача аналитического определения граничных условий трубопровода с жидкостью по заданным частотам колебаний. В работе [12] исследовано влияние на собственные частоты отложений на стенках трубопроводов. Результаты аналитического и экспериментального исследования влияния наличия трещин на спектр собственных частот колебаний трубопроводов, заполненных жидкостью, продемонстрированы в работе [13]. Все отмеченные работы объединяет то, что исследователями в качестве базиса для идентификации «дефектов» исходной системы (наличия повреждений и отложений, изменения граничных условий) используются только балочные формы колебаний трубопроводов.

**Методология диагностирования макродефектов промышленного оборудования при мониторинге его технического состояния.** Многолетний опыт АО «ИркутскНИИХиммаш» по обеспечению промышленной безопасности технологического оборудования предприятий нефтепереработки, химии и нефтехимии, нефте- и газодобычи показывает, что для диагностических целей актуально использование наряду с балочными формами также и оболочечных форм колебаний. При этом расчетным и экспериментальным путем установлено [14], что чувствительность оболочечных форм колебаний сосудов, аппаратов, трубопроводов к появлению макродефектов значительно выше чувствительности балочных форм колебаний. В то же время для других типов «дефектов» исходной системы, например, для снижения податливости опорных конструкций, наблюдается обратная картина — чувствительность балочных форм колебаний значительно превосходит чувствительность оболочечных форм колебаний.

С учетом установленных закономерностей целесообразной представляется возможность использования данной информации в качестве грубого диагностического признака, или «сигнального» критерия наличия дефектов в оборудовании при мониторинге его технического состояния. При этом такой «сигнальный» критерий можно представить, например, в виде:

$$\psi = \left| \frac{f_6}{f_0} \right|, \quad (1)$$

где  $\overline{f_6}$  — отношение частоты колебаний объекта, соответствующей балочной форме для текущего состояния, по отношению к аналогичной (эталонной) частоте колебаний для бездефектного состояния;  $\overline{f_0}$  — отношение частоты колебаний объекта, соответствующей оболочечной форме для текущего состояния, по отношению к аналогичной (эталонной) частоте колебаний для бездефектного состояния.

С учетом изложенного предложена новая методология экспрессной диагностики макродефектов оборудования, основанная на использовании современных численных методов и методов оптимального проектирования конструкций. Методология может применяться в рамках технологии расчетно-экспериментальной оцен-

ки технического состояния оборудования опасных производственных объектов, регламентированной в [15], а также при осуществлении мониторинга состояния оборудования согласно [16]. Практическая реализация методологии формализована в виде алгоритма, показанного на рис. 2.

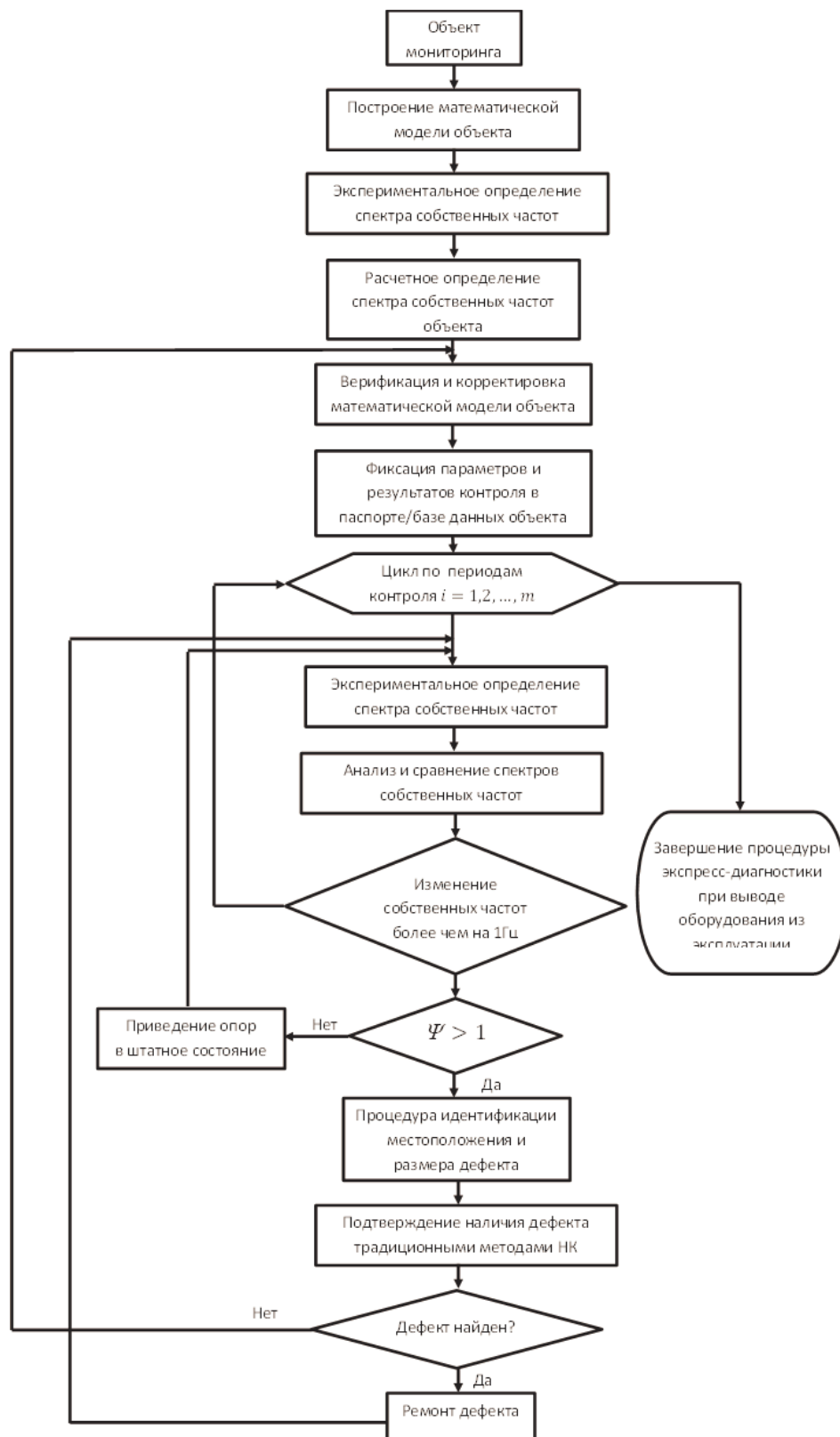


Рис. 2. Алгоритм экспресс-диагностики макродефектов в промышленном оборудовании



В качестве основы для применения методологии используется математическая модель исследуемого объекта, которая строится исходя из представления объекта в виде линейной упругой механической системы с конечным числом степеней свободы с применением метода конечных элементов (МКЭ) [17]. Для этого могут быть использованы различные современные программные пакеты, например ПО «COMPASS» [18].

В общем случае использование МКЭ в отношении моделирования статики и динамики технических объектов предполагает следующие базовые шаги [17]:

- объект с требуемой степенью детализации разделяется на конечное число подобластей определенных размеров (конечных элементов), сопрягаемых в узловых точках;

- неизвестная непрерывная функция (например, функция перемещений узловых точек деформируемого тела), аппроксимируется полиномиальными функциями (функциями формы), значения которых внутри элемента и на его границах определяются через значения функций в узлах;

- подстановка полученных аппроксимаций для каждой подобласти в разрешающие уравнения позволяет получить общую систему уравнений с неизвестными параметрами, решение которой обеспечивает приближенное решение рассматриваемой задачи.

Выбор типа и формы конечных элементов, используемых для моделирования исследуемого объекта, определяется характером решаемой задачи, при этом от правильности такого выбора напрямую зависит точность получаемого приближенного решения.

Верификация полученной математической и соответствующей ей конечно-элементной модели оцениваются на основе сравнения расчетного спектра собственных частот колебаний модели с экспериментально полученным спектром.

Расчетное определение спектра собственных частот колебаний объекта выполняется численно на основе построенной математической модели посредством решения обобщенной задачи на собственные значения вида [19]:

$$[K][\Phi] = [M][\Phi][\lambda], \quad (2)$$

где  $[K]$  — матрица жесткости системы;  $[M]$  — матрица масс системы;  $[\Phi]$  — матрица  $[M]$  ортогональных и нормированных собственных векторов;  $[\lambda]$  — диагональная матрица собственных значений, равных квадратам соответствующих собственных частот недемпфированных колебаний.

В случае необходимости учета влияния на собственные характеристики объекта статических нагрузок (например, внутреннего давления) обобщенная задача на собственные значения (2) представляется в виде [20]:

$$[\bar{K}][\Phi] = [M][\Phi][\lambda], \quad (3)$$

где  $[\bar{K}]$  — матрица жесткости, учитывающая предварительное напряжение от статических нагрузок, вычисляемая как:

$$[\bar{K}] = [K] + [K_\sigma], \quad (4)$$

где  $[K]$  — матрица жесткости;  $[K_\sigma]$  — матрица геометрической жесткости, определяемая тензором предварительных напряжений, обусловленных действием на оборудование статических нагрузок.

Для экспериментального определения спектра собственных частот в общем случае могут использоваться методы, изложенные в [21]. Однако при необходимости учета высших форм колебаний объекта целесообразным является использование уточненных методов, например, основанных на вычислении передаточной функции конструкции при различных типах динамического возбуждения [22].

Простейшим и наиболее легко реализуемым вариантом отмеченной методологии является метод импульсного (ударного) возбуждения [23]. Схема проведения испытаний в соответствии с данным методом предполагает нанесение одного или нескольких ударов по исследуемому объекту с использованием специального молотка с вмонтированным в него датчиком силы. При этом на самом объекте в одной или нескольких точках размещаются датчики (например, ускорений), фиксирующие отклик конструкции в момент удара, когда выполняется синхронное измерение входного сигнала  $u(t)$  (временная реализация, регистрируемая с датчика силы) и выходного сигнала  $v(t)$  (временная реализация, регистрируемая с датчика/датчиков ускорений).

Передаточная функция объекта при этом определяется как [23]:

$$H(f) = \frac{G_{uv}(f)}{G_u(f)}, \quad (5)$$

где  $G_{uv}(f) = U^*(f)V(f)$  — взаимный спектр между  $u(t)$  и  $v(t)$ ;  $G_u(f) = U^*(f)U(f)$  — спектр мощности входного сигнала  $u(t)$ ;  $U^*(f)$  — комплексно сопряженный спектр  $U(f)$ .

Очевидным недостатком метода импульсного возбуждения является то, что спектр мощности входного сигнала  $u(t)$  зависит от множества неконтролируемых оператором факторов, таких как сила удара, длительность ударного импульса и т. д., что в итоге приводит к вариативности проводимых измерений. Так, чем продолжительнее ударный импульс, тем меньший частотный диапазон объекта удастся охватить при проведении процедуры. Помимо этого на результат измерений оказывает влияние материал, из которого исполнен ударник тестового молотка. Ударник, выполненный из твердых материалов, позволяет возбуждать более высокие частоты колебаний объекта, в то же время ударник, выполненный из мягких материалов, обеспечивает возбуждение только низких частот. Помимо этого, имеется еще целый ряд факторов, влияющих на результаты измерений (частотное разрешение, типы весовых окон и т. п.) [22], которые, наряду с уже перечисленными факторами, делают метод импульсного возбуждения непригодным для целей периодического мониторинга.

С учетом этого более привлекательными методами экспериментального определения собственных частот являются методы, требующие использования возбуждения колебаний объекта на различных частотах с ис-



пользованием специальных вибраторов. К таким методам относятся, в частности, метод плавающего синуса (*swept sine testing*) [24], а также шаговый метод (*stepped sine excitation*) [25].

Для решения рассматриваемых задач наиболее подходящим является шаговый метод возбуждения конструкции на фиксированных частотах. Он обладает наиболее высоким отношением «сигнал – шум», а также отношением «ПИК – СКЗ» в силу того, что вся энергия возбуждения «закачивается» в конструкцию на фиксированных частотах [25]. При этом методе легко реализуется контроль за частотой и амплитудой возбуждения. Указанная методология успешно применяется в различных отраслях промышленности РФ, в том числе в космической отрасли [26], материаловедении [6] и т. д.

Ключевым недостатком указанной методологии является длительность тестирования, определяемая, с одной стороны, требуемым спектральным разрешением, а также временем задержки, необходимым для по-

лучения установившихся колебаний объекта на заданной частоте. Так, например, при спектральном разрешении 0,01 Гц и времени задержки 500 мс процедура получения спектра отклика конструкции в диапазоне от 5 до 2 000 Гц занимает порядка 27 ч.

Для компенсации указанного недостатка предложен аппаратно-программный комплекс, реализующий процедуру идентификации собственных частот объекта шаговым методом под управлением специального интеллектуального алгоритма. Алгоритм обеспечивает сокращение времени построения спектра отклика конструкции за счет адресного увеличения спектрального разрешения и времени задержки только в окрестности резонансных частот, определяемых за счет предварительного применения техники импульсного возбуждения ударным импульсом [23]. Пример экспериментально определенного спектра собственных частот объекта с использованием указанной методологии показан на рис. 3.

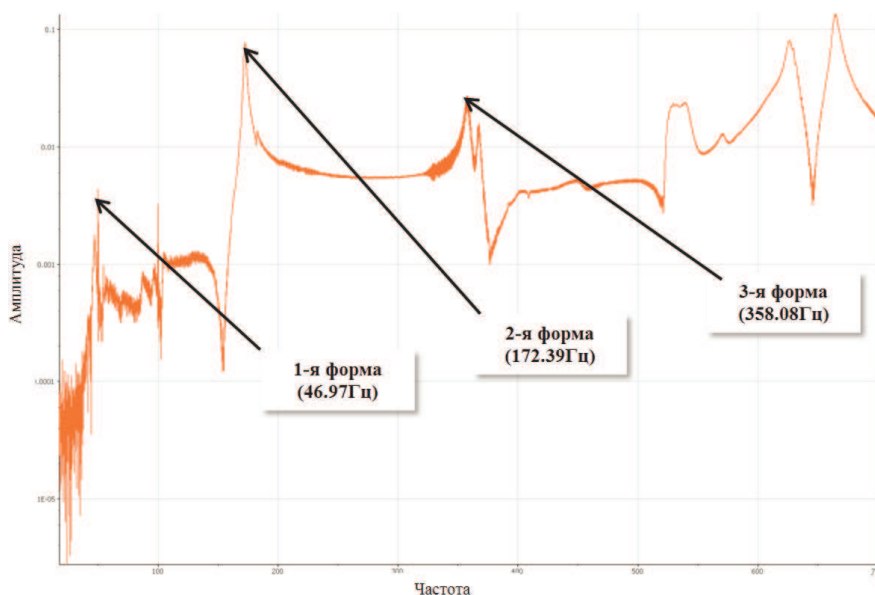


Рис. 3. Экспериментально определенный спектр собственных частот

Корректировку математической модели с учетом экспериментально определенных частот колебаний, требующую обеспечения соответствия не только первой балочной частоте объекта, а целой группе частот спектра, в том числе частотам оболочечного характера, выполнять в ручном режиме довольно затруднительно. С учетом этого требуется использование специальных численных процедур, обеспечивающих решение данной задачи в автоматическом режиме.

В общем случае такая задача может быть сформулирована по аналогии с формулировкой задач оптимального проектирования конструкций (ОПК). Применительно к МКЭ она может быть сформулирована следующим образом:

найти вектор переменных проектирования:

$$\{x(x_1, \dots, x_i)\}, i = 1, 2, \dots, m, \quad (6)$$

доставляющий минимальное значение целевой функции:

$$F(x) \rightarrow \min \quad (7)$$

при явных ограничениях на вектор переменных проектирования:

$$l_i \leq x_i \leq u_i, \text{ при } i = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

В выражениях (6) – (8) приняты следующие обозначения:  $m$  — число переменных проектирования;  $l_i, u_i$  — ограничения на диапазон изменения  $i$ -й переменной проектирования снизу и сверху соответственно.

В качестве целевой функции в задаче автоматической коррекции математической модели по спектру собственных частот колебаний удобно использовать сумму квадратов невязок между заданным вектором собственных частот  $\{f^*\}$  и вектором собственных частот  $f_j^*(x)$ , соответствующим вектору  $\{X(x_1, \dots, x_i)\}_j$  на  $j$ -м шаге оптимизации:

$$F(x) = \{ \{f^*\} - \{f_j^*(x)\} \}^T \{ \{f^*\} - \{f_j^*(x)\} \}. \quad (9)$$

В качестве переменных проектирования  $x_1, \dots, x_i$  в рассматриваемой задаче в общем случае могут выступать массинерционные и жесткостные характеристики объекта, граничные условия и т. д. Однако для большинства практических задач массинерционные и жесткостные характеристики исследуемого оборудования (трубопровод, сосуд, аппарат и т. п.) являются известными величинами и уточнения не требуют. Напротив, условия закрепления оборудования, а именно фактическая податливость опорных конструкций, усилия затяжки крепежа и т. д., как правило, неизвестны. В этой связи задача автоматической коррекции математической модели по группе собственных частот может быть сформулирована как задача коррекции граничных условий модели.

Полученный экспериментальным путем спектр собственных частот, а также параметры контроля, при которых он был получен (точки размещения датчиков на оборудовании, тип измерительной аппаратуры, чувствительности датчиков, параметры сбора и обработки данных и т. п.), заносятся в паспорт оборудования, а также в соответствующую базу данных ERP системы или диагностической службы предприятия. Указанные данные служат базисом для дальнейшего мониторинга технического состояния оборудования по критерию изменения спектров собственных частот в процессе эксплуатации.

В каждом последующем контрольном периоде  $i = 1, 2, \dots, m$  (например, во время каждого остановочного ремонта) процедура экспериментального определения спектра собственных частот объекта повторяется при наблюдении параметров контроля и обработки данных, которые отмечены в паспорте оборудования (базе данных).

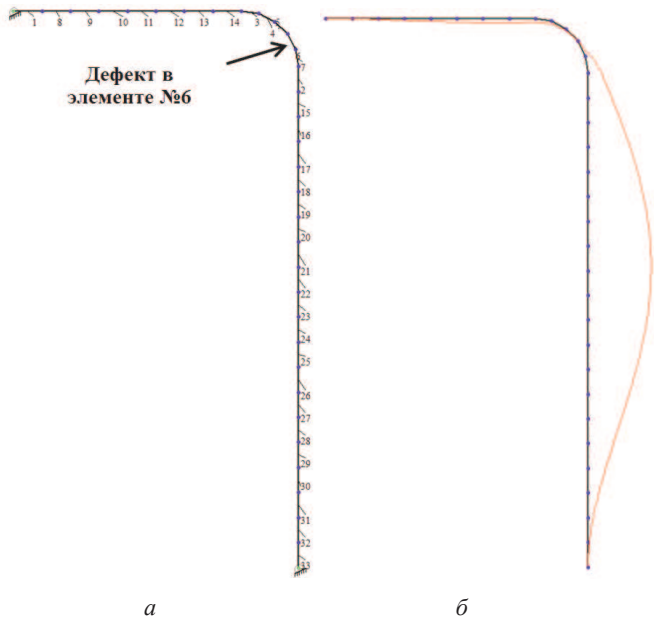
При значительном (более 1 Гц) изменении частот колебаний объекта по сравнению с эталонным спектром частот вычисляется «сигнальный» критерий (1), по которому судят о причинах выявленных отклонений.

При  $\psi > 1$  делается предположение о наличии в диагностируемом оборудовании макродефекта типа «потеря сечения», в противном случае ( $\psi \leq 1$ ) — об ослаблении опорных конструкций.

Для подтверждения наличия дефекта в идентифицированной зоне оборудования в ней проводится дополнительный контроль с использованием традиционных методов НК, после чего дефектный участок подвергается ремонту либо, в случае постановки ложного диагноза, осуществляются повторная верификация и корректировка исходной математической модели.

**Процедура идентификации макродефектов.** Задача идентификации расположения и размеров дефектов в диагностируемом оборудовании с использованием информации о спектре собственных частот колебаний объекта может быть сформулирована по аналогии с задачей автоматической корректировки граничных условий математической модели, рассмотренной выше. Отличие будет заключаться в структуре вектора переменных проектирования, в котором вместо граничных условий будут рассматриваться параметры предполагаемого макродефекта. В качестве таковых в общем

случае могут выступать такие параметры, как координаты местоположения дефекта, его размеры (глубина, площадь) и др.



**Рис. 4.** Расчетная модель и форма колебаний модельного трубопровода: *а* — конечно-элементная модель трубопровода; *б* — 1-я форма колебаний

Рассмотрим процедуру идентификации местоположения и размеров заданного макродефекта на примере модельного трубопровода DN 108 при толщине стенки 0,004 м. Расчетная модель трубопровода (рис. 4) выполнялась с использованием прямолинейных стержневых конечных элементов ПО «COMPASS» [18], в том числе в зонегиба. Всего в тесте было использовано 33 стержневых конечных элемента. Граничные условия накладывались на крайние узлы модели и соответствовали жесткой заделке концов трубопровода.

Модельный дефект типа «потеря сечения» был принят в конечном элементе № 6, при этом для него было задано уточнение стенки трубопровода на 50 %.

При решении задачи идентификации макродефекта в теле модельного трубопровода в качестве переменных проектирования были приняты:

- 1) номер стержневого конечного элемента;
- 2) толщина стенки трубопровода в зоне дефекта.

Решение задачи выполнялось в автоматическом режиме с использованием модифицированного метода Бокса. Для наглядной иллюстрации процесса поиска дефекта в трубопроводе наряду с использованием модифицированного метода Бокса [27] был применен также метод прямого сканирования по сетке [28], позволивший получить значения целевой функции (9) во всем диапазоне изменения переменных проектирования. Результаты работы алгоритма идентификации продемонстрированы на рис. 5.

Как видно на рис. 5, процедура поиска с использованием модифицированного метода Бокса сошлась за 29 итераций. При этом найденный оптимум соответствовал расположению модельного дефекта в конечном элементе № 6 модели при толщине трубопровода в указанной зоне  $0,00199998 \approx 0,002$  м (50 % от толщины).

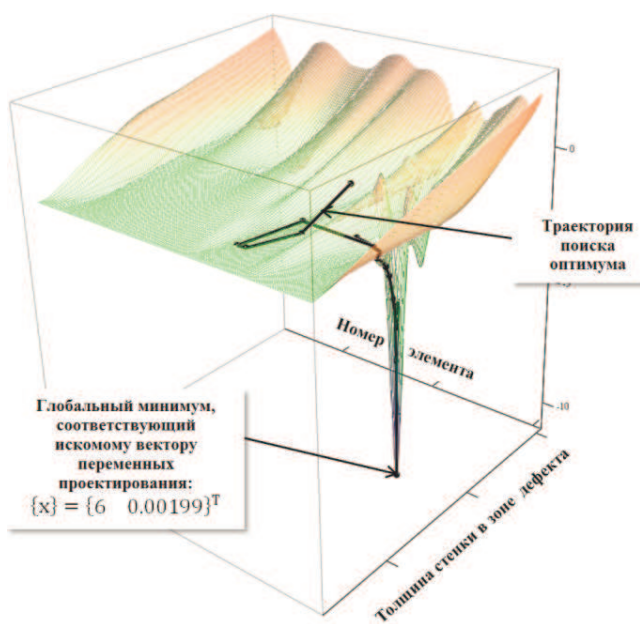


Рис. 5. Результат работы алгоритма идентификации местоположения и размера дефекта

### Выводы

В целях повышения качества оценки технического состояния промышленного оборудования предприятий нефтепереработки, химии и нефтехимии, нефте- и газодобычи предложен расчетно-экспериментальный метод экспресс-диагностики макродефектов оборудования на основе мониторинга отклонений от «эталонного» спектра собственных частот колебаний объекта в процессе эксплуатации, включающий процедуры:

- автоматической коррекции граничных условий математической модели для обеспечения соответствия «эталонному» спектру собственных частот;
- идентификации местоположения и размеров макродефектов.

Проведены апробация и верификация методологии на ряде тестовых задач, а также на различных образцах промышленного оборудования в стендовых условиях и действующих технологических установках АО «Ангарская нефтехимическая компания» и «Ангарский завод полимеров».

### Литература

1. СТО - СА - 03 - 004 - 2009. Трубчатые печи, резервуары, сосуды и аппараты нефтеперерабатывающих и нефтехимических производств. Требования к техническому надзору, ревизии и отбраковке, утв. ОАО "ВНИКТИнефтехимоборудование" протоколом № 5 от 16 дек. 2008 г. Волгоград, 2010. 75 с.
2. ГОСТ Р ИСО 24497 - 3 - 2009. Контроль неразрушающий. Метод магнитной памяти металла. Ч. 3. Контроль сварных соединений, утв. приказом Федер. агентства по техн. регулированию и метрологии от 10 нояб. 2009 г. № 499 ст. 2010. М., 2011.
3. ПБ 03 - 593 - 03. Правила организации и проведения акустико-эмиссионного контроля сосудов, аппаратов, котлов и технологических трубопроводов, утв. постановлением Госгортехнадзора России от 9 июня 2003 г. № 77. М., 2003.
4. Быков С.П., Иншаков Д.В., Кузнецов К.А. Применение акустической импульсной рефлектометрии в неразрушающем

контроле труб теплообменников // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2014. № 10. С. 41-43.

5. Коновалов А.М., Кугушев В.И., Яковлев А.Ю. Два перспективных направления для дефектоскопии трещин с использованием собственных колебаний объекта контроля // Контроль. Диагностика. 2017. № 8. С. 52-58.

6. Москоленко И.Б., Коварская Е.З. Использование частот собственных колебаний при неразрушающем контроле физико-механических свойств материалов и изделий // В мире неразрушающего контроля. 2012. № 4 (58). С.13-16.

7. Когушев В.И. Методика обнаружения значительных дефектов железнодорожных колес по результатам измерения частот их собственных колебаний // В мире неразрушающего контроля. 2010. № 2 (48). С.72-74.

8. Равин А.А., Проскуряков К.Б. Анализ вибрационных характеристик рабочих лопаток осевых компрессоров // Судостроение. 2012. № 2. С. 54-56.

9. Савин С.Н., Ситников И.В., Данилов И.Л. Современные методы технической диагностики и мониторинга как средство безопасной эксплуатации строительных конструкций // В мире неразрушающего контроля. 2008. № 4 (42). С. 14-18.

10. ГОСТ 31937 - 2011. Здания и сооружения. Правила обследования и мониторинга технического состояния, утв. и введен в действие приказом Федер. агентства по техн. регулированию и метрологии от 27 дек. 2012 г. № 1984. ст. 1999. М., 2013.

11. Ахтямов А.М., Сафина Г.Ф. Определение виброзащитного закрепления трубопровода // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т. 49, № 1. С.139-147.

12. Хакимов А.Г. Диагностика трубопровода с отложениями на стенках и с жидкостью под давлением по собственным частотам изгибных колебаний/А. Г. Хакимов [Электронный ресурс] // Нефтегазовое дело. 2015. Т. 49, № 4. С. 151-171. URL: <http://ogbus.ru>. (дата обращения: 20.08.2017).

13. Murigendrappa S.M., Maiti S.K., Srirangarajan H.R. Frequency - based experimental and theoretical identification of multiple cracks in straight pipes filled with fluid // NDT & E International. 2004. № 37. Р. 431-438.

14. Трутаев С.Ю. Разработка методологии экспресс-диагностики дефектов промышленного оборудования по спектру собственных частот колебаний: отчет о НИР. Иркутск: АО "ИркутскНИИхиммаш", 2017. 62 с.

15. СТО - 00220227 - 044 - 2016. Оборудование опасных производственных объектов. Расчетно-экспериментальные методы исследования, утв. и введен в действие 01.09.2016. Иркутск: ИркутскНИИхиммаш, 2016. 52 с.

16. Трутаев С.Ю., Кузнецов К.А. Способ мониторинга напряженно - деформированного состояния объектов повышенной опасности: пат. 2 626 391 Рос. Федерация. № 2016135360/28(055362); заявл. 30.08.2016, Бюл. № 21. 7 с.

17. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 542 с.

18. Безделев В.В., Буклемишев А.В. Программная система COMPASS. Руководство пользователя. Иркутск: Иркут. гос. техн. ун - т, 2000. 120 с.

19. Бате К., Вильсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М.: Стройиздат, 1982. 448 с.

20. Cook R.D., Malkus D.S., Plesha M.E. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. New York: John Wiley and Sons, 1989. 630 p.

21. ГОСТ 30630.1.1 - 99. Методы испытаний на стойкость к механическим внешним воздействующим факторам машин, приборов и других технических изделий. Определение динамических характеристик конструкций, утв. и введен в действие постановлением Гос. комитета Рос. Федерации по стандартизации и метрологии от 23 авг. 2001 г. № 349. ст. 1999. М., 2002.



22. Ramsey K.A. Effective Measurements for Structural Dynamics Testing // Sound and Vibration. 1975. P. 24-35.

23. Halvorsen W.G., Brown D.L. Impulse Technique for Structural Frequency Response Testing // Sound and Vibration. 1977. P. 8-21.

24. Chan I.H. Swept Sine Chirps for Measuring Impulse Response // SRS. 2010. P.1-6.

25. Ewins D. J. Modal testing: theory, practice and applications. 2nd edition. 2000. 400 p.

26. Межин В.С., Обухов В.В. Сравнительный анализ методов экспериментального подтверждения конечно - элементных динамических моделей конструкции космических аппаратов // Космическая техника и технологии. 2016. № 4 (15). С. 14-23.

27. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс. М.: Радио и связь, 1988. 128 с.

28. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. 509 с.

### References

1. STO - SA - 03 - 004 - 2009. Tube furnaces, tanks, vessels and apparatuses of refineries and petrochemical plants. Requirements for technical supervision, inspection and rejection, utv. OAO "VNIKTIneftekhimoborudovanie" protokolom № 5 ot 16 dek. 2008 g. Volgograd, 2010. 75 p.

2. GOST R ISO 24497 - 3 - 2009. Non-destructive examination. Metal magnetic memory method. Part 3. Examination of the weld joints, utv. prikazom Feder. agentstva po tekhn. regulirovaniyu i metrologii ot 10 noyab. 2009 g. № 499 st. 2010. M., 2011.

3. PB 03 - 593 - 03. Rules of organization and performance of acoustic and emission examination of vessels, apparatuses, boilers and process pipelines, utv. postanovleniem Gosgortekhnadzora Rossii ot 9 iyunya 2003 g. № 77. M., 2003.

4. Bykov S.P., Inshakov D.V., Kuznetsov K.A. The application of acoustic pulse reflectometry during the non-destructive examination of heat exchanger tubes // Chemical and Petroleum Engineering. 2014. № 10. P. 41-43.

5. Kononov A.M., Kugushev V.I., Yakovlev A.Yu. Two promising areas for crack detection with the help of using natural vibration of an examined facility // Kontrol'. Diagnostika ("Testing. Diagnostics"). 2017. № 8. P. 52-58.

6. Moskovenko I.B., Kovarsaya E.Z. The use of natural vibration frequencies during the non-destructive examination of physical and mechanical properties of materials and products // NDT World. 2012. № 4 (58). P. 13-16.

7. Kogushev V.I. The methodology of detection of significant defects of the railway wheels based on the results of measuring the natural vibration frequencies // NDT World. 2010. № 2 (48). P. 72-74.

8. Ravin A.A., Proskuryakov K.B. Analysis of vibrational characteristics of axial compressors rotor blades // Sudostroenie. 2012. № 2. P. 54-56.

9. Savin S.N., Sitnikov I.V., Danilov I.L. Modern techniques of technical diagnosis and monitoring as a tool of safe operation of building constructions // NDT World. 2008. № 4 (42). P. 14-18.

10. GOST 31937 - 2011. Buildings and structures. The rules for inspection and monitoring of technical state, utv. i vveden v deistvie prikazom Feder. agentstva po tekhn. regulirovaniyu i metrologii ot 27 dek. 2012 g. № 1984. st. 1999. M., 2013.

11. Akhtyamov A.M., Safina G.F. Selecting of vibration isolating securing of pipeline // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2008. T. 49, № 1. P. 139-147.

12. Khakimov A.G. Diagnostics of pipeline with sediments on walls containing pressurized fluid with the help of natural bending vibrations frequencies /A. G. Khakimov [Elektronnyi resurs] // Oil and Gas Business. 2015. T. 49, № 4. P. 151-171. URL: [http://ogbus.ru.\(data obrashcheniya: 20.08.2017\)](http://ogbus.ru.(data obrashcheniya: 20.08.2017)).

13. Murigendrappa S.M., Maiti S.K., Srirangarajan H.R. Frequency - based experimental and theoretical identification of multiple cracks in straight pipes filled with fluid // NDT & E International. 2004. № 37. P. 431-438.

14. Trutaev S.Yu. Development of a methodology for rapid diagnosis of industrial equipment defects based on the spectrum of natural vibration frequencies: otchet o NIR. Irkutsk: AO "IrkutskNIKhimmash", 2017. 62 p.

15. STO - 00220227 - 044 - 2016. Equipment of hazardous production facilities. Calculating and experimental methods of investigation, utv. i vveden v deistvie 01.09.2016. Irkutsk: IrkutskNIKhimmash, 2016. 52 p.

16. Trutaev S.Yu., Kuznetsov K.A. The method of stress-strain state monitoring of high-risk facilities: pat. 2 626 391 Ros. Federatsiya. № 2016135360/28(055362); zayavl. 30.08.2016, Byul. № 21. 7 p.

17. Zenkevich O. The finite-elements method in technics. M.: Mir, 1975. 542 p.

18. Bezdelev V.V., Buklemishev A.V. COMPASS software system. User Guide. Irkutsk: Irkut. gos. tekhn. un - t, 2000. 120 p.

19. Bate K., Vil'son E. Numerical methods of analysis and finite-elements method. M.: Stroiizdat, 1982. 448 p.

20. Cook R.D., Malkus D.S., Plesha M.E. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. New York: John Wiley and Sons, 1989. 630 p.

21. GOST 30630.1.1 - 99. Methods of testing the resistance to mechanical external influence of machines, devices and other techware. Defining the dynamic characteristics of constructions, utv. i vveden v deistvie postanovleniem Gos. komiteta Ros. Federatsii po standartizatsii i metrologii ot 23 avg. 2001 g. № 349. st. 1999. M., 2002.

22. Ramsey K.A. Effective Measurements for Structural Dynamics Testing // Sound and Vibration. 1975. P. 24-35.

23. Halvorsen W.G., Brown D.L. Impulse Technique for Structural Frequency Response Testing // Sound and Vibration. 1977. P. 8-21.

24. Chan I.H. Swept Sine Chirps for Measuring Impulse Response // SRS. 2010. P. 1-6.

25. Ewins D. J. Modal testing: theory, practice and applications. 2nd edition. 2000. 400 p.

26. Mezhin V.S., Obukhov V.V. Comparative analysis of the methods of experimental confirmation of finite-elements dynamic models of spacecraft design // Space Engineering and Technologies. 2016. № 4 (15). P. 14-23.

27. Bandi B. Optimization methods. The introduction. M.: Radio i svyaz', 1988. 128 p.

28. Gill F., Myurrei U., Rait M. Practical optimization. M.: Mir, 1985. 509 p.

## Оценка эффективности использования твердосплавного и алмазного инструмента для обработки отверстий в смешанных пакетах

А.Е. Пашков<sup>a</sup>, Ю.Н. Иванов<sup>b</sup>, Н.С. Чашин<sup>c</sup>, В.О. Иванова<sup>d</sup>

Иркутский национальный исследовательский технический университет, ул. Лермонтова, 83, Иркутск, Россия

<sup>a</sup>pashkov@istu.edu, <sup>b</sup>iv\_yuriy@istu.edu, <sup>c</sup>rufle54007@mail.ru, <sup>d</sup>vikulyonok@mail.ru

Статья поступила 5.09.2017, принята 7.10.2017

*В статье рассматривается технология обработки точных отверстий в смешанных пакетах, содержащих разнородные материалы, такие как полимерные композиционные материалы (ПКМ) и титановые сплавы. Сочетание подобных материалов создает значительные трудности для их совместной обработки. Более того, зачастую такие соединения присутствуют в крупногабаритных сборочных единицах, что приводит к необходимости использования специального сверлильного оборудования, в частности сверлильных машин с автоматической подачей инструмента. Значительное влияние на качество и точность отверстия оказывают режимы резания и используемый инструмент. Для выявления влияния данных факторов были выбраны два спиральных сверла — цельное твердосплавное и сверло со вставками из поликристаллического алмаза. Оценка инструмента и режимов резания проводилась в части определения склонности к образованию дефектов в ПКМ вследствие возникновения высоких температур в зоне резания. Для этого в ходе эксперимента контролировалась температура на выходе из смешанного пакета. Для оценки качества и точности обработанных отверстий контролировались шероховатость и диаметры отверстий в разных сечениях. По результатам испытаний построены гистограммы, отражающие влияние режимов резания на параметры качества и точности отверстий, на основе анализа которых сделаны выводы и даны рекомендации по выбору инструмента для обработки смешанных пакетов, содержащих ПКМ и титановые сплавы. Полученные результаты способствуют совершенствованию технологии сверления отверстий в смешанных пакетах на основе рационального выбора режущего инструмента и оптимальных режимов резания, что позволяет повышать качество изготавливаемой продукции и снижать ее себестоимость.*

**Ключевые слова:** сверление; смешанный пакет; полимерный композиционный материал; титановый сплав; тепловизионная камера; твердосплавное сверло; алмазное сверло.

## Efficiency evaluation of the use of carbide and diamond tool for processing holes in mixed packages

A.E. Pashkov<sup>a</sup>, Yu.N. Ivanov<sup>b</sup>, N.S. Chaschin<sup>c</sup>, V.O. Ivanova<sup>d</sup>

Irkutsk National Research Technical University; 83, Lermontov St., Irkutsk, Russia

<sup>a</sup>pashkov@istu.edu, <sup>b</sup>iv\_yuriy@istu.edu, <sup>c</sup>rufle54007@mail.ru, <sup>d</sup>vikulyonok@mail.ru

Received 5.09.2017, accepted 7.10.2017

*The article deals with the processing precise holes technology in mixed packages containing the materials different by properties such as carbon fiber reinforced polymer (CFRP) and titanium alloys. The combination of such materials has considerable difficulties for their joint processing. Moreover, these compounds are often present in large-sized assembly units, which leads to the need to use special drilling equipment, in particular - drilling machines with automatic tool feeding. The cutting conditions and the tool have a significant influence on the quality and accuracy of the hole. To determine the influence of these factors, two spiral drills were selected: a solid carbide drill and a drill with polycrystalline diamond (PCD). The evaluation of the tool and cutting conditions was carried out for determining the propensity to form defects in the CFRP due to the occurrence of high temperatures in the cutting zone. For this purpose, the temperature on the surface of the titanium alloy from the side of the tool exiting was monitored during the experiment. To assess the quality and accuracy of the treated holes, the roughness and diameters of the holes in different sections were checked. Based on the results of the tests, histograms reflecting the effect of cutting modes on the parameters of the quality and accuracy of the holes were constructed. Based on the analysis of histograms, conclusions were drawn and recommendations were given for selecting a tool for processing mixed packages containing CFRP and titanium alloys. The obtained results contribute the improvement of the hole drilling technology in mixed packages based on the rational choice of the cutting tool and the optimal cutting conditions, which makes it possible to improve the quality of the manufactured products and reduce their cost price.*

**Key words:** drilling; mixed package; polymeric composite material; titanium alloy; thermal imaging camera; carbide drill; diamond drill.



## Введение

В производстве современных самолетов важную роль играют легкие и прочные материалы из-за необходимости снижения веса летательного аппарата без потери эксплуатационных характеристик. Например, в конструкции Boeing 787 Dreamliner масса полимерных композиционных материалов (ПКМ), армированных углеводородным волокном, составляет около 57 т (50 %), масса титановых сплавов — около 17 т (15 %). Превосходные свойства углепластиков и титановых сплавов способствуют все большему увеличению их доли в составе авиационной техники. Общемировые тенденции не обошли и российскую авиапромышленность, проекты SSJ-100 и MS-21 нацелены на широкое применение ПКМ и титановых сплавов.

Одной из важнейших задач в авиастроении является получение надежных соединений ПКМ с металлическими сплавами (смешанные пакеты, пакеты). В подавляющем большинстве соединения выполняются путем установки соединительных элементов в полученные сверлением отверстия. Надежность соединений зависит прежде всего от качества отверстий. Ухудшение этого параметра может привести к высоким нагрузкам в соединении, что повлечет за собой снижение характеристик ресурса или разрушение.

Сверление ПКМ совместно с титановыми сплавами является сложной задачей из-за конфликтующих условий обработки. Исследованиями ряда авторов установлены существенные отличия в механизме резания лезвийным инструментом этих материалов [1–7]. Если при обработке металлических сплавов процесс является результатом пластических деформаций, то в случае с ПКМ имеет место только хрупкое разрушение.

Пластические деформации, наряду с трением, становятся причиной повышенного тепловыделения в зоне резания, а низкая теплопроводность титанового сплава (в 3–5 раз меньше, чем у стали, и в 15–25 раз меньше, чем у алюминия) способствует значительному повышению температуры. В свою очередь, воздействие высоких температур может привести к разрушению связующего ПКМ [8–12] (для большинства углепластиков, используемых в авиации, эта температура составляет 180–190 °C). Высокая адсорбционная способность ПКМ не позволяет применять в процессе сверления смазочно-охлаждающие жидкости (СОЖ) в достаточном количестве, в лучшем случае используется масляный туман. Абразивный характер углеродных волокон приводит к преждевременному износу инструмента и, как следствие, к росту температуры, снижению качества отверстий и превышению установленных на них допусков.

Многообразие специфических ограничений связанных с обработкой смешанных пакетов, затрудняет выбор оборудования, инструмента и технологических условий обработки.

Для обеспечения высокой стабильности и качества лучше использовать жесткое стационарное оборудование [13–15], однако это не всегда возможно. При проведении ряда сборочных операций необходимо компактное сверлильное оборудование [16–18], которое можно доставить к месту обработки. Таким оборудованием являются сверлильные машины с автоматической

подачей (СМАП). По некоторым данным, в современном самолете доля отверстий, обработанных с использованием подобных машин, составляет порядка 40 %. На российском рынке представлены СМАП таких фирм, как Atlas Copco, Seti-Tec, Recoules, Lubbering и др. Выбор той или иной машины зависит от конкретных условий обработки: свободного пространства для установки машины, состава и толщины смешанного пакета, требуемой точности и шероховатости отверстия и др. [19, 20]. При прочих равных условиях предпочтение следует отдавать СМАП, построенным на модульном принципе и обладающим возможностью изменения частоты вращения шпинделя и подачи. Это позволит при необходимости быстро производить ремонт путем замены того или иного модуля, а также использовать одну и ту же сверлильную машину для смешанных пакетов разной толщины и состава, а также для разных операций (сверление, развертывание и др.).

Наибольшую трудность представляет выбор режущего инструмента и режимов резания. Многие инструментальные фирмы в последнее время пополнили свои каталоги инструментом для обработки ПКМ. Инструмента для СМАП, адаптированного для обработки пакетов, содержащих титановые сплавы и ПКМ, в большинстве каталогов не представлено. Такой инструмент, как правило, имеет резьбовой хвостовик под конкретную модель СМАП и изготавливается по спецзаказу. Стоимость и сроки поставки специального инструмента значительно выше, чем у инструмента, изготавливаемого серийно. В некоторых случаях специальный инструмент можно заменить на стандартный, но при этом особое внимание необходимо уделить выбору режимов резания.

Данное исследование нацелено на сравнение специального сверла для СМАП и стандартного сверла из каталога. Исследуемый инструмент оценен с точки зрения выделения тепла при резании, что особо важно при обработке ПКМ. Качество отверстий оценивалось по двум основным параметрам: диаметр и шероховатость.

**Методика испытаний.** *Обрабатываемые материалы.* В качестве образца для проведения исследований был выбран смешанный трехслойный пакет следующего состава:

1-й слой — титановый сплав ВТ 6 ОСТ 1.90218-76 толщиной 6 мм;

2-й слой — углепластик на основе препрега Hexply M21/IMA194 (объемная доля эпоксидной смолы 34 %) толщиной 15 мм;

3-й слой — титановый сплав ВТ 6 ОСТ 1.90218-76 толщиной 6 мм. Все перечисленные компоненты были вырезаны с размерами в плане 320x250 мм и скреплены между собой болтами.

**Экспериментальное исследование.** Экспериментальные исследования проводились с использованием СМАП Atlas Copco PFD-1500. Эта сверлильная машина имеет пневматический двигатель, обеспечивающий мощность на шпинделе 1,5 кВт. Она построена на модульном принципе, что позволяет путем замены редукторов осуществлять быструю смену частоты оборотов шпинделя и подачи. Для дробления стружки в СМАП

организована прерывистая подача с амплитудой 0,15 мм и частотой 2,5 колебания за оборот.

Эскиз станда для исследования обработки отверстий с использованием СМАП представлен на рис. 1. Сверло 1 закреплено в шпинделе 9, направляющей для сверла служит втулка 7, которая установлена в носовике 8. Сверло выполняет обработку отверстия в образце 3. Фиксация кондуктора 6 на обрабатываемом образце

выполняется при помощи двух быстросъемных трубиц 4, расположенных симметрично относительно оси сверления, зазор между кондуктором и смешанным пакетом обеспечивается технологическими ножками 5. Съемка процесса резания производится тепловизионной камерой 1. Камера установлена на штативе на расстоянии 500...700 мм от зоны резания.

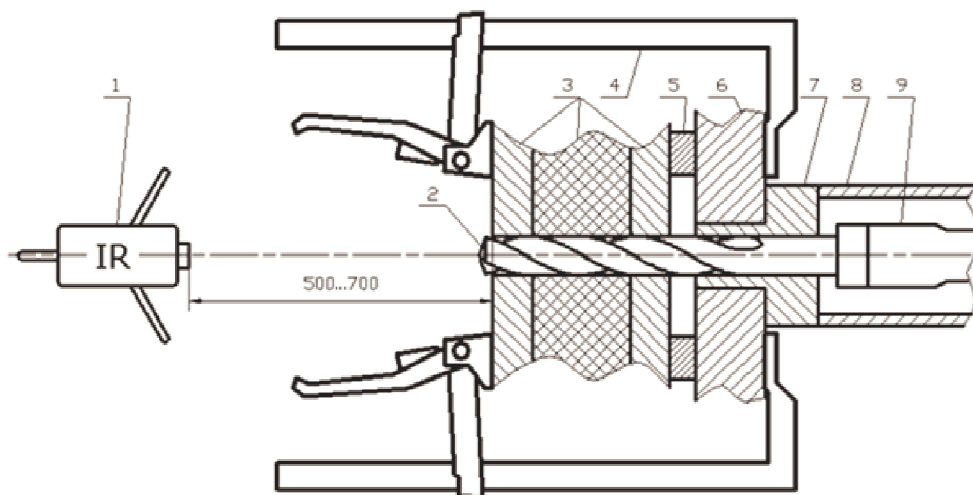


Рис. 1. Эскиз станда для исследования обработки отверстий с использованием СМАП

Инструментом для испытаний были выбраны два спиральных сверла. Одно из них — специальное сверло PRECORP 86PT для СМАП с резьбовым хвостовиком (рис. 2 а). Режущая часть сверла изготовлена из твердого сплава и имеет вставки из поликристаллического

алмаза (PCD). Второе сверло — стандартное HAM PRÄZISION 271 Nirodrill с цилиндрическим хвостовиком (рис. 2 б). Режущая часть сверла изготовлена из твердого сплава с покрытием из карбонитрида титана (TiCN).

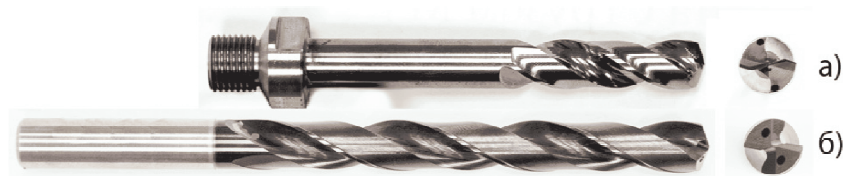


Рис. 2. Исследуемый инструмент: а — сверло PRECORP 86PT; б — сверло HAM PRÄZISION 271 Nirodrill

Основные характеристики исследуемых сверл приведены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики исследуемого инструмента

| Характеристика        | PRECORP 86PT                  | HAM PRÄZISION 271 Nirodrill   |
|-----------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Тип заточки           | двойная с подточкой перемычки | двойная с подточкой перемычки |
| Материал              | твердый сплав                 | твердый сплав                 |
| Покрытие или вставки  | вставки из PCD                | покрытие TiCN                 |
| Диаметр, мм           | 12,004                        | 12,005                        |
| Радиальное биение, мм | 0,008                         | 0,009                         |

| Характеристика                    | PRECORP 86PT                                                               | HAM PRÄZISION 271 Nirodrill                  |
|-----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| Угол при вершине, град.           | 155°/130°                                                                  | 150°/140°                                    |
| Угол спирали, град.               | 35°                                                                        | 30°                                          |
| Передний угол на периферии, град. | 44°                                                                        | 36°                                          |
| Задний угол на периферии, град.   | 9°                                                                         | 6°                                           |
| Ширина ленточки, мм               | 1,35                                                                       | 0,91                                         |
| Обратная конусность, мм           | 0,01 (на базе 5 мм, только на длине вставки PCD, далее цилиндр Ø11,984 мм) | 0,122 (на базе 100 мм, на всей длине сверла) |

В ходе испытаний частота вращения шпинделя варьировалась следующим образом: 140, 200, 270, 360, 400, 530 об/мин, при этом подача оставалась постоянной и составляла 0,05 мм/об. Обработка велась с подачей масляного тумана в зону резания (ACCU-LUBE

Assu-Lube LB-5000, расход 0,3 г/мин). Отверстия обрабатывались сериями, не менее трех штук подряд, с неизменными условиями. Обработка велась до достижения на сверле износа 0,1 мм. Результаты испытания сведены в табл. 2.

Таблица 2

## Проведенные испытания

| Инструмент                  | Подача,<br>мм/об. | Скорость резания, м/мин |      |       |       |       |       |
|-----------------------------|-------------------|-------------------------|------|-------|-------|-------|-------|
|                             |                   | 5,28                    | 7,54 | 10,18 | 13,57 | 15,08 | 19,98 |
| PRECORP 86PT                | 0,050             | +                       | +    | +     | +     | +     | +     |
| HAM PRÄZISION 271 Nirodrill | 0,050             | +                       | +    | +     | +     | +     | —     |

Примечание: (+) — испытание производилось; (—) — испытание не производилось.

**Измерения.** Весь комплекс исследований сопровождался бесконтактным измерением температуры на выходе сверла из отверстия. Для этих измерений применялась тепловизионная камера Flir SC7700M (см. рис. 1). С большой долей вероятности можно предположить, что температура на выходе сверла, зафиксированная тепловизионной камерой, является максимальной, достигнутой при сверлении, так как тепловыделение при сверлении титанового сплава значительно выше, чем при обработке углепластика, а момент выхода

сверла соответствует максимальному времени работы сверла в отверстии и максимальной глубине сверления.

График изменения температуры в зависимости от скорости резания приведен на рис. 3. На графике показаны максимальные температуры в центре отверстия и на периферии. С точки зрения достижения критичных температур, при которых повреждается углепластик, наибольший интерес представляет значение температуры на периферии.

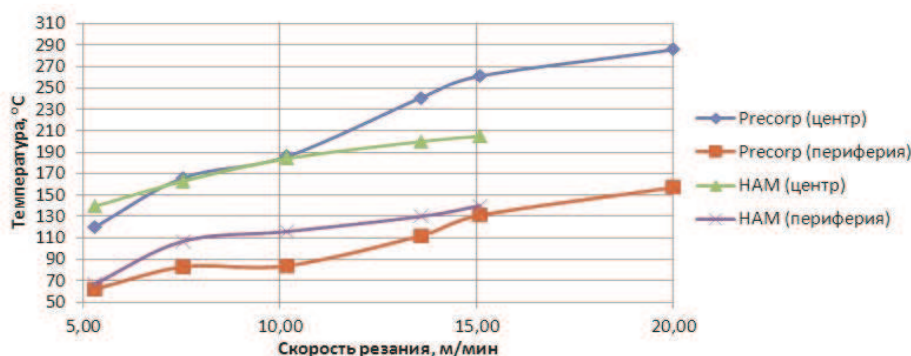


Рис. 3. Зависимость температуры от скорости резания

Шероховатость отверстий измерялась при помощи профилометров. Для отверстий в титановом сплаве применялся контактный профилометр Taylor Hobson Form Talysurf i200, для отверстий в углепластике — оптический профилометр Bruker Contour GT-K1. Анализируемая область представляла собой прямоугольник, вытянутый в осевом направлении, размером 1,2х4 мм.

Измерение диаметра отверстий производилось при помощи высокоточного трехточечного нутромера фирмы Mitutoyo в одном сечении для титанового сплава и в двух сечениях (со стороны входа и выхода) — в ПКМ.

**Анализ результатов. Диаметр отверстий.** Получение точных отверстий в пределах допуска является одной из основных целей при сверлении смешанных пакетов. Разные свойства материала, такие как модуль упругости, тепловое расширение и теплопроводность, затрудняют получение отверстий с малыми допусками. На рис. 4 и 5 показаны зависимости среднего диаметра отверстий от скорости резания для исследуемых сверл. Средние значения диаметров вычислялись из серии отверстий для каждого слоя пакета. Также на рисунках указаны отклонения от среднего значения в серии.

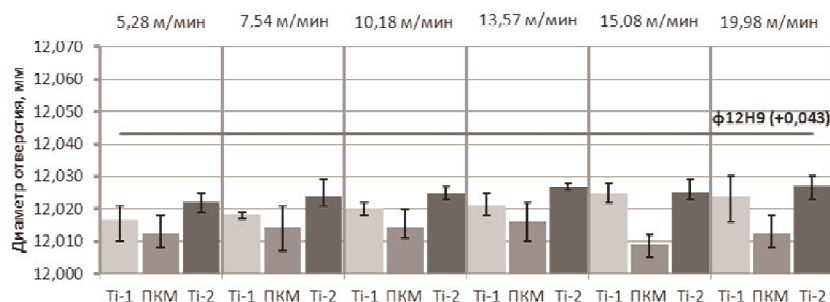


Рис. 4. Зависимость диаметра отверстий от скорости резания (сверло PRECORP 86PT, D = 12.004 мм)

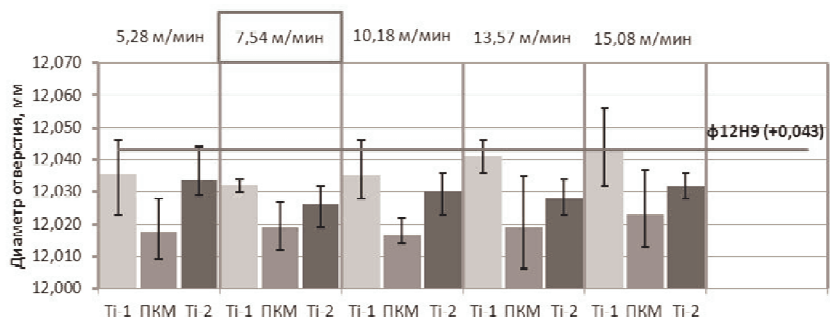


Рис. 5. Зависимость диаметра отверстий от скорости резания (сверло HAM PRÄZISION 271 Nirodrill, D = 12.005 мм)

Результаты показали, что при прочих равных условиях точность отверстий, полученных специальным сверлом PRECORP, выше, чем у отверстий, обработанных универсальным сверлом HAM. В слое ПКМ во всех испытаниях диаметр отверстия меньше, чем в титановом сплаве. При увеличении скорости резания увеличивается разность между диаметром отверстия в ПКМ и титановом сплаве. Это связано с различными тепловыми расширениями обрабатываемых материалов и нарастанием температуры при увеличении скорости резания. Для отверстий, обработанных сверлом PRECORP, диаметр в слое титанового сплава на выходе больше, чем на входе. Сверло HAM, наоборот, обеспечивает больший диаметр отверстия в слое титана на входе. Данный факт, вероятно, связан с большей обратной конусностью у сверла HAM и, следовательно, некоторым биением сверла в кондукторной втулке сверлильной машины в момент входа в первый слой. При сверлении последнего слоя, сверло направляется по уже частично просверленному отверстию и имеет меньшее биение, что, в свою очередь, обеспечивает получение более точного отверстия. Специфика обра-

ботки отверстий с использованием СМАП такова, что предпочтительными являются сверла с небольшой обратной конусностью.

Сверло PRECORP обеспечивает точность отверстий не грубее H9 (+0,043) на всех исследуемых режимах резания. Для сверла HAM выделилась область наиболее стабильного резания. Скорость резания 7,54 м/мин обеспечивает получение более точных отверстий с допуском H9 (+0,043). Другие исследуемые скорости резания обеспечили получение отверстий по H10 (+0,070).

**Шероховатость отверстий.** Шероховатость поверхности обработанных отверстий влияет на контактные взаимодействия в соединении. Низкая шероховатость способствует равномерному распределению сил в болтовом или заклепочном соединении, следовательно, более высокому ресурсу изделия в целом. На рис. 6 и 7 показаны зависимости среднего значения шероховатости отверстий от скорости резания для разных сверл. Средние значения шероховатости отверстий вычислялись из серии отверстий для каждого слоя пакета. Также на рисунках указаны отклонения от среднего значения в серии.

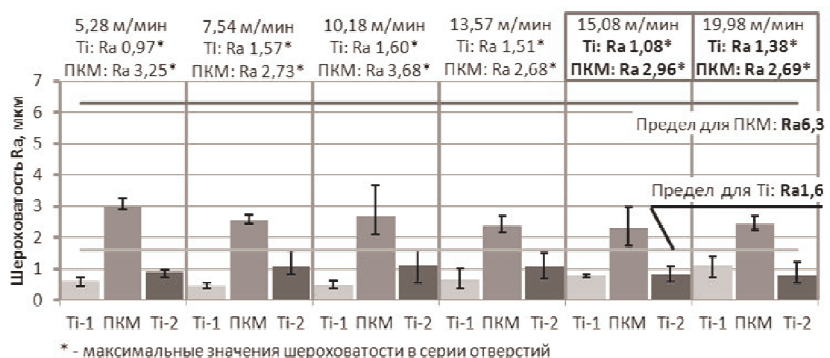


Рис. 6. Зависимость шероховатости стенок отверстий от скорости резания (сверло PRECORP 86PT, D = 12.004 мм)



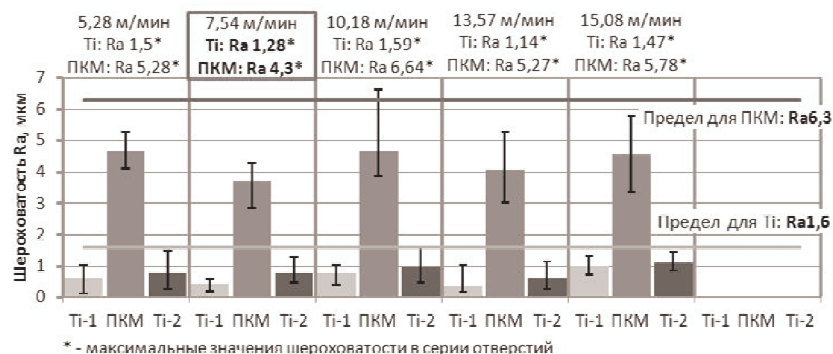


Рис. 7. Зависимость шероховатости стенок отверстий от скорости резания (сверло HAM PRÄZISION 271 Nirodrill, D=12.005 мм)

Результаты испытаний показывают, что при прочих равных условиях сверло PRECORP обеспечивает более низкую шероховатость отверстий в ПКМ. Это объясняется в первую очередь тем, что у вставки PCD сверла PRECORP более острая режущая кромка в сравнении со сверлом HAM. Сверло HAM имеет покрытие (TiCN), следовательно, радиус скругления режущей кромки больше на толщину покрытия.

Для отверстий в ПКМ, обработанных сверлом PRECORP, прослеживается зависимость от скорости резания. Увеличение скорости резания немного снижает шероховатость.

Шероховатость отверстий в титановом сплаве, для двух испытанных сверл лежит в одних и тех же диапазонах и не превышает Ra 1.6. Явной зависимости от скорости резания не выявлено.

Отверстия, обработанные сверлом HAM на скорости резания 7,54 м/мин, отличаются лучшими показателями шероховатости. Стоит отметить, что данная скорость резания обеспечила также и наивысшую точность отверстий.

### Результаты и выводы

Инструмент, оснащенный вставками из поликристаллического алмаза (PCD), обеспечивает хорошие показатели по точности и шероховатости отверстий во всем диапазоне исследуемых режимов резания. Однако стоимость такого инструмента довольно велика при длительных сроках изготовления. Использование такого инструмента не всегда целесообразно с экономической точки зрения.

Твердосплавный серийно изготавливаемый инструмент (на примере сверла HAM) имеет более низкую цену и короткие сроки поставки. Он более требователен к выбору режимов резания, однако при их правильном выборе позволяет получать высококачественные отверстия.

### Литература

1. Штучный Б.П. Обработка резанием пластмасс. М.: Машиностроение, 1974. 144 с.
2. Степанов А.А. Перспективы развития резания конструкционных материалов. М.: ЦН НТО машпрома, 1980. С. 254-255.
3. Степанов А.А. Обработка резанием высокопрочных композиционных полимерных материалов. Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1987. 176 с.

4. Ashrafi S.A., Sharif S., Farid A. A., Yahya M. Performance evaluation of carbide tools in drilling CFRP-Al stacks // Journal of Composite Materials. 2013. № 1–14. P. 236-241.
5. Чигринцев Е.Г., Сибирский В.В., Шевцов С.Н. Экспериментальное исследование качества отверстий в слоистом композите стеклопластик-титан, полученных на операциях сверления // Инженерный вестник Дона. 2015. Т. 37, № 3. С. 155.
6. Ghasemi F.A., Hyvadi A., Payganeh G., Arab N.B.M. Effects of Drilling Parameters on Delamination of Glass-Epoxy Composites // Australian Journal of Basic and Applied Sciences. 2011. № 5. P. 1433-1440.
7. Isbilir O., Ghassemieh E. Delamination and wear in drilling of carbon-fiber reinforced plastic composites using multilayer TiAlN // TiN PVD-coated tungsten carbide tools // Journal of Reinforced Plastics and Composites. 2012. № 31 (10). P. 717-727.
8. Иванов Ю.Н., Чапышев А.П., Каверзин Е.Я. Экспериментальное исследование влияния теплового расширения обрабатываемых материалов при сухом сверлении отверстий в пакетах структуры «полимерный композиционный материал-титановый сплав» // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2013. № 10 (81). С. 36-42.
9. Ismail S.O., Dhakal H.N., Ojo S.O. Thermo-mechanical modelling of FRP cross-ply composite laminates drilling: Delamination damage analysis // Composites Part B. 2017. Vol. 108. P. 45–52.
10. Davim J.P., Reis P. Study of delamination in drilling carbon fiber reinforced plastics (cfrp) using design experiments // Composite Structures. 2003. Т. 59, № 4. С. 481- 487.
11. Krishnamoorthy A., Rajendra Boopathy S., Palanikumar K. Delamination analysis in drilling of cfrp composites using response surface methodology // Journal of Composite Materials. 2009. Т. 43, № 24. С. 2885-2902.
12. Melentiev R., Priarone P.C., Robiglio M., Settineri L. Effects of tool geometry and process parameters on delamination in cfrp drilling: an overview // Procedia CIRP 3rd. ("3rd CIRP Conference on Surface Integrity, CIRP CSI 2016"). 2016. С. 31-34.
13. Чашин Н.С., Иванов Ю.Н. Обработка отверстий в смешанных пакетах методом орбитального сверления // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2015. № 11 (106). С. 44–49.
14. Shyha I., Soo S.L., Aspinwall D.K., Bradley S., Dawson S., Pretorius C.J. Drilling of titanium/cfrp/aluminium stacks // Key Engineering Materials. 2010. Vol. 447; 448. С. 624-633.
15. Zitoun R., Krishnaraj V., Collombet F. Study of drilling of composite material and aluminium stack // Composite Structures. 2010. Vol. 92, № 5. С. 1246-1255.
16. Kolesnyk V., Kryvoruchko D., Hatala M., Mital D., Hutyrova Z., Duplak J., Alowa M. The effect of cutting temperature on carbide drilling life in the process of cfrp/steel stacks drilling // Manufacturing Technology. 2015. Vol. 15, № 3. С. 357-362.

17. Савилов А.В., Пятых А.С. Влияние вибраций на точность и качество поверхности отверстий при сверлении // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2013. № 12 (83). С. 103–111.

18. Чашин Н.С., Иванов Ю.Н., Сидорова А.В., Семенов Е.Н., Стуров А.А. Исследование технологии обработки отверстий малых диаметров в полимерном композиционном материале на робототехническом комплексе // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2017. Т. 21, № 6 (125). С. 39–48.

19. Алейников Д.П., Лукьянов А.В. Моделирование сил резания и определение вибродиагностических признаков дефектов концевых фрез // Системы. Методы. Технологии. 2017. № 1 (33). С. 39–47.

20. Савилов А.В., Пятых А.С. Определение коэффициентов сил резания для моделирования процесса сверления // Системы. Методы. Технологии. 2016. № 2 (30). С. 69–73.

### References

1. Shtuchnyi B.P. Machining of plastics. M.: Mashinostroyeniye, 1974. 144 p.

2. Stepanov A.A. Prospects for the development of cutting structural materials. M.: TsN NTO mashproma, 1980. P. 254–255.

3. Stepanov A.A. Cutting of high-strength composite polymer materials. L.: Mashinostroyeniye, Leningr. otd-nie, 1987. 176 p.

4. Ashrafi S.A., Sharif S., Farid A. A., Yahya M. Performance evaluation of carbide tools in drilling CFRP-Al stacks // Journal of Composite Materials. 2013. № 1–14. P. 236–241.

5. Chigrinets E.G., Sibirskii V.V., Shevtsov S.N. Experimental study of the hole quality in a layered composite of GRP-titanium, data on drilling operations // Engineering journal of Don. E-journal. 2015. Т. 37, № 3. P. 155.

6. Ghasemi F.A., Hyvadi A., Payganeh G., Arab N.B.M. Effects of Drilling Parameters on Delamination of Glass-Epoxy Composites // Australian Journal of Basic and Applied Sciences. 2011. № 5. P. 1433–1440.

7. Isbilir O., Ghassemieh E. Delamination and wear in drilling of carbon-fiber reinforced plastic composites using multilayer TiAlN // TiN PVD-coated tungsten carbide tools // Journal of Reinforced Plastics and Composites. 2012. № 31 (10). P. 717–727.

8. Ivanov Yu.N., Chapyshev A.P., Kaverzin E.Ya. Experimental Study of Thermal Expansion Effect of Machined Materials under Dry Drilling of Holes in Packages of “Polymeric Composite Material–Titanium Alloy” Structure // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2013. № 10 (81). P. 36–42.

9. Ismail S.O., Dhakal H.N., Ojo S.O. Thermo-mechanical modelling of FRP cross-ply composite laminates drilling: Delamination damage analysis // Composites Part B. 2017. Vol. 108. P. 45–52.

10. Davim J.P., Reis P. Study of delamination in drilling carbon fiber reinforced plastics (cfrp) using design experiments // Composite Structures. 2003. Т. 59, № 4. P. 481–487.

11. Krishnamoorthy A., Rajendra Boopathy S., Palanikumar K. Delamination analysis in drilling of cfrp composites using response surface methodology // Journal of Composite Materials. 2009. Т. 43, № 24. P. 2885–2902.

12. Melentiev R., Priarone P.C., Robiglio M., Settineri L. Effects of tool geometry and process parameters on delamination in cfrp drilling: an overview // Procedia CIRP 3rd. (“3rd CIRP Conference on Surface Integrity, CIRP CSI 2016”). 2016. P. 31–34.

13. Chashchin N.S., Ivanov Yu.N. Processing of openings in mixed packages by the method of orbital drilling // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2015. № 11 (106). P. 44–49.

14. Shyha I., Soo S.L., Aspinwall D.K., Bradley S., Dawson S., Pretorius C.J. Drilling of titanium/cfrp/aluminium stacks // Key Engineering Materials. 2010. Vol. 447; 448. P. 624–633.

15. Zitoun R., Krishnaraj V., Collombet F. Study of drilling of composite material and aluminium stack // Composite Structures. 2010. Vol. 92, № 5. P. 1246–1255.

16. Kolesnyk V., Kryvoruchko D., Hatala M., Mital D., Hutyrova Z., Duplak J., Alowa M. The effect of cutting temperature on carbide drilling life in the process of cfrp/steel stacks drilling // Manufacturing Technology. 2015. Vol. 15, № 3. P. 357–362.

17. Savilov A.V., Pyatykh A.S. Influence of vibration on the accuracy and quality of the hole surface during drilling // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2013. № 12 (83). P. 103–111.

18. Chashchin N.S., Ivanov Yu.N., Sidorova A.V., Semenov E.N., Sturov A.A. Investigation of the technology of processing holes of small diameters in a poly-dimensional composite material on a robotic complex // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2017. Т. 21, № 6 (125). P. 39–48.

19. Aleinikov D.P., Luk'yanov A.V. The system of cutting forces and the determination of vibrodiagnostic signs of defects of end mills // Systems. Methods. Technologies. 2017. № 1 (33). P. 39–47.

20. Savilov A.V., Pyatykh A.S. Determination of the cutting force factors for modeling the drilling process // Systems. Methods. Technologies. 2016. № 2 (30). P. 69–73.

## К оценке эффективности охлаждения элементов гидропривода с устройством орошения

А.М. Альмохаммад<sup>а</sup>, Е.А. Сорокин<sup>б</sup>, Н.П.Куликова<sup>с</sup>

Сибирский федеральный университет, ул. Киренского 26а, Красноярск, Россия

<sup>а</sup>mr.omar10@mail.ru, <sup>б</sup>esorokin@sfu-kras.ru, <sup>с</sup>anta\_nastya@mail.ru

Статья поступила 20.09.2017, принята 9.10.2017

*Предложена конструкция теплообменного устройства, состоящая из верхнего и нижнего коллекторов, соединенных между собой теплообменными трубками, и вентилятора, работающего в автоматическом режиме. Для более эффективной теплоотдачи устройство оснащено дополнительной системой наружного водяного орошения. Для оценки влияния конструктивных параметров теплообменника на интенсивность охлаждения рабочей жидкости сформирована математическая модель, в структуре которой учтена теплоотдача на внутренней поверхности трубы, а также от рабочей жидкости к стенке, от пучков оребренных труб при обдуве и наружной поверхности оребренной трубы за счет орошения. Параметры гидропривода рассматриваются как сосредоточенные, а численные характеристики параметров — как усредненные по пространственным координатам. Показано, что при орошении теплообменной поверхности водой температура охлаждаемой жидкости на выходе из теплообменника снижается на 10–20 °С по сравнению с «сухим» способом.*

**Ключевые слова:** гидропривод; охлаждение рабочей жидкости; теплообменник; орошение.

## To estimation of elements cooling efficiency in a hydraulic drive with an irrigation device

A.M. Almohammad<sup>a</sup>, E.A. Sorokin<sup>b</sup>, N.P. Kulikova<sup>c</sup>

Siberian Federal University; 26a, Kirensky St., Krasnoyarsk, Russia

<sup>a</sup>mr.omar10@mail.ru, <sup>b</sup>esorokin@sfu-kras.ru, <sup>c</sup>anta\_nastya@mail.ru

Received 20.09.2017, accepted 9.10.2017

*The construction of a heat exchanger consisting of upper and lower collectors, interconnected by heat exchange tubes, and a fan operating in an automatic mode, is proposed. For more efficient heat dissipation the device is equipped with an additional system of external water irrigation. To assess the effect of the structural parameters of the heat exchanger on the cooling fluid cooling intensity, a mathematical model is formed. The structure of the mathematical model takes into account the heat transfer on the inner surface of the tube, the heat transfer from the working fluid to the wall, the heat transfer from bundles of finned tubes during blowing, and heat transfer on the outer surface of the finned tube due to irrigation. Hydraulic drive parameters are considered to be concentrated, and numerical characteristics of the parameters - as averaged over spatial coordinates. It is shown that when the heat exchange surface is irrigated with water, the temperature of the cooled liquid at the outlet from the heat exchanger is reduced by 10-20 °C in comparison with the "dry" method.*

**Keywords:** hydraulic drive, cooling of working fluid, heat exchanger, irrigation.

### Введение

Перегрев рабочей жидкости гидрофицированных машин в условиях высоких температур и интенсивной эксплуатации приводит к снижению вязкости, возрастанию объемных потерь привода и снижению его объемного КПД. Кроме того, наблюдается интенсивный износ пар трения вследствие снижения смазывающей способности рабочей жидкости. Встроенные системы охлаждения не всегда могут обеспечить рациональный температурный режим [1, 2, 3, 4, 5].

*Общие положения. Постановка задачи.* На основе анализа методов и средств интенсивного отвода тепла от основных элементов гидропривода предложены схема конструкции теплообменного устройства и математическая модель, определяющая распределение основных тепловых потоков [6,7]. Дополнительные трубки калорифера обеспечивают более интенсивный отвод

тепла и, в конечном счете, более эффективную работу теплообменника, направленную на рационализацию температурного режима гидравлического привода в целом и повышение эффективности его работы при эксплуатации в условиях высоких температур [8].

**Построение математической модели.** В основу модели оценки температуры рабочей жидкости  $T_{ж}$  в функции времени ( $\tau$ ) и конструктивных параметров гидропривода положена формула [9]:

$$T_{ж} = \frac{(Q_{гп} + Q_m)}{(K_{гп} \cdot F_{гп})} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\exp((\tau K_{гп} F_{гп}) / (m_{гп} C_{гп}))} \right) + T_0, \quad (1)$$

где  $C_{гп}$  — средняя удельная теплоемкость материалов, гидрооборудования и рабочей жидкости;  $Q_{гп}$  — тепловой поток, выделяемый гидроприводом;  $Q_m$  — тепловой

поток, выделяемый теплообменным устройством;  $T_0$  — температура окружающей среды;  $K_{\text{гп}}$  — коэффициент теплопередачи;  $F_{\text{гп}}$  — площадь теплоотдачи;  $m_{\text{гп}}$  — масса гидропривода и рабочей жидкости.

Для условий регулирования температуры привода с теплообменным устройством зависимость для определения  $T_{\text{жс}}$  должна быть скорректирована. При этом необходимо учесть теплоотдачу на внутренней поверхности трубы, от рабочей жидкости к стенке, теплоотдачи от пучков оребренных труб при обдуве, а также на наружной поверхности оребренной трубы за счет орошения.

Коэффициент теплоотдачи внутренней поверхности трубы теплообменника определяется на основе числа Нуссельта при ламинарном режиме течения жидкости в трубах [9, 10, 11, 12]:

$$Nu_z = 1,55 \cdot \left( Pe_z \cdot \frac{D1_z}{l} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left( \frac{\mu_c}{\mu_{\text{ж}}} \right)^{-0,14}. \quad (2)$$

Коэффициент теплоотдачи от рабочей жидкости к стенке теплообменника при ламинарном режиме течения жидкости в трубах:

$$\alpha_1 = \frac{Nu_z \cdot \lambda_z}{D1_z}. \quad (3)$$

Число Пекле при ламинарном течении жидкости в трубах:

$$Pe_r = \frac{V \cdot D1_r}{a_{\text{ж}}}, \quad (4)$$

Число Нуссельта при орошении пучков оребренных труб:

$$Nu_d = 0,105 \cdot c_z \cdot c_s \cdot \left( \frac{D2_z}{s} \right)^{-0,54} \cdot \left( \frac{h}{s} \right)^{-0,14} \cdot Re_{\text{жс},s}^{0,72}. \quad (5)$$

Коэффициент теплоотдачи от пучков оребренных труб при обдуве теплообменника:

$$\alpha_{21} = \frac{Nu_d \cdot \lambda_B}{D2}. \quad (6)$$

Коэффициент теплоотдачи на наружной поверхности оребренной трубы за счет орошения [11, 13, 14, 15]:

$$\alpha_{22} = \frac{q_l}{\pi \cdot (t_c - t_g) \cdot \pi \cdot D2_z}. \quad (7)$$

Суммарный коэффициент теплоотдачи при обтекании пучка оребренных труб:

$$\alpha_2 = \alpha_{21} + \alpha_{22}, \quad (8)$$

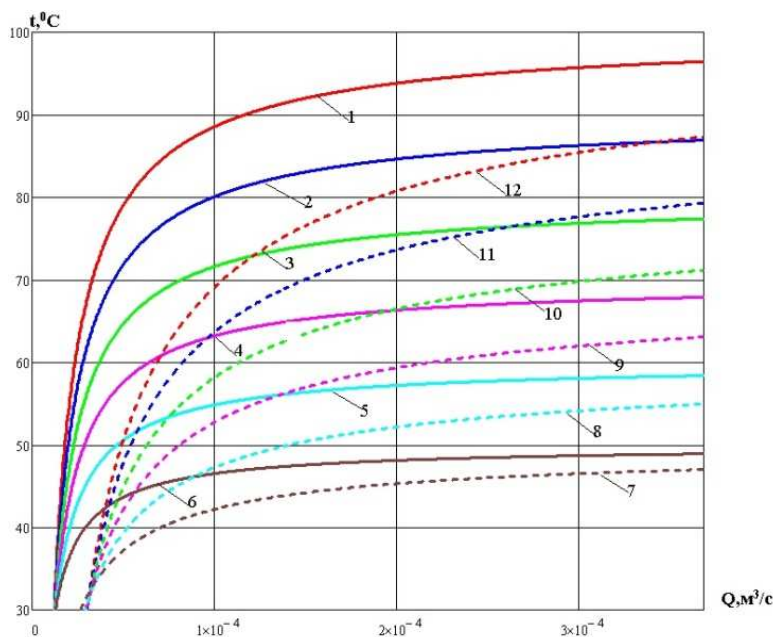
где  $\alpha_{21}$  — коэффициент теплоотдачи при обтекании пучка оребренных труб с учетом теплообмена;  $\alpha_{22}$  — коэффициент теплоотдачи при обтекании пучка оребренных труб за счет орошения.

Коэффициент теплопередачи через стенку теплообменника [11]:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{F_{\text{вн}}}{\alpha_2 \cdot F_{\text{гп}} \cdot E}}, \quad (9)$$

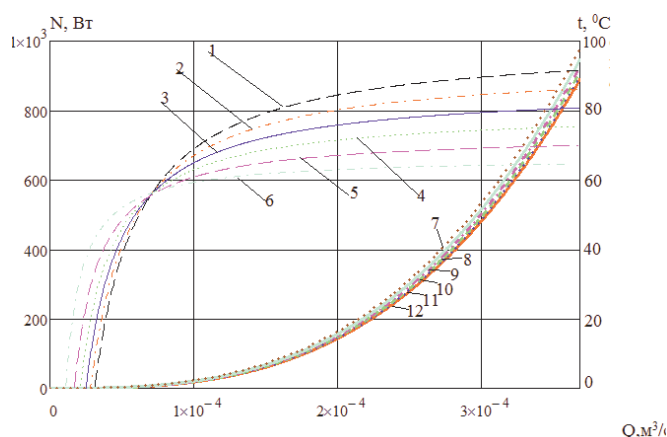
где  $F_{\text{вн}}$  — площадь внутренней поверхности трубы;  $F_{\text{гп}}$  — площадь оребренной поверхности;  $E$  — коэффициент эффективности.

В результате исследования математической модели получены зависимости [9, 16, 17, 18] (рис. 1–6) теплопроизводительности теплообменника, температуры охлаждаемой жидкости на выходе и мощности насоса от расхода жидкости через теплообменник. Расчеты проведены для двух случаев: первый — без орошения поверхности водой, второй — при орошении наружной поверхности теплообменника охлаждающей водой.

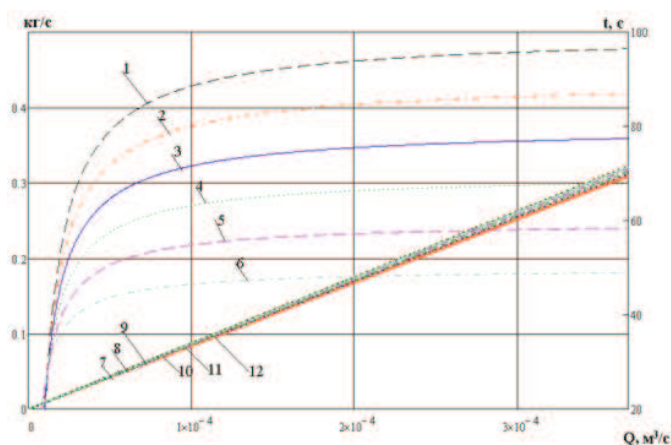


**Рис. 1.** Зависимость температуры рабочей жидкости без учета и с учетом орошения на выходе из теплообменника от подачи насоса. Средняя температура на входе в теплообменник без орошения, °C: 1 — 100; 2 — 90; 3 — 80; 4 — 70; 5 — 60; 6 — 50. Средняя температура на входе в теплообменник с орошением, °C: 7 — 50; 8 — 60; 9 — 70; 10 — 80; 11 — 90; 12 — 100 (без учета орошения: —; с учетом орошения: -----).

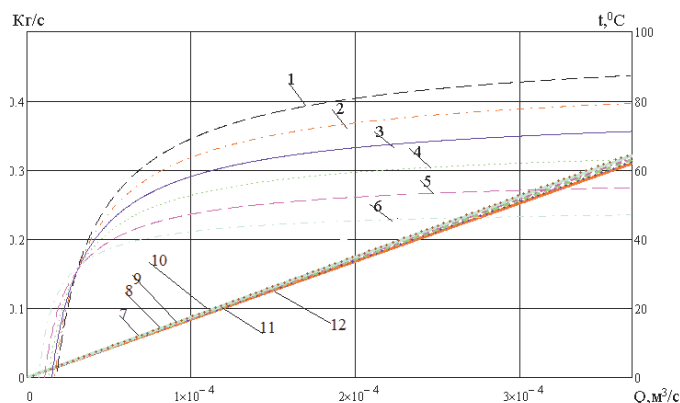




**Рис. 3.** Зависимость мощности насоса и температуры рабочей жидкости с учетом орошения на выходе из теплообменника от подачи насоса. Средняя температура на входе в теплообменник с орошением,  $^{\circ}\text{C}$ : 1 — 100; 2 — 90; 3 — 80; 4 — 70; 5 — 60; 6 — 50. Мощность насоса при средней температуре на входе в теплообменник,  $^{\circ}\text{C}$ , при 7 — 50; 8 — 60; 9 — 70; 10 — 80; 11 — 90; 12 — 100.

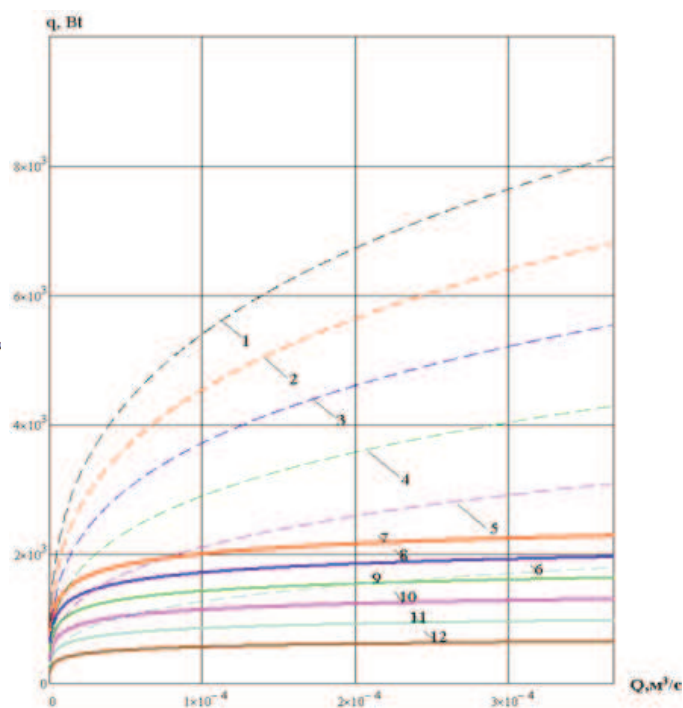


**Рис. 4.** Зависимость массового расхода и температуры рабочей жидкости без учета орошения на выходе из теплообменника от подачи насоса. Средняя температура на входе в теплообменник без орошения,  $^{\circ}\text{C}$ : 1 — 100; 2 — 90; 3 — 80; 4 — 70; 5 — 60; 6 — 50. Массовый расход при средней температуре на входе в теплообменник,  $^{\circ}\text{C}$ , при 7 — 100; 8 — 90; 9 — 80; 10 — 70; 11 — 60; 12 — 50.



**Рис. 5.** Зависимость массового расхода и температуры рабочей жидкости с учетом орошения на выходе из теплообменника от подачи насоса. Средняя температура на входе в теплообменник с орошением,  $^{\circ}\text{C}$ : 1 — 100; 2 — 90; 3 — 80; 4 — 70; 5 — 60; 6 — 50. Массовый расход при средней

температуре на входе в теплообменник,  $^{\circ}\text{C}$ , при 7 — 100; 8 — 90; 9 — 80; 10 — 70; 11 — 60; 12 — 50.



**Рис. 6.** Зависимость теплового потока теплообменника без учета и с учетом орошения от подачи насоса. Тепловой поток при средней температуре на входе в теплообменник без орошения,  $^{\circ}\text{C}$ : 1 — 100; 2 — 90; 3 — 80; 4 — 70; 5 — 60; 6 — 50. Тепловой поток при средней температуре на входе в теплообменник с орошением,  $^{\circ}\text{C}$ : 7 — 100; 8 — 90; 9 — 80; 10 — 70; 11 — 60; 12 — 50.

В результате исследования математической модели получены зависимости теплопроизводительности теплообменника, температуры охлаждаемой жидкости на выходе, мощности насоса от расхода жидкости через теплообменник [19, 20].

Расчеты проведены для двух случаев: первый — без орошения поверхности водой, второй — при орошении наружной поверхности теплообменника охлаждающей водой (в экспериментальных исследованиях применялась дистиллированная вода комнатной температуры).

### Заключение

Сравнительный анализ показывает, что при орошении поверхности водой разность температур рабочей жидкости между входом и выходом из теплообменника и теплопроизводительность увеличиваются в зависимости от расхода в 3–4 раза.

Таким образом, представляется возможным повышение эффективности охлаждения элементов гидропривода путем увеличения производительности теплообменника за счет устройства орошения. Применение орошающего устройства позволяет повысить объемный КПД и снизить температуру рабочей жидкости до оптимального значения, что будет способствовать увеличению срока эксплуатации гидросистемы.

## Литература

## References

1. Сорокин Е.А., Мохаммад А.А., Колосов В.В., Мандраков Е.А. Многоходовой калорифер: пат. 135089, Рос. Федерация. № 2013129114/06; заявл. 25.06.13; опубл. 27.11.13, Бюл. 33.
2. Мохаммад А.А., Каверзин С.В., Сорокин Е.А., Михайлов А.А. Многоходовой калорифер: пат. 121559, Рос. Федерация. № 2012123884/28; заявл. 08.06.12; опубл. 27.10.12, Бюл. № 30.
3. Вайскранц В.М. Повышение эффективности использования машин для земляных работ в условиях жаркого климата. М.: Стройиздат, 1983. 84 с.
4. Ковальский В.Ф., Нгуен Динь. Расчет параметров гидравлического привода в зависимости от температуры // Вестн. МИИТа. 2008. Вып. 19. С. 42–50.
5. Альмохаммад А.М. Совершенствование систем приводов гидрофицированных машин для эксплуатации в условиях высоких температур: автореф. дис. ... Братск, 2015. 21 с.
6. Мохаммад А.А. Повышение качества эксплуатации гидравлического привода посредством использования многоходового калорифера // Материалы 2-й междунар. науч.-практической конференции «Научный поиск в современном мире». М., 2012. Ч. 1. 253 с.
7. Мохаммад А.А., Каверзин А.С. Проектирование всасывающих трубопроводов гидросистем мобильных машин // Журн. Сиб. федер. ун-та. 2012. № 5. С. 601–606.
8. Мохаммад А.А., Каверзин А.С. Работа гидросистемы экскаватора в условиях экстремально высоких температур // Вестн. Крас. аг. ун-та. 2014. № 7. С. 146–151.
9. Мохаммад А.А., Куликова Н.П., Сорокин Е.А. Экспериментальный стенд для оценки эффективности применения многоходового калорифера как средства охлаждения рабочей жидкости гидропривода // Журн. Сиб. федер. ун-та. 2013. № 7. С. 845–850.
10. Мохаммад А.А., Гнидан Е.В. Анализ факторов, определяющих надёжность эксплуатации гидравлического привода: материалы Междунар. науч.-практической конф. Казань, 2014 [Электронный ресурс] // ScienceTime. URL. <http://www.on-tvor.ru> (дата обращения: 13.09.2017).
11. Almohammad A., Kulikova N.P., Sorokin E.A., Kaverzina A.S. Influence of increased Temperatures on Operability of the Hydraulic Drive // Journal of Siberian federal university engineering and technologies. 2013. № 8. С. 953–956.
12. Andrew Parr E. Hydraulics and pneumatics: A technicians and engineers guide. Butterworth - Heinemann, 2 editions, 1988. 244 p.
13. Keith Mobley R. Fluid power dynamics. Butterworth - Heinemann, 1999. 288 p.
14. Galal Rabie M. Fluid power engineers. McGrawHill Professional, 2009. 420 p.
15. Magnus A. Calculating temperatures in hydraulic systems // Hydraulic and Pneumatic. 1979. № 11. P. 69–75.
16. Mexer I. High temperature hydraulic system // Machine Design. 1970. № 8. P. 132–134.
17. Miller I. Lowering the noisy hydraulic system // Machine Design. 1973. № 14. P. 138–143.
18. Mirzoyan G.S., Manuylov V.Yu. Influence of temperature increase of working liquid on calculation of size of leaks in volume hydraulic actuators of construction and road cars. Krasnoyarsk, 1975. P. 8–17.
19. Pearson I. Hydraulic hose selection // Hydraulic Pneumatic power. 1976. № 6. P. 330–348.
20. Sveshnikov V. K. Main tendencies of development of the world hydroequipment. [Electronic resource] // RHYTHM magazine. 2009. № 7 – an access Mode. URL. <http://www.ritm-magazine.ru/> (дата обращения: 12.10. 2017).
1. Sorokin E.A., Mokhammad A.A., Kolosov V.V., Mandrakov E.A. Multi-way heater: pat. 135089, Ros. Federatsiya. № 2013129114/06; yayavl. 25.06.13; opubl. 27.11.13, Byul. № 33.
2. Mokhammad A.A., Kaverzin S.V., Sorokin E.A., Mikhailov A.A. Multi-way heater: pat. 121559, Ros. Federatsiya. № 2012123884/28; yayavl. 08.06.12; opubl. 27.10.12, Byul. № 30.
3. Vaiskrants V.M. Increasing the efficiency of using machines for excavation in hot climates. M.: Stroiizdat, 1983. 84 p.
4. Koval'skii V.F., Nguen Din. Calculation of hydraulic drive parameters depending on temperature // Vestn. MIITa. 2008. Vyp. 19. P. 42–50.
5. Al'mokhammad A.M. Improvement of drive systems hydroficated machines for operation in conditions of high temperatures: avtoref. dis. ... Bratsk, 2015. 21 p.
6. Mokhammad A.A. Improving the operation of the hydraulic drive by using a multi-way heater // Materialy 2-i mezhdunar. nauch.-prakticheskoi konferentsii «Nauchnyi poisk v sovremennom mire». M., 2012. Ch. 1. 253 p.
7. Mokhammad A.A., Kaverzin A.S. Projection of the Suction Pipe Hydraulic Systems of Mobile Machines // Journal of Siberian Federal University. 2012. № 5. P. 601–606.
8. Mokhammad A.A., Kaverzin A.S. The work of the hydraulic system of the excavator in extremely high temperatures // The Bulletin of KrasGAU. 2014. № 7. P. 146–151.
9. Mokhammad A.A., Kulikova N.P., Sorokin E.A. Experimental bench for evaluating the effectiveness of using a multi-way heater as a means of cooling the working fluid of a hydraulic drive // Journal of Siberian Federal University. 2013. № 7. P. 845–850.
10. Mokhammad A.A., Gnidan E.V. Analysis of the factors determining the reliability of operation of the hydraulic drive: materialy Mezhdunar. nauch.- prakticheskoi konf. Kazan', 2014 [Elektronnyi resurs] // ScienceTime. URL. <http://www.on-tvor.ru> (data obrashcheniya: 13.09.2017).
11. Almohammad A., Kulikova N.P., Sorokin E.A., Kaverzina A.S. Influence of increased Temperatures on Operability of the Hydraulic Drive // Journal of Siberian federal university engineering and technologies. 2013. № 8. P. 953–956.
12. Andrew Parr E. Hydraulics and pneumatics: A technicians and engineers guide. Butterworth - Heinemann, 2 editions, 1988. 244 p.
13. Keith Mobley R. Fluid power dynamics. Butterworth - Heinemann, 1999. 288 p.
14. Galal Rabie M. Fluid power engineers. McGrawHill Professional, 2009. 420 p.
15. Magnus A. Calculating temperatures in hydraulic systems // Hydraulic and Pneumatic. 1979. № 11. P. 69–75.
16. Mexer I. High temperature hydraulic system // Machine Design. 1970. № 8. P. 132–134.
17. Miller I. Lowering the noisy hydraulic system // Machine Design. 1973. № 14. P. 138–143.
18. Mirzoyan G.S., Manuylov V.Yu. Influence of temperature increase of working liquid on calculation of size of leaks in volume hydraulic actuators of construction and road cars. Krasnoyarsk, 1975. P. 8–17.
19. Pearson I. Hydraulic hose selection // Hydraulic Pneumatic power. 1976. № 6. P. 330–348.
20. Sveshnikov V. K. Main tendencies of development of the world hydroequipment. [Electronic resource] // RHYTHM magazine. 2009. № 7 – an access Mode. URL. <http://www.ritm-magazine.ru/> (data obrashcheniya: 12.10. 2017).

## Анализ вибрационных параметров концевых фрез при их износе

Д.П. Алейников<sup>1 а</sup>, А.В. Лукьянов<sup>2 б</sup>

<sup>1</sup>Иркутский национальный исследовательский технический университет, ул. Лермонтова 83, Иркутск, Россия

<sup>2</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

<sup>а</sup>aleynikov@istu.edu, <sup>б</sup>loukian@inbox.ru

Статья поступила 16.10.2017, принята 21.10.2017

*В работе рассматриваются задачи определения вибрационных параметров, сопутствующих износу фрез. Для исследования использовалась разработанная система виброударозащиты обрабатывающих центров с трехкомпонентным датчиком вибрации. Исследования при ресурсных испытаниях фрез различных типов показали отсутствие однозначной зависимости между уровнем и направлением максимальной вибрации и степенью износа фрез. Спектральный анализ выявил, что у данных типов фрез на конечной стадии износа наблюдаются определенные изменения среднеквадратического значения виброускорения на некоторых гармониках спектра ускорения, что является индикатором критической степени износа инструмента.*

**Ключевые слова:** износ режущих кромок фрез; вибрация инструмента; диагностика состояния фрез по вибрации.

## Analysis of vibration parameters of end mills wearing

D.P. Aleynikov<sup>1 а</sup>, A.V. Lukyanov<sup>2 б</sup>

<sup>1</sup>Irkutsk National Research Technical University; 83, Lermontov St., Irkutsk, Russia

<sup>2</sup>Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevskiy St., Irkutsk, Russia

<sup>а</sup>aleynikov@istu.edu, <sup>б</sup>loukian@inbox.ru

Received 16.10.2017, accepted 21.10.2017

*The paper deals with the problems of determining vibration parameters associated with the wear of mills. The developed system for protection against high vibration with a three-component vibration sensor is used in the research Resource tests of mills of various types showed the absence of a unique relationship between the level and direction of maximum vibration and the degree of wear of mills. Spectral analysis revealed that, for these types of mills at the final stage of wear, certain changes in the vibration acceleration parameter are observed on certain harmonics of the acceleration spectrum, which is an indicator of the critical wear of the tool.*

**Keywords:** wear of cutting edges of milling cutters; tool vibration; vibration diagnostics of mills.

### Введение

Для защиты обрабатывающих центров от высоких динамических нагрузок разработана система виброударозащиты (СВУЗ), оснащенная трехкоординатным датчиком виброускорения и датчиком силы [1–3]. Информация о вибрационных и силовых воздействиях, возникающих при фрезеровании, регистрируется и сохраняется в памяти компьютера СВУЗ. Данный прибор в перспективе можно использовать и при проведении ресурсных испытаний фрез, а также при контроле износа фрез во время их эксплуатации [18, 19]. В последнем случае необходимо выявить зависимость параметров вибрации от степени износа фрез. Определение при ресурсных испытаниях фрез некоторых параметров вибраций и их предельных значений, связанных со значительным износом инструментов, и является целью настоящей работы.

Изучение различных видов износа позволяет выбрать наиболее рациональные области использования инструмента при конкретных условиях обработки. В производственных условиях не всегда возможно проследить за величиной износа зубьев фрезы, поэтому часто фрезе отправляют на переточку или замену ре-

жущих пластин, ориентируясь на ее стойкость — период работы инструмента до достижения критического износа. Учитывая, что стоимость современного высокопроизводительного инструмента весьма значительна и он, как правило, приобретается за рубежом, актуальной задачей современного машиностроения является переход на эксплуатацию инструмента по фактическому состоянию по параметрам износа, измеряемым одним из методов НК.

**Критерии износа.** В зависимости от назначения инструмента могут применяться различные критерии износа фрез:

- достижение предельного износа, при котором повышается вероятность хрупкого разрушения инструмента и становится невозможна его переточка;
- достижение износа, при котором недопустимо повышается шероховатость обработанной поверхности или нарушается точность обработки.

Первый критерий определяет рациональную эксплуатацию инструмента и применяется при предварительной обработке. Второй, технологический критерий применяется при чистовой обработке, обеспечивая заданное качество детали.



К параметрам износа относятся:

- линейный размер изношенной площадки на лезвии инструмента;
- сила и температура резания;
- шероховатость обработанной поверхности;
- уровень вибраций и шума.

Наиболее простым и доступным для измерения является параметр линейного размера изношенной площадки на лезвии инструмента. Контроль этого параметра производится со снятием инструмента. Силовой и температурный критерии используются в основном в лабораторных условиях. При увеличении износа инструмента увеличиваются сила и температура резания. Перспективными являются вибрационный и шумовой критерии, так как их возможно измерить при работе станка, не снимая инструмента [8, 11, 12].

Эксперимент. Ресурсные испытания девяти фрез для определения износостойкости инструмента при обработке нержавеющей стали проводились на обрабатывающем центре DMU80P. Испытания проводились с фрезами трех разных производителей, отличающимися геометрией (табл. 1) и особенностью специального износостойкого покрытия.

Диаметры фрез  $d = 20$  мм, число режущих кромок  $Z = 4$ .

Типы и геометрия фрез:

- ТИЗ/СКИФ/СПЕЦТЕХ — 0207;
- ТИЗ/СКИФ/СПЕЦТЕХ — 0209;
- ТИЗ/СКИФ/СПЕЦТЕХ — 0219.

Таблица 1

Особенности геометрии фрез

|                               |            | 207    | 209    | 219    |
|-------------------------------|------------|--------|--------|--------|
| Задний угол                   | $\alpha$   | 12,62° | 10,76° | 8,78°  |
| Передний угол                 | $\gamma$   | 2°     | 1,52°  | 8,51°  |
| Угол наклона винтовой канавки | $\omega$   | 50°    | 50°    | 39,94° |
| Торцевой задний угол          | $\alpha_T$ | 5,76°  | 6,34°  | 5,01°  |
| Торцевой передний угол        | $\gamma_T$ | 9,92°  | 5,68°  | 3,01°  |

Режимы обработки: скорость вращения шпинделя — 1 910 об./мин; скорость резания — 120 мм/мин; глубина резания — 4 мм; ширина резания — 20 мм; подача на зуб — 0,1 мм/зуб; подача — 764 мм/мин. Время обработки заготовки при одном проходе по координате X составляло приблизительно 18 сек.

В процессе фрезерования при ресурсных испытаниях проводилось измерение виброускорения шпинделя по трем координатам: X (по направлению обработки), Y (поперек направления обработки), Z (в вертикальном направлении) с помощью трехкомпонентного пьезоакселерометра AP2038-100 (производитель — «ГлобалТест», Россия). Регистрация и обработка параметров вибрации проводилась с помощью модуля сбора данных NI 9234 и программы LabView фирмы National Instruments.

Результаты эксперимента. Проведенные испытания показали, что значение стойкости фрез изменялось от 20 с до 42 мин в зависимости от типа фрез и покрытия. На рис. 1 приведена диаграмма значений

стойкости фрез при появлении признаков недопустимого износа или разрушения инструмента. Например, фреза СКИФ 209 разрушилась после работы в течение 11 мин (рис. 2).

При каждом проходе обработки заготовки регистрировались сигнал и среднеквадратическое значение (СКЗ) виброускорения шпинделя по трем координатам станка. Максимальное значение вибрации наблюдалось по вертикальной координате. На первом проходе каждой новой фрезы наблюдалась высокая вибрация, что объясняется периодом приработки инструмента. Максимальный уровень вибрации каждой фрезы, зарегистрированный на шпинделе обрабатываемого центра во время испытаний, приведен на рис. 3. Сопоставление графиков стойкости фрез (рис. 1) и уровня вибрации (рис. 3) показывает, что высокая вибрация приводит к уменьшению стойкости фрез.

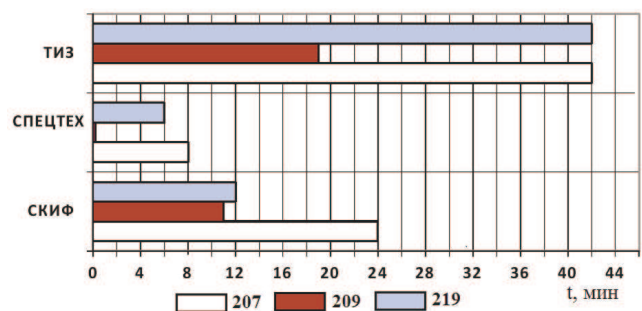


Рис. 1. Диаграмма стойкости фрез в зависимости от времени обработки



Рис. 2. Разрушение фрезы СКИФ 209

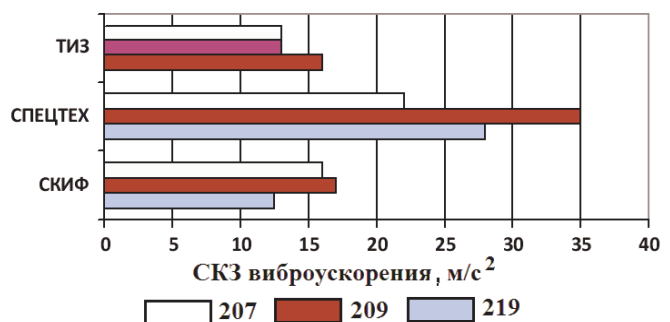


Рис. 3. Диаграмма уровней максимальной вибрации на шпинделе при фрезеровании



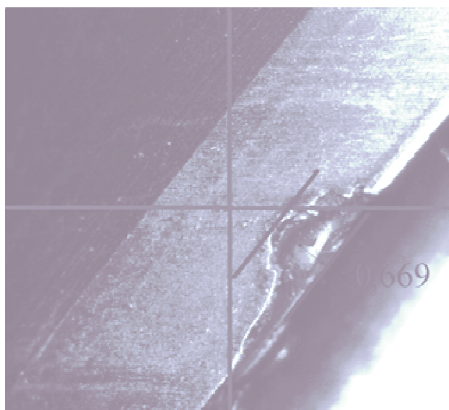


Рис. 4. Контроль износа задней кромки фрезы SKIF 219

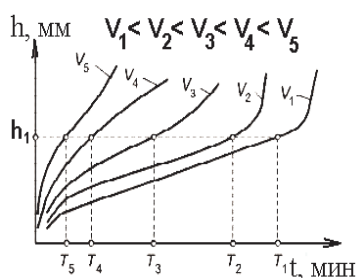


Рис. 5. Графики типичного износа режущих кромок фрез от наработки и скорости резания

Экспериментальное определение износа фрез выполнялось на специализированном стенде фирмы Zoller (Германия), который позволяет измерять все основные виды дефектов режущих инструментов с точностью до

1 мкм. На рис. 4 показан пример контроля износа задней кромки фрезы SKIF 219 с использованием установки Zoller.

Характеристики износа инструмента. В процессе фрезерования режущие кромки инструмента поочередно врезаются в заготовку, создавая при этом импульсы силы. В зависимости от материалов заготовки и инструмента, геометрических параметров инструмента и режимов обработки износ инструмента происходит с разной скоростью [4–6, 8, 9, 13]. Величину износа в зоне вершины лезвия  $h$  принято называть радиальным износом, который зависит от скорости резания [4, 5, 14, 15]. Для фрез с режущими пластинами к видам износа относятся выкрашивание, износ по задней поверхности, лункообразование, наросты на режущей кромке, пластическая деформация, термические трещины. При износе режущих кромок происходит изменение параметров воздействующих силовых импульсов [4, 16, 17, 19].

На рис. 5 приведены типичные графики износа режущих кромок фрез в зависимости от наработки и скорости резания [4]. На рис. 6 показаны аппроксимирующие кривые износа фрезы SKIF 219, восстановленные по значениям разрушения кромок в конце испытания. Кривые износа инструмента можно представить в виде экспоненциальных или полиномиальных зависимостей. В начале работы фрезы (на первых проходах обработки экспериментов) происходит приработка режущих кромок. Затем скорость износа режущих кромок стабилизируется и с некоторого значения становится нелинейной, так как износ и сколы режущих кромок начинают, в свою очередь, увеличивать статическую и динамическую составляющие силы резания.

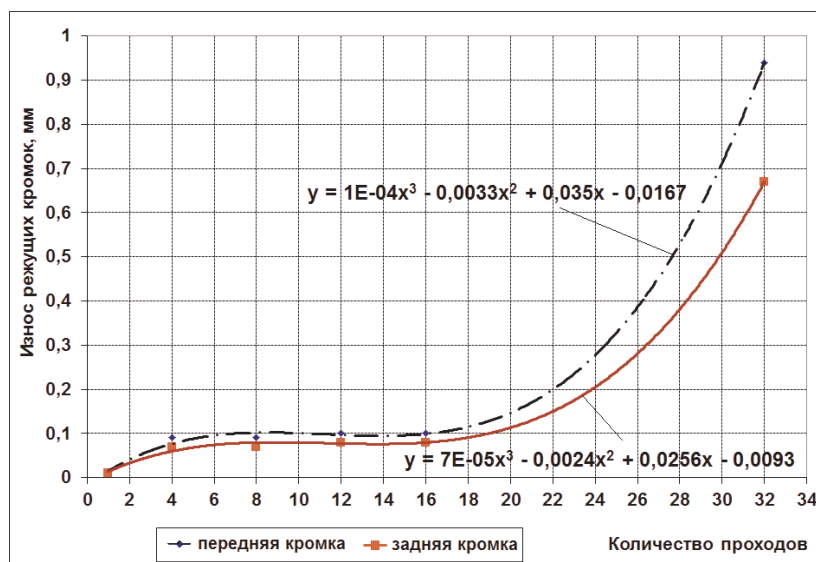


Рис. 6. Графики износа режущих кромок фрезы SKIF 219, восстановленные по значениям разрушения кромок в конце испытания

Основной спектральной составляющей при оптимальном режиме фрезерования, когда работают все режущие кромки фрезы, является составляющая на зубовой частоте  $f_z = z f_1 = z \frac{n}{60}$ , где  $f_1$  — оборотная частота;  $Z$  — число режущих кромок фрезы ( $Z = 4$ ). В проведенных экспериментах спектральная составляющая зубовой частоты превышала другие гармониче-

ские составляющие оборотной частоты в 10 и более раз, т. е. СКЗ виброускорения определялось вибрацией зубовой частоты (рис. 7 а).

На рис. 7 б показаны тренды СКЗ виброускорения по трем координатам для фрезы SKIF 209, которые практически постоянны до 23-го прохода обработки заготовки (415 сек). На последней стадии износа наблюдались флуктуации СКЗ виброускорения, и на 33-м проходе фреза SKIF 209 сломалась (рис. 2).

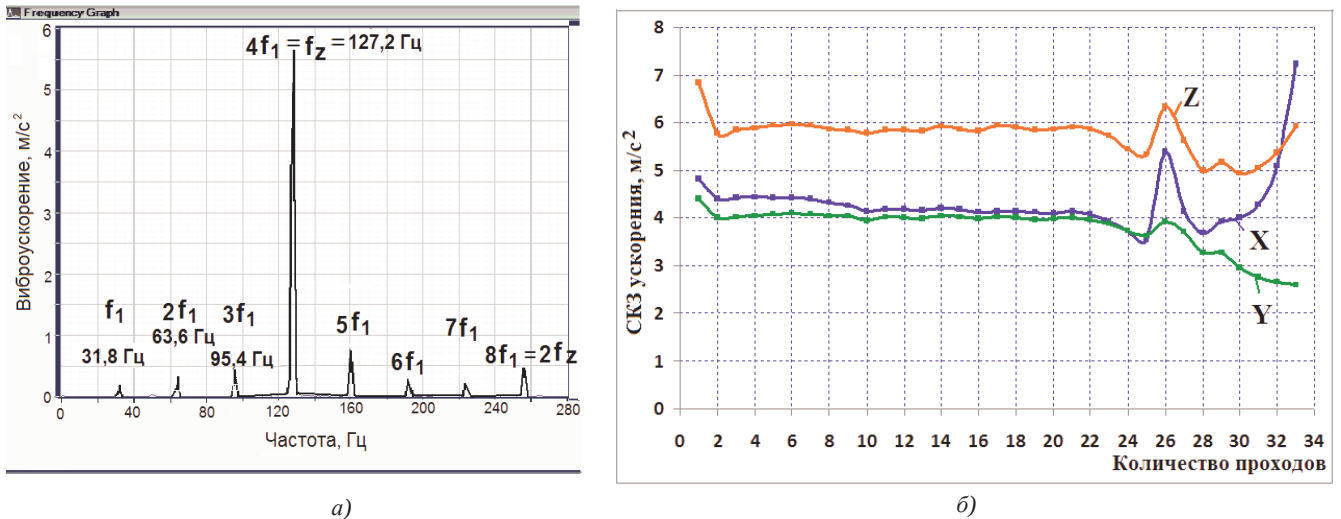


Рис. 7. Спектр виброускорения (а) и графики изменения СКЗ ускорения фрезы СКИФ 209 по трем координатам от числа проходов при проведенном испытании (б)

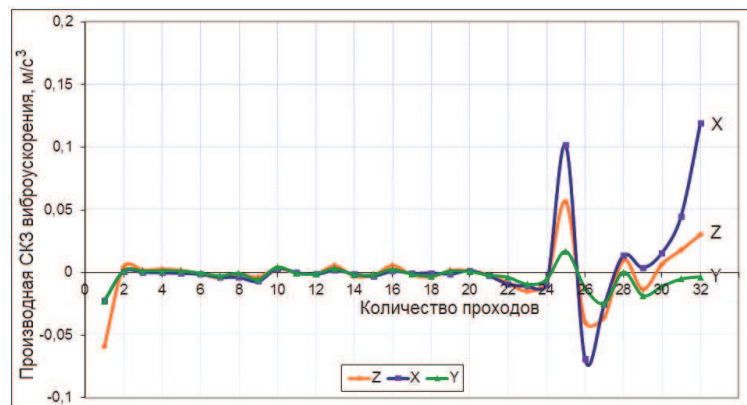


Рис. 8. График производной СКЗ виброускорения фрезы СКИФ 209

Общей тенденции увеличения СКЗ виброускорения по всем трем координатам от времени работы девяти испытанных фрез не наблюдалось, однако во всех случаях с увеличением износа фрез возрастала флуктуация этого параметра (рис. 7 б). Следовательно, возможным диагностическим параметром приближающегося критического износа и излома фрез может являться скорость

изменения СКЗ виброускорения на интервалах, соответствующих времени одного прохода обработки заготовки (18 сек). На рис. 8 приведен график производной СКЗ виброускорения фрезы СКИФ 209, который иллюстрирует резкое увеличение флуктуации данного параметра по мере износа фрезы перед ее поломкой.

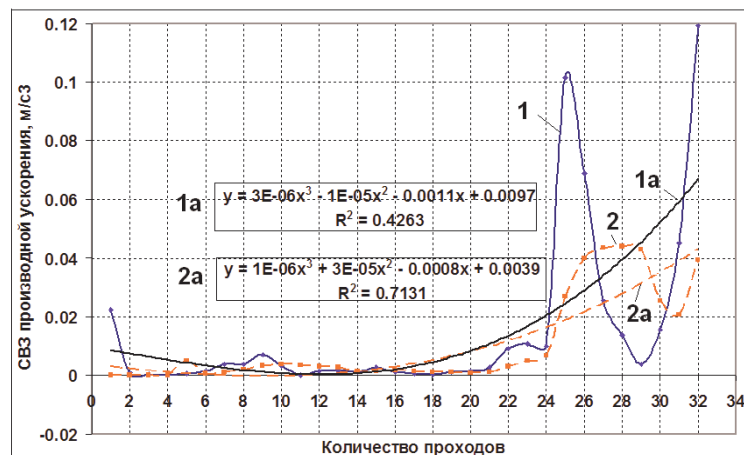


Рис. 9. Фреза СКИФ 209. Средневыпрямленное значение (СВЗ) производной СКЗ виброускорения по координате X на проходах (1); то же при сглаживании функции в окне (5 значений) (2); аппроксимация графиков 1, 2 полиномами 3-й степени (1а, 2а)

Для того чтобы привести флуктуацию данного параметра к монотонно возрастающей зависимости, найдем средневывпрямленное значение (СВЗ) данного параметра. На рис. 9 показана функция СВЗ производной СКЗ виброускорения по координате X (кривая 1). Методами сглаживания полученной знакопостоянной функции являются: а) ее аппроксимация полиномом 3-й степени (кривая 1а на рис. 9); б) сглаживание в окне (кривая 2 с шириной окна 5 проходов на рис. 9); в) аппроксимация сглаженной функции полиномом 3-й степени (кривая 2а на рис. 9). Каждый из вибрационных параметров, приведенных на рис. 9, является функцией времени (количества проходов инструмента при обработке заготовки) и может быть выбран в качестве кандидата в диагностические параметры степени износа фрез. Окончательный вывод о выборе адекватного диагностического параметра можно сделать только на основе проведения корреляционного анализа этих параметров на соответствие функциям износа фрез.

Математической мерой корреляции двух случайных величин служит коэффициент корреляции — показатель взаимного вероятностного влияния двух случайных величин [7, 10, 20]. Примем X, Y — две случайные величины, причем Y характеризует случайную величину износа фрез в функции наработки, X — случайную величину изменения от наработки принятых вибрационных параметров.

Тогда их коэффициент корреляции задается формулой (1):

$$R_{X,Y} = \frac{\text{cov}_{XY}}{\sqrt{D_X \cdot D_Y}}, \quad (1)$$

где  $\text{cov}_{XY}$  — ковариация — мера линейной зависимости двух случайных величин; D — дисперсия.

$$\text{cov}_{XY} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}, \quad (2)$$

где  $\bar{y}$  и  $\bar{x}$  — среднее случайных величин;  $\overline{xy}$  — среднее произведение.

Дисперсия, мера разброса значений случайной величины относительно ее математического ожидания, рассчитывается для переменных X и Y по формулам (3) и (4):

$$D_X = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2, \quad (3)$$

$$D_Y = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - (\bar{y})^2 = \overline{y^2} - (\bar{y})^2 \quad (4)$$

где  $\overline{x^2}$ ,  $\overline{y^2}$  — средние квадраты x и y;  $(\bar{x})^2$  и  $(\bar{y})^2$  — квадраты среднего случайных величин.

Результаты вычисления коэффициентов корреляции  $R_{X,Y}$  зависимостей от наработки параметров износа нескольких фрез и сопутствующих вибрационных параметров приведены в табл. 2, 3. Результаты вычислений показывают, что с параметрами износа фрез имеют значимую статистическую взаимосвязь ( $R_{X,Y} > 0,7$ ) только СВЗ производной СКЗ виброускорения при оконном сглаживании (п. 4 табл. 2, 3) и аппроксимирующие полиномы СВЗ производной СКЗ виброускорения.

Таблица 2

Коэффициенты корреляция  $R_{X,Y}$  зависимостей от наработки параметров износа фрезы СКИФ 209 и сопутствующих вибрационных параметров

|                                                                        | X     | Y     | Z     | Среднее значение |
|------------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|------------------|
| СКЗ виброускорения                                                     | 0,047 | 0,967 | 0,733 | 0,582            |
| Производная СКЗ виброускорения                                         | 0,641 | 0,325 | 0,349 | 0,438            |
| СВЗ производной СКЗ виброускорения                                     | 0,641 | 0,254 | 0,302 | 0,399            |
| СВЗ производной СКЗ виброускорения при оконном сглаживании             | 0,823 | 0,844 | 0,763 | 0,810            |
| Аппроксимация полиномом 3-й степени СВЗ производной СКЗ виброускорения | 0,981 | 0,854 | 0,780 | 0,872            |

Таблица 3

Коэффициенты корреляция  $R_{X,Y}$  зависимостей от наработки параметров износа фрез СКИФ 219, ТИЗ 219 и сопутствующих вибрационных параметров

|                                                                        | X     | Y     | Z     | Среднее значение |
|------------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|------------------|
| СКИФ 219                                                               |       |       |       |                  |
| СВЗ производной СКЗ виброускорения при оконном сглаживании             | 0,682 | 0,856 | 0,633 | 0,724            |
| Аппроксимация полиномом 3-й степени СВЗ производной СКЗ виброускорения | 0,991 | 0,996 | 0,988 | 0,992            |
| ТИЗ 219                                                                |       |       |       |                  |
| СВЗ производной СКЗ виброускорения при оконном сглаживании             | 0,595 | 0,600 | 0,633 | 0,609            |
| Аппроксимация полиномом 3-й степени СВЗ производной СКЗ виброускорения | 0,326 | 0,954 | 0,914 | 0,731            |

#### Заключение

Проведенные ресурсные испытания девяти фрез в заданном режиме обработки позволили измерить, зарегистрировать, обработать и проанализировать данные пространственной вибрации на шпинделе в зоне крепления фрез. Выбранные вибрационные параметры в сочетании с проведенными измерениями степени износа фрез позволили с использованием корреляционного анализа оценить степень влияния случайных процессов износа фрез на сопутствующие износу параметры вибрации. При обработке экспериментальных данных вибрации при износе фрез общей тенденции к увеличению виброускорения по всем координатам в широкой полосе частот и на гармониках оборотной и зубцовых частот не наблюдалось. Спектральный состав вибрации практически полностью определялся первой гармоникой зубцовой частоты, т. е. все режущие кромки фрез работали с одинаковой нагрузкой, резонансные колебания фрезы отсутствовали. Вибрация генерировалась периодическими взаимодействиями режущих кромок фрезы с материалом заготовки. Значительная вибрация возникала при первом проходе после смены фрез, что объясняется периодом приработки нового инструмента. После приработки, на втором и последующих проходах вибрация уменьшалась. По мере износа фрез возникают, как правило, нарастающие флуктуации СКЗ виброускорения. Это обусловило выбор в качестве диагностических параметров сигналы, пропорциональные производной СКЗ виброускорения и их аппроксимации и сглаживающие функции. Выявлено, что износ фрез в наибольшей степени коррелируется с полиномиальной аппроксимацией средневывраженных значений производных СКЗ виброускорений по вертикальной Z и поперечной Y координатам. В большинстве случаев этот параметр сигнализирует об износе фрез и по координате обработки заготовки X.

Таким образом, проведенные измерения и анализ вибрационных параметров при ресурсных испытаниях фрез позволили определить особенности изменения общего уровня вибрации, направления максимальных колебаний и спектральных составляющих вибрации шпинделя и инструмента при увеличении степени износа фрез. Выявлены некоторые параметры вибраций, изменяющиеся на конечной стадии износа фрез. Аппроксимация графиков этих параметров дает аналитические зависимости, по которым проведен корреляционный анализ их взаимосвязи с уравнениями износа инструмента.

Данные исследования проводились при постоянных режимах обработки. Представляет значительный интерес возможность использования полученных диагностических параметров и при варьировании режимов и направлений обработки.

#### *Литература*

1. Алейников Д.П., Лукьянов А.В. Мониторинг динамического состояния обрабатывающих центров // Материалы VII Всероссийской науч.-практической конф. «Авиационно-

строение и транспорт Сибири»: сб. ст. Иркутск, 2016. С. 197-200.

2. Лукьянов А.В., Алейников Д.П., Портной А.Ю. Система защиты обрабатывающих центров от опасных динамических нагрузок на основе анализа параметров вибрации и силы // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2017. Т. 21, № 4 (123). С. 30-38.

3. Алейников Д.П., Лукьянов А.В. Моделирование сил резания и определение вибродиагностических признаков дефектов концевых фрез // Системы. Методы. Технологии. 2017. № 1 (33). С. 39-47.

4. Нагорный В.В. Контроль динамического состояния металлообрабатывающей технологической системы и прогнозирование ее ресурса: моногр. М., 2016. 242 с.

5. Кожевников Д.В., Кирсанов С.В. Резание материалов. М.: Машиностроение, 2007. 304 с.

6. Барков А.В. Диагностика и прогнозирование технического состояния подшипников качения по их виброакустическим характеристикам // Судостроение. 1985. № 3. С. 21-23.

7. Шиндовский Э., Щюрц О. Статистические методы управления качеством: пер. с нем. М.: Мир, 1976. 597 с.

8. Чашин Н.С., Иванов Ю.Н., Сидорова А.В., Семенов Е.Н., Стуров А.А. Исследование технологии обработки отверстий малых диаметров в полимерном композиционном материале на робототехническом комплексе // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2017. Т. 21, № 6 (125). С. 39-48.

9. Чашин Н.С., Иванов Ю.Н. Обработка отверстий в смешанных пакетах методом орбитального сверления // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2015. № 11 (106). С. 44-49.

10. Кокрен У. Методы выборочного исследования / под ред. А.Г. Волкова; пер. с англ. И.М. Сониной. М.: Статистика, 1976. 440 с.

11. Неразрушающий контроль / под общ. ред. В.В. Клюева. М.: Машиностроение, 2005. Т. 8. 789 с.

12. Григорьев С.Н., Гурин В.Д., Козочкин М.П. Диагностика автоматизированного производства. М.: Машиностроение, 2011. 600 с.

13. Семенов Е.Н., Беломестных А.С., Сидорова А.В. Исследование частотных характеристик робота Kuka kg 210 r2700 extra // Авиационное строительство и транспорт Сибири: сб. ст. всерос. молод. науч.-практической конф. М., 2016. С. 252-257.

14. Сидорова А.В. Модель управления точностью обработки на операции фрезерования кромок на РТК // Авиационное строительство и транспорт Сибири: материалы IX Всерос. науч.-практической конф. / Иркут. нац. исслед. техн. ун-т. Иркутск, 2017. С. 246-250.

15. Сидорова А.В. Исследование обработки отверстий ПКМ на РТК, дефект отклонения от круглости // Авиационное строительство и транспорт Сибири: материалы Всерос. молод. науч.-практической конф. М., 2016. С. 258-262.

16. Савилов А.В., Пятых А.С. Влияние вибраций на точность и качество поверхности отверстий при сверлении // Вестн. ИргТУ. 2013. № 12. С. 23-25.

17. Савилов А.В., Пятых А.С. Определение коэффициентов сил резания для моделирования процессов механообработки // Изв. Самар. науч. центра Рос. акад. наук. 2015. Т. 17, № 2. С. 211-216.

18. Лукьянов А.В., Алейников Д.П. Исследование пространственной вибрации обрабатывающего центра в режиме фрезерования // Системы. Методы. Технологии. 2014. № 1 (21). С. 96-101.

19. Алейников Д.П., Лукьянов А.В. Исследование динамики крепления датчиков вибрации шпинделей об-



рабатывающих центров // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2015. № 2 (97). С. 28-35.

20. Campatelli G., Scippa A. Prediction of milling cutting force coefficients for Aluminum 6082-T4. Conference on High Performance Cutting. 2012. P. 563-568.

### References

1. Aleinikov D.P., Luk'yanov A.V. Monitoring the state of dynamic machining center// Air-transport engineering of Siberia // Materialy VII Vserossiiskoi nauch.-prakticheskoi konf. «Aviamashinostroenie i transport Sibiri»: sb. st. Irkutsk, 2016. P. 197-200.

2. Luk'yanov A.V., Aleinikov D.P., Portnoi A.Yu. System of control of emergency situations of machining center by vibration and stress // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2017. T. 21, № 4 (123). P. 30-38.

3. Aleinikov D.P., Luk'yanov A.V. Modeling of the cutting forces and determination vibrodiagnostics symptoms of defects of end mills // Systems. Methods. Technologies. 2017. № 1 (33). P. 39-47.

4. Nagornyi V.B. Monitoring the dynamic state of the metal-working technological system and forecasting its resource: monogr. M., 2016. 242 p.

5. Kozhevnikov D.V., Kirsanov S.V. Cutting materials. M.: Mashinostroenie, 2007. 304 p.

6. Barkov A.V. Monitoring and diagnostics of rotary machines by vibration // Sudostroenie. 1985. № 3. P. 21-23.

7. Shindovskii E., Shchyurts O. Statistical methods of quality management: per. s nem. M.: Mir, 1976. 597 p.

8. Chashchin N.S., Ivanov Yu.N., Sidorova A.V., Semenov E.N., Sturov A.A. Investigation of the technology of processing holes of small diameters in a poly-dimensional composite material on a robotic complex // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2017. T. 21, № 6 (125). P. 39-48.

9. Chashchin N.S., Ivanov Yu.N. Processing of openings in mixed packages by the method of orbital drilling // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2015. № 11 (106). P. 44-49.

10. Kokren U. Methods of selective research / pod red A.G. Volkova; per s angl. I.M. Sonina. M.: Statistika, 1976. 440 p.

11. Non-destructive testing / pod obshch. red. V.V. Klyueva. M.: Mashinostroenie, 2005. T. 8. 789 p.

12. Grigor'ev S.N., Gurin V.D., Kozochkin M.P. Diagnosis of computer-aided manufacturing. M.: Mashinostroenie, 2011. 600 p.

13. Semenov E.N., Belomestnykh A.S., Sidorova A.V. A study of the frequency characteristics of the robot Kuka kr210 r2700 extra // Aviamashinostroenie i transport Sibiri: sb. st. vseros. molod. nauch.-prakticheskoi konf. M., 2016. P. 252-257.

14. Sidorova A.V. Model of accuracy control processing in the operation of milling edges on the RTK // Aviamashinostroenie i transport sibiri: materialy IX Vseros. nauch.-prakticheskoi konf. / Irkut. nats. issled. tekhn. un-t. Irkutsk, 2017. P. 246-250.

15. Sidorova A.V. Investigation of hole machining PKM on RTK, defect deviation from roundness // Aviamashinostroenie i transport Sibiri: materialy Vseros. molod. nauch.- prakticheskoi konf. M., 2016. P. 258-262.

16. Savilov A.V., Pyatykh A.S. Vibration effect on accuracy and quality of hole surface under drilling // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2013. № 12. P. 23-25.

17. Savilov A.V., Pyatykh A.S. The identification cutting force coefficients for simulation of the machining // Proceedings of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. 2015. T. 17, № 2. P. 211-216.

18. Luk'yanov A.V., Aleinikov D.P. Research of vibration machining center in milling mode // Systems. Methods. Technologies. 2014. № 1 (21). P. 96-101.

19. Aleinikov D.P., Luk'yanov A.V. Studying fixation dynamics of machining center spindle vibration sensors // Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2015. № 2 (97). P. 28-35.

20. Campatelli G., Scippa A. Prediction of milling cutting force coefficients for Aluminum 6082-T4. Conference on High Performance Cutting. 2012. P. 563-568.

## Новая теория качения на примере описания движения ведущего колеса локомотива (автомобиля)

В.А. Коронатов

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия  
kortavik@mail.ru

Статья поступила 2.10.2017, принята 28.10.2017

*Предлагается качественно новая теория качения, основанная на следующих предположениях. Сила трения и момент качения определяются, согласно законам Кулона, только в тех случаях, когда пятно контакта между колесом и полотном дороги (рельсом) полностью занято либо областью сцепления (что соответствует чистому качению), либо областью скольжения (что соответствует чистому скольжению). В других случаях, при одновременном наличии областей сцепления и скольжения, для определения силы трения и момента качения за основу берутся их качественные зависимости от скорости проскальзывания колеса относительно дороги и угловой скорости качения. Приведено обоснование таких зависимостей, которые аналитически задаются через аппроксимацию Паде от кинематических величин. При таком подходе отпадает необходимость в постоянном перерасчете изменяющихся размеров указанных областей и возникающих контактных напряжений, через которые было принято определение сил сопротивления, с использованием методов теории упругости. Новая теория качения хорошо вписывается в общую теорию поликомпонентного трения, хотя Паде аппроксимация здесь задается более общего вида, и основания для ее использования другие. В сравнении с существующими теориями качения проводимые расчеты существенно упрощаются без потери точности для получаемых результатов. Вариант классической теории, когда сила и момент сопротивления качению изменяются в соответствии со скачкообразной характеристикой кулонова трения, будет являться частным случаем новой теории, если допустить, что области сцепления и скольжения неизменны и имеют некоторые усредненные размеры. Для ведущего колеса локомотива (автомобиля) приведены дифференциальные уравнения движения, которые предусматривают случаи чистого качения или скольжения, а также качения с проскальзыванием — возможные режимы, чередующиеся друг с другом в зависимости от действующих сил. Получены кинематические условия, которые определяют текущий режим качения колеса на данный момент времени и тем самым позволяют моделировать процесс движения в соответствии с реальными условиями. Фактически, предложен принципиально новый подход к рассмотрению динамических задач фрикционного контактного взаимодействия, существенно облегчающий нахождение их решений.*

**Ключевые слова:** колесо; теория качения; колесо локомотива; колесо автомобиля; контактное взаимодействие; трение качения; трение скольжения; аппроксимация Паде; поликомпонентная теория трения.

## A new rolling theory based on the description of the motion of the driving wheel of a locomotive (car)

V.A. Koronotov

Bratsk State University; 40, Makarenko, Bratsk, Russia  
kortavik@mail.ru

Received 2.10.2017, accepted 28.10.2017

*Being based on the following assumptions, a qualitatively new rolling theory is proposed. The frictional force and the rolling moment are determined according to the Coulomb laws only when the contact spot between the wheel and the roadway (rail) is fully occupied either by the area of adhesion (which corresponds to pure rolling) or by the sliding area (which corresponds to pure sliding). In other cases, with simultaneous presence of regions of adhesion and sliding, for determining the frictional force and the rolling moment, their qualitative dependences on the wheel slip speed relative to the road and the angular rolling speed are taken as a basis. The basis for such dependences, which are analytically given through the Pade approximation from kinematic magnitudes, is given. With such an approach, there is no need for a constant recalculation of the varying sizes of these regions and the resulting contact stresses, through which the definition of resistance forces was adopted, using the methods of elasticity theory. The new rolling theory fits well with the general theory of polycomponent friction, although the Pade approximation is given here in a more general form, and the reasons for its use are different. In comparison with the existing rolling theories, the calculations carried out are substantially simplified without loss of accuracy for the results obtained. A variant of the classical theory, when the force and moment of rolling resistance change in accordance with the stepwise characteristic of Coulomb friction, will be a special case of the new theory if it is assumed that the regions of adhesion and sliding are unchanged and have some averaged dimensions. For the driving wheel of the locomotive (car), differential equations of motion are given, which provide for cases of pure rolling or sliding, and rolling with slip - possible modes that alternate with each other depending on the acting forces. Kinematic conditions are obtained that determine the current rolling mode of the wheel at a given time and thus allow the simulation of the motion process in accordance with real conditions. In fact, a fundamentally new approach to the consideration of dynamic problems of frictional contact interaction is proposed, which essentially facilitates the finding of problem solutions.*

**Keywords:** wheel; rolling theory; locomotive wheel; car wheel; contact interaction; rolling friction; sliding friction; Pade approximation; polycomponent friction theory.

## Введение

Современные теории движения колеса существуют в двух вариантах. В первом, классическом, наиболее простом и распространенном варианте считается, что сила и момент сопротивления качению изменяются в соответствии со скачкообразной характеристикой кулонова трения. Во втором, более сложном варианте считается, что сила и момент — величины переменные, которые принято определять через возникающие напряжения в пятне контакта колеса и рельса (полотна дороги). Усложненный вариант берется за основу, когда необходима повышенная точность при моделировании движения колеса.

В усложненном варианте все существующие на сегодняшний день теории предполагают определение силы и момента сопротивления качению колеса напрямую, через напряжения, возникающие в пятне контакта. Отличаются они друг от друга главным образом в выборе метода их определения. Сложность такого подхода заключается в том, что необходимо следить за динамикой изменения площади пятна контакта и возникающих напряжений, устанавливая при этом сначала законы их распределения. Решение перечисленных задач весьма трудоемко, даже без учета динамики процесса, и относится к самым сложным аспектам контактного взаимодействия согласно классификации, данной академиком РАН И.Г. Горячевой [1]. Здесь предполагается использование методов теории упругости, сложного программного обеспечения и большого объема численных расчетов на компьютере [2–4]. Обзор решений контактных задач с частичным проскальзыванием, основанных на прямом определении сил сопротивления через возникающие напряжения, приведен в работе [5]. В железнодорожном транспорте при моделировании движения колеса наибольшее распространение получили теории Ж. Картера и Дж. Калкера [6–8] и разработанные на их основе компьютерные программы CONTACT и FASTSIM [9], в автомобильном транспорте — это теории и компьютерные программы, значительная часть которых создана на основе щеточной (*brush*) модели [9–12]. При решении вычислительных задач транспортной динамики часто используются Magic Formula Пасейки [13, 14], фракционный анализ [15, 16]. Теорией движения колеса занимались такие известные отечественные ученые, как М.В. Келдыш, А.Ю. Ишлинский, В.Ф. Журавлев, И.В. Новожилов, Ю.И. Неймарк, Н.А. Фуфаев, М.А. Левин, В.Г. Вильке и др. Тем не менее, существующие теории не столь удобны для проведения теоретических исследований, подразумевают, как это уже отмечалось, большой объем численных расчетов и не обладают универсальностью, что, естественно, не всегда устраивает разработчиков новой техники.

Между тем, знакомство с проблемой — а данная работа о движении колеса у автора первая — вызывает вполне естественный вопрос, почему не предпринимались попытки использовать качественные зависимости от кинематических величин для силы и момента сопротивления качению при их определении? Именно так обычно поступают в подобных задачах механики. На-

пример, определение силы сопротивления со стороны воздушного потока, который воспринимается корпусом автомобиля, можно определять напрямую — через возникающие напряжения, что представляло бы довольно трудоемкую задачу. Вместо этого принято определять силы сопротивления, используя их аналитические зависимости от скорости, что гораздо проще и эффективнее. Во всяком случае, автору ничего не известно о таких работах применительно к колесу. Предварительный анализ говорил о том, что если такие зависимости и существуют, то они не столь очевидны, как это обычно бывает, что, по-видимому, и объясняет вышесказанное. Для их определения понадобился анализ экспериментальных данных о движении колеса, приведенных в доступных работах. Было установлено, что Осборн Рейнольдс в 1876г. одним из первых исследовал контакт упругих тел при качении [17]. Им было выявлено, что область контакта упругих тел при качении разбивается на области скольжения (проскальзывания) и сцепления (схватывания). С возрастанием движущего или тормозящего моментов область проскальзывания увеличивается до тех пор, пока не наступит полное скольжение, а зона сцепления исчезнет. Проскальзывание является одной из причин того, что переносная скорость колеса не равна его окружной скорости. Разница этих двух скоростей называется скоростью крипа. Зависимость крипа от крутящего момента впервые исследовал Картер в 1916 г. [18–20]. Возникающие при этом силы крипа существенным образом зависят от размеров областей скольжения и сцепления, через которые определяются контактные напряжения между колесом и рельсом. Выявленные закономерности впоследствии были подтверждены и другими исследователями [21–24].

**Основные принципы теории.** Для выявления качественных зависимостей для силы и момента сопротивления качению от кинематических величин — скорости проскальзывания и угловой скорости колеса — будем исходить из следующих предположений:

1. Законы Кулона справедливы при определении силы трения и момента качения для случаев чистого скольжения и чистого качения, т. е. когда пятно контакта полностью занято либо областью (зоной) скольжения, либо областью сцепления.
2. Размеры пятна контакта для случая качения с проскальзыванием формируются либо при чистом качении, либо при чистом скольжении — в зависимости от того, что предшествует качению с проскальзыванием.
3. Размеры пятна контакта при качении с проскальзыванием не изменяются, т. е. будем считать, что при таком движении колеса увеличение протяженности области скольжения может происходить только за счет уменьшения области сцепления и наоборот.
4. При качении с проскальзыванием увеличение скорости проскальзывания колеса при неизменной угловой скорости приводит к росту протяженности области скольжения и наоборот — увеличение угловой скорости колеса при неизменной скорости проскальзывания приводит к росту протяженности области сцепления.

5. Сила сопротивления и момент трения качения при качении с проскальзыванием (при наличии в пятне контакта обеих областей — скольжения и сцепления) определяются в зависимости от скорости проскальзывания и угловой скорости качения колеса, т. е. с учетом влияния скольжения на качение колеса и наоборот.

Кроме того, следует иметь в виду следующее. При чистом скольжении псевдоскольжения не наблюдается. Поэтому с ростом скорости скольжения сила трения будет оставаться неизменной, хотя сама зона скольжения, а, значит, и пятно контакта, растут. Перед началом качения зона скольжения достигает определенного размера, что, как показано ниже, будет определяться косвенно, через критическую скорость скольжения. После этого будет начинаться качение с проскальзыванием без изменения общей площади пятна контакта. При чистом качении с ростом угловой скорости качения будет расти зона сцепления (и пятно контакта), сдвинутая в сторону направления качения. Перед началом скольжения теперь уже зона сцепления при достижении критического значения угловой скорости качения достигает определенных размеров, определяя общую площадь пятна контакта при качении с проскальзыванием.

Первые четыре допущения вполне естественны и не вызывают вопросов. Рассмотрим подробнее, что означает последнее, пятое, допущение. Прежде всего отметим, что в силу допущений 2–4 протяженность области сцепления будет расти как при увеличении угловой скорости, так и при уменьшении скорости проскальзывания колеса. Рост протяженности области сцепления будет увеличивать плечо для пары сил, создающих момент трения качения, а, значит, и значение самого момента. Тем самым момент качения должен зависеть прямо пропорционально от угловой скорости качения и обратно пропорционально — от скорости проскальзывания колеса. Кроме того, в силу тех же допущений 2–4 увеличение протяженности области скольжения может происходить как вследствие роста скорости проскальзывания, так и при уменьшении угловой скорости качения колеса. На первый взгляд, если основываться на законе Кулона, изменение протяженности области скольжения не будет влиять на значение силы сопротивления: сила трения не зависит от площади контакта между телами. Но здесь сила сопротивления будет соответствовать не одной силе трения, а сумме действия двух сил — силы трения и силы упругости. Как установлено опытными данными [1, 5–7, 12], зона скольжения будет претерпевать растяжение, что приводит к росту силы упругости, а, значит, и всей силы сопротивления. Перемещения, возникающие в пятне контакта за счет упругих деформаций, получили название псевдоскольжения. Упругие силы, под действием которых это происходит, называются силами крипа. Установлено, что сила крипа растет при увеличении протяженности зоны скольжения [2]. Тем самым, сила крипа, а значит и вся сила сопротивления, должны иметь прямую пропорциональную зависимость от скорости проскальзывания и обратную — от угловой скорости качения колеса.

В новой теории качения существенно то, что динамика изменения протяженностей зон сцепления и

скольжения определяется не напрямую, как это принято делать, а косвенно — через угловую скорость качения колеса  $\dot{\varphi}$  и скорость проскальзывания  $v$ . Здесь точка  $\langle \cdot \rangle$  — это общепринятое сокращенное обозначение производной по времени. С учетом вышесказанного и экспериментальных данных, качественную зависимость силы и момента сопротивления качению от кинематических величин, как оказалось, удобно задавать аналитически через аппроксимацию Паде [25, 28]:

$$\begin{aligned} F_{mp} &= F_0 \frac{v + \Delta}{v + b\varepsilon\dot{\varphi} + \Delta}; \quad F_0 = F_{mp}|_{\dot{\varphi}=0}; \\ M_k &= M_0 \frac{\varepsilon\dot{\varphi} + \Delta}{\varepsilon\dot{\varphi} + av + \Delta}; \quad M_0 = M_k|_{v=0}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $b, a, \Delta$  — коэффициенты аппроксимации, определяемые на основании экспериментальных данных и характеризующие свойства дороги (рельса);  $\varepsilon$  — средний радиус пятна контакта между колесом и дорогой;  $F_0, M_0$  — максимальные значения соответственно для силы и момента сопротивления качению, которые равны соответственно силе трения при чистом скольжении и моменту качения при чистом качении. Заметим, что выражения  $\frac{v + \Delta}{v + b\varepsilon\dot{\varphi} + \Delta}$  и  $\frac{\varepsilon\dot{\varphi} + \Delta}{\varepsilon\dot{\varphi} + av + \Delta}$  фактически опреде-

ляют собой ту часть пятна контакта, которая приходится соответственно на область скольжения и сцепления, и тем самым определяют, какие части от максимумов для силы сопротивления  $F_0$  и момента качения  $M_0$  приходятся на текущий момент для этих силовых компонент.

Отметим, что выбранная форма Паде аппроксимации здесь иная в сравнении с тем, какая используется в теории поликомпонентного трения [25–27]. Такой выбор позволяет избегать некорректностей при нулевых значениях скоростей и моделировать процессы с учетом возможности кратковременных остановок в скольжении и качении колеса. Кроме того, и причины ввода Паде аппроксимации здесь другие: они вызваны не результатом анализа интегральных выражений, полученных для силы и момента сопротивления при скольжении тела с верчением через возникающие контактные напряжения, как это делается в теории поликомпонентного трения, а в результате анализа динамики изменения областей сцепления и скольжения при качении. Вышесказанное позволяет в новой теории учитывать динамику процесса не напрямую через возникающие контактные напряжения, а косвенно — через изменения силы и момента сопротивления, а так же изменения размеров областей сцепления и скольжения, которые определяются через кинематические величины. Для сравнения: в теории поликомпонентного трения [25–27] динамика процесса учитывается путем введения эмпирического соотношения, которое задает закон изменения нормальных напряжений в пятне контакта. При этом используется стационарный закон, что не позволяет учитывать изменение момента трения качения во время движения колеса и, кроме того, означает, что приведен-



ные в этой теории формулы для определения коэффициентов аппроксимации Паде не точны.

Таким образом, в новой теории качения колеса предлагается принципиально иной подход по сравнению с вышеперечисленными вариантами теорий — без привлечения методов теории упругости и необходимости постоянного перерасчета размеров зон скольжения и качения и возникающих в этих зонах контактных напряжений. Вместо этого за основу берутся качественные зависимости для силы и момента сопротивления качению от кинематических величин — скорости проскальзывания и угловой скорости качения колеса, а для их аналитического представления используется Паде аппроксимация. Такой подход значительно упрощает проводимые расчеты (предположительно, без потери точности и без использования методов теории упругости). Кроме того, аналитические зависимости для силы и момента сопротивления качению хорошо вписываются в общую теорию поликомпонентного трения. Фактически, предложен принципиально новый метод к рассмотрению динамических задач фрикционного контактного взаимодействия, облегчающий нахождение их решений.

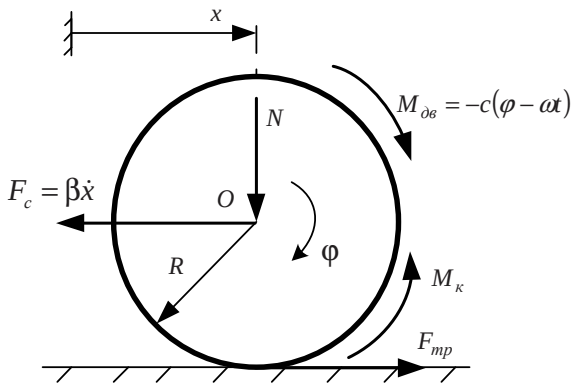


Рис. 1. Качение ведущего колеса локомотива (автомобиля)

**Описание модели.** Для конкретного представления о содержании и возможностях новой теории качения введем новую динамическую модель ведущего колеса локомотива (автомобиля) и опишем ее. Предполагается, что колесо движется на прямолинейном участке дороги, оставаясь при этом в вертикальной плоскости. В качестве обобщенных координат приняты:  $x$  — определяет положение центра колеса;  $\varphi$  — определяет угол поворота колеса вокруг оси, проходящей через центр колеса (направление по часовой стрелке считается положительным). Предполагается, что вал двигателя вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$  (двигатель неограниченной мощности), и на ось ведущего колеса передается движущий момент  $M_{ос} = -c(\varphi - \omega t)$ , где  $c, t$  — соответственно жесткость упругих связей, посредством которых вращение вала передается на ведущее колесо, и текущее время (рис. 1). Кроме того, будем полагать, что на ось колеса передаются постоянная сила давления  $N$  и сила сопротивления  $F_c = \beta \dot{x}$ , где  $\beta$  — задаваемый коэффициент пропорциональности;

$m, R, J$  — соответственно масса, радиус и осевой момент инерции колеса (предполагается, что  $mg \ll N$ );

$v = R\dot{\varphi} - \dot{x}$  определяет скорость проскальзывания колеса относительно полотна дороги. Принимая во внимание, что угловая скорость  $\dot{\varphi}$  и скорость проскальзывания  $v$  могут менять свой знак во время движения колеса, согласно (1) в дальнейшем будем считать:

$$F_{mp} = F_0 \frac{|v| + \Delta}{|v| + b\varepsilon|\dot{\varphi}| + \Delta}; \quad F_0 = F_{mp}|_{\dot{\varphi}=0} = fN; \quad (2)$$

$$M_k = M_0 \frac{\varepsilon|\dot{\varphi}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\varphi}| + a|v| + \Delta}; \quad M_0 = M_k|_{v=0} = \rho N,$$

где  $f, \rho$  — коэффициенты соответственно трения и качения, которые определяются согласно закону Кулона:

$$f = f_0 \text{sign } v, \text{ при } v \neq 0; [-f_1, f_1], \text{ при } v \equiv 0; \quad (3)$$

$$\rho = \rho_0 \text{sign } \dot{\varphi}, \text{ при } \dot{\varphi} \neq 0; [-\rho_1, \rho_1], \text{ при } \dot{\varphi} \equiv 0.$$

Считается, что  $\mu_1 = f_1 / f_0 > 1$ ;  $\mu_2 = \rho_1 / \rho_0 > 1$ ,

т. е. трение-качение покоя не равно трению-качению при движении, и тем самым за основу берется скачкообразный закон Кулона.

1. В случае чистого качения, когда

$\dot{\varphi} \neq 0$  и  $v \equiv 0$  ( $\dot{x} \equiv R\dot{\varphi}$ ), должно выполняться:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = fN \frac{1}{k} - \beta\dot{x}, & \text{где } f \in [-f_1, f_1]; \\ J\ddot{\varphi} = -c(\varphi - \omega t) - fNR \frac{1}{k} - \rho_0 N \text{sign } \dot{\varphi}. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь  $k = 1 + \frac{b\varepsilon}{\Delta}|\dot{\varphi}|$  — коэффициент динамичности, определяющий влияние угловой скорости качения на силу трения. Из записанных уравнений (4) следует уравнение движения колеса для этого режима:

$$(J + mR^2)\ddot{\varphi} = -c(\varphi - \omega t) - \beta R^2\dot{\varphi} - \rho_0 N \text{sign } \dot{\varphi}. \quad (5)$$

Остановка режима чистого качения произойдет тогда, когда одновременно:

$$\dot{\varphi} = 0 \text{ и } c|\varphi - \omega t| \leq \rho_0 N; \quad (6)$$

в противном случае при  $\dot{\varphi} = 0$  и  $c|\varphi - \omega t| > \rho_0 N$  произойдет мгновенная смена направления качения колеса. Кроме того, чистое качение может перейти в качение с проскальзыванием. Условие отсутствия скольжения:

$$|f| \frac{qNR}{k} = c|\varphi - \omega t| - \rho_0 N + \beta R^2(q-1)|\dot{\varphi}|,$$

где  $f \in [-f_1, f_1]$ ,  $q = 1 + \frac{J}{mR^2}$ . Проскальзывание начнется тогда, когда:

$$k_* = \frac{f_1 qNR}{c|\varphi - \omega t| - \rho_0 N + \beta R^2(q-1)|\dot{\varphi}|_*}, \quad (7)$$

где  $k_*, |\dot{\phi}|_*$  – критические значения соответственно для коэффициента динамичности и угловой скорости качения, при которой начнется проскальзывание колеса. Тем самым, получаются следующие кинематические условия для режима чистого качения:

- а) при  $0 < |\dot{\phi}| < |\dot{\phi}|_*$  – чистое качение;
- б) при  $|\dot{\phi}| \geq |\dot{\phi}|_*$  – качение с проскальзыванием;
- с) при  $\dot{\phi} = 0$  и  $c|\varphi - \omega t| \leq \rho_0 N$  – остановка чистого качения;
- д) при  $\dot{\phi} = 0$  и  $c|\varphi - \omega t| > \rho_0 N$  – смена направления чистого качения.

2. В случае чистого скольжения, когда  $\dot{\phi} \equiv 0$  и  $v \neq 0$  ( $\dot{x} \equiv v$ ), должно выполняться:

$$m\dot{v} = f_0 N \operatorname{sign} v - \beta v. \quad (8)$$

Остановка чистого скольжения произойдет, согласно уравнению движения (8), когда одновременно:  $v = 0$  и  $f_0 N \operatorname{sign} v \leq 0 \Rightarrow v = 0$  и  $v_- < 0$ , где  $v_-$  – скорость проскальзывания в момент времени  $t = t_* - 0$ , где  $t = t_*$  определяет момент времени, когда  $v = 0$ ; в противном случае, когда  $v = 0$  и  $v_- > 0$ , произойдет лишь мгновенная смена направления проскальзывания.

Чистое скольжение может перейти в режим качения с проскальзыванием. Чтобы установить это, запишем условие отсутствия качения:

$$c|\varphi - \omega t| - N \left( f_0 R + |\rho| \frac{1}{k^\wedge} \right) = 0,$$

где  $\rho \in [-\rho_1, \rho_1]$ . Здесь  $k^\wedge = 1 + \frac{a}{\Delta} |v|$  – коэффициент динамичности, определяющий влияние скорости скольжения на момент трения. Качение может начаться, когда коэффициент динамичности достигнет своего критического значения:

$$k_*^\wedge = \frac{\rho_1 N}{c|\varphi - \omega t| - f_0 N R}, \quad (9)$$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = f_0 N \frac{|v| + \Delta}{|v| + b\varepsilon|\dot{\phi}| + \Delta} \operatorname{sign} v - \beta \dot{x}; \\ J\ddot{\phi} = -c(\varphi - \omega t) - f_0 N R \frac{|v| + \Delta}{|v| + b\varepsilon|\dot{\phi}| + \Delta} \operatorname{sign} v - \rho_0 N \frac{\varepsilon|\dot{\phi}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\phi}| + a|v| + \Delta} \operatorname{sign} \dot{\phi}. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{J}{R} \dot{v} = -c(\varphi - \omega t) - f_0 q N R \frac{|v| + \Delta}{|v| + b\varepsilon|\dot{\phi}| + \Delta} \operatorname{sign} v - \rho_0 N \frac{\varepsilon|\dot{\phi}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\phi}| + a|v| + \Delta} \operatorname{sign} \dot{\phi} + \beta \frac{J}{m R} (R\dot{\phi} - v); \\ J\ddot{\phi} = -c(\varphi - \omega t) - f_0 N R \frac{|v| + \Delta}{|v| + b\varepsilon|\dot{\phi}| + \Delta} \operatorname{sign} v - \rho_0 N \frac{\varepsilon|\dot{\phi}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\phi}| + a|v| + \Delta} \operatorname{sign} \dot{\phi}. \end{cases} \quad (13)$$

Окончание проскальзывания, когда одновременно:

$$v = 0, \quad c|\varphi - \omega t| \leq f_0 q N R \frac{1}{k} + \rho_0 N - \beta \frac{J}{m} \dot{\phi} \Rightarrow$$

причем должно выполняться:  $c|\varphi - \omega t| > f_0 N R$  – необходимое условие для начала качения. Из уравнения (9) значение критической скорости проскальзывания, при которой будет начинаться качение, определится по формуле:

$$|v|_* = \frac{\Delta}{a} \left( \frac{\rho_1 N}{c|\varphi - \omega t| - f_0 N R} - 1 \right), \quad (10)$$

где  $c|\varphi - \omega t| \leq N(\rho_1 + f_0 R)$ , и тем самым:

$$f_0 N R < c|\varphi - \omega t| \leq N(\rho_1 + f_0 R).$$

В итоге, получаются следующие кинематические условия для режима чистого скольжения:

- а) при  $0 < |v| < |v|_*$  – чистое скольжение;
- б) при  $|v| \geq |v|_*$  – качение с проскальзыванием;
- с) при  $v = 0$  и  $v_- < 0$  – остановка чистого скольжения;
- д) при  $v = 0$  и  $v_- > 0$  – смена направления чистого скольжения.

3. Кратковременные остановки колеса, когда  $\dot{\phi} \equiv 0$  и  $v \equiv 0$  ( $\dot{x} \equiv 0$ ):

$$\begin{cases} fN \equiv 0, \quad \text{где } f \in [-f_1, f_1] \Rightarrow f = 0; \\ -c(\varphi - \omega t) - fNR - \rho N \equiv 0, \quad \text{где } \rho \in [-\rho_1, \rho_1]. \end{cases} \quad (11)$$

Из уравнений (11) следует, что  $c|\varphi - \omega t| - |\rho|N = 0$ .

Условие начала качения после кратковременной (или длительной) остановки:

$$c|\varphi - \omega t| = \rho_1 N. \quad (12)$$

Очевидно, что после остановки режим чистого скольжения сразу начаться не сможет.

4. Качение с проскальзыванием, когда  $\dot{\phi} \neq 0$  и  $v \neq 0$  ( $v = R\dot{\phi} - \dot{x}$ ), будет описываться следующими дифференциальными уравнениями:

$$v = 0 \text{ и } k \leq \frac{f_0 q N R}{c|\varphi - \omega t| - \rho_0 N + \beta \frac{J}{m} |\dot{\phi}|}. \quad (14)$$

Окончание качения, когда одновременно:

$$\begin{aligned} \dot{\phi} = 0, \quad c|\phi - \omega t| \leq f_0 NR + \rho_0 N \frac{1}{k^{\wedge}} \Rightarrow \\ \dot{\phi} = 0, \quad k^{\wedge} \leq \frac{\rho_0 N}{c|\phi - \omega t| - f_0 NR}. \end{aligned} \quad (15)$$

Полная остановка, когда одновременно:

$$\begin{cases} \dot{\phi} \equiv 0 \text{ и } v \equiv 0, \text{ при } c|\phi - \omega t| < \rho_1 N; \\ qmR^2 \ddot{\phi} = -c(\phi - \omega t) - \beta R^2 \dot{\phi} - \rho_0 N \text{sign} \dot{\phi}, \text{ при } v \equiv 0 \text{ и } 0 < |\dot{\phi}| < |\dot{\phi}|_*; \\ m\dot{v} = f_0 N \text{sign} v - \beta v, \text{ при } \dot{\phi} \equiv 0 \text{ и } 0 < |v| < |v|_*; \\ \left\{ \begin{aligned} &\text{при } \dot{\phi} \neq 0 \text{ и } v \neq 0: \\ &J\ddot{\phi} = -c(\phi - \omega t) - f_0 NR \frac{|v| + \Delta}{|v| + b\varepsilon|\dot{\phi}| + \Delta} \text{sign} v - \rho_0 N \frac{\varepsilon|\dot{\phi}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\phi}| + a|v| + \Delta} \text{sign} \dot{\phi}, \\ &\frac{J}{R} \dot{v} = -c(\phi - \omega t) - f_0 qNR \frac{|v| + \Delta}{|v| + b\varepsilon|\dot{\phi}| + \Delta} \text{sign} v - \rho_0 N \frac{\varepsilon|\dot{\phi}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\phi}| + a|v| + \Delta} \text{sign} \dot{\phi} + \beta \frac{J}{mR} (R\dot{\phi} - v). \end{aligned} \right. \end{cases} \quad (17)$$

Для последующего анализа полученных уравнений введенной модели ведущего колеса удобнее перейти к безразмерным переменным:

$$\tau = \sqrt{\frac{c}{J}} t, \quad \xi = \frac{c}{f_0 NR} (\phi - \omega t), \quad \eta = \frac{\sqrt{cJ}}{\varepsilon f_0 NR} v \quad (18)$$

и безразмерным параметрам:

$$\begin{aligned} \Omega = \frac{\sqrt{cJ}}{f_0 NR} \omega, \quad \delta = \frac{\sqrt{cJ}}{\varepsilon f_0 NR} \Delta, \quad q = 1 + \frac{J}{mR^2}, \\ \kappa = \frac{\rho_0}{f_0 R}, \quad \alpha = \frac{R}{\varepsilon}, \quad \chi = \frac{\beta}{m} \sqrt{\frac{J}{c}}. \end{aligned} \quad (19)$$

Кроме того, для последующего будем иметь в виду, что:

$$k = 1 + \frac{b}{\delta} |\xi + \Omega|, \quad k^{\wedge} = 1 + \frac{a}{\delta} |\eta|, \quad (20)$$

и производную по безразмерному времени  $\tau$  будем снова обозначать точкой.

1. **Чистое качение**,  $\xi \neq -\Omega, \eta \equiv 0$ :

$$\xi = -\frac{q-1}{q} \left[ \xi + \frac{\chi}{q-1} (\xi + \Omega) + \kappa \text{sign}(\xi + \Omega) \right]. \quad (21)$$

Остановка чистого качения согласно (21), когда одновременно  $\xi = -\Omega, |\xi| \leq \kappa$ ; в противном случае, когда  $\xi = -\Omega, |\xi| > \kappa$ , будет мгновенная смена знака угловой скорости. Условие начала скольжения:

$$k_* = \frac{q\mu_1}{|\xi| - \kappa + \chi|\xi + \Omega|_*}. \quad (22)$$

Кинематические условия в безразмерном виде:

- а) при  $0 < |\xi + \Omega| < |\xi + \Omega|_*$  — чистое качение;
- б) при  $|\xi + \Omega| \geq |\xi + \Omega|_*$  — качение с проскальзыванием;

$$\dot{\phi} = 0, \quad v = 0 \text{ и } c|\phi - \omega t| \leq f_0 NR + \rho_0 N. \quad (16)$$

Для описания движения ведущего колеса получим в итоге следующую систему дифференциальных уравнений:

- с) при  $\xi = -\Omega$  и  $|\xi| \leq \kappa$  — остановка чистого качения;
- д) при  $\xi = -\Omega$  и  $|\xi| > \kappa$  — смена направления качения.

2. **Чистое скольжение**,  $\xi \equiv -\Omega, \eta \neq 0$ :

$$\dot{\eta} = \alpha(q-1) \text{sign} \eta - \chi \eta. \quad (23)$$

Остановка чистого скольжения, когда  $\eta = 0, \eta_- < 0$ .

В противном случае, когда  $\eta = 0, \eta_- > 0$ , будет мгновенная смена знака для скорости проскальзывания. Условие начала качения, когда  $k_*^{\wedge} = \frac{\kappa\mu_2}{|\xi| - 1}$ , откуда определяется критическая скорость проскальзывания:

$$|\eta|_* = \frac{a}{\delta} \left( \frac{\mu_2 \kappa}{|\xi| - 1} - 1 \right). \quad (24)$$

Кинематические условия в безразмерном виде:

- а) при  $0 < |\eta| < |\eta|_*$  — чистое скольжение;
- б) при  $|\eta| \geq |\eta|_*$  — качение с проскальзыванием;
- с) при  $\eta = 0$  и  $\eta_- < 0$  — остановка чистого скольжения;
- д) при  $\eta = 0$  и  $\eta_- > 0$  — смена направления скольжения.

3. **Кратковременная остановка**, когда:

$$\xi \equiv -\Omega, \eta \equiv 0 \text{ и } |\xi| < \mu_2 \kappa. \quad (25)$$

Срыв произойдет, когда  $|\xi| = \mu_2 \kappa$ , после чего начнется качение.

4. **Качение с проскальзыванием**,  $\xi \neq -\Omega, \eta \neq 0$ .

Описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{\xi} = -\dot{\xi} - \kappa \frac{|\dot{\xi} + \Omega| + \delta}{|\dot{\xi} + \Omega| + a|\eta| + \delta} \text{sign}(\dot{\xi} + \Omega) - \frac{|\eta| + \delta}{|\eta| + b|\dot{\xi} + \Omega| + \delta} \text{sign}\eta, \\ \dot{\eta} = -\alpha \left[ \dot{\xi} + q \frac{|\eta| + \delta}{|\eta| + b|\dot{\xi} + \Omega| + \delta} \text{sign}\eta + \kappa \frac{|\dot{\xi} + \Omega| + \delta}{|\dot{\xi} + \Omega| + a|\eta| + \delta} \text{sign}(\dot{\xi} + \Omega) \right] + \chi [\alpha(\dot{\xi} + \Omega) - \eta] \end{cases} \quad (26)$$

Окончание качения, когда одновременно:  $\dot{\xi} = -\Omega$ ,  $|\dot{\xi}| \leq \frac{\kappa}{k} + 1$ .

Окончание скольжения, когда одновременно:  $\eta = 0$ ,  $|\dot{\xi}| \leq \kappa - \frac{q}{k} + \chi|\dot{\xi} + \Omega|$ .

Полная остановка, когда одновременно:  $\dot{\xi} = -\Omega$ ,  $\eta = 0$ ,  $|\dot{\xi}| \leq \kappa + 1$ .

В итоге получим:

$$\begin{cases} \dot{\xi} \equiv -\Omega, \eta \equiv 0, \text{при } |\dot{\xi}| < \kappa \mu_2; \\ \ddot{\xi} = -\frac{q-1}{q} \left[ \dot{\xi} + \kappa \text{sign}(\dot{\xi} + \Omega) + \frac{\chi}{q-1} (\dot{\xi} + \Omega) \right], \text{при } \eta \equiv 0 \text{ и } 0 < |\dot{\xi} + \Omega| < |\dot{\xi} + \Omega|_*; \\ \dot{\eta} = \alpha(q-1) \text{sign}\eta - \chi\eta, \text{при } \dot{\xi} \equiv -\Omega \text{ и } 0 < |\eta| < |\eta|_*; \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{при } \dot{\xi} \neq -\Omega \text{ и } \eta \neq 0: \\ \ddot{\xi} = -\dot{\xi} - \kappa \frac{|\dot{\xi} + \Omega| + \delta}{|\dot{\xi} + \Omega| + a|\eta| + \delta} \text{sign}(\dot{\xi} + \Omega) - \frac{|\eta| + \delta}{|\eta| + b|\dot{\xi} + \Omega| + \delta} \text{sign}\eta, \\ \dot{\eta} = -\alpha \left[ \dot{\xi} + q \frac{|\eta| + \delta}{|\eta| + b|\dot{\xi} + \Omega| + \delta} \text{sign}\eta + \kappa \frac{|\dot{\xi} + \Omega| + \delta}{|\dot{\xi} + \Omega| + a|\eta| + \delta} \text{sign}(\dot{\xi} + \Omega) \right] + \chi [\alpha(\dot{\xi} + \Omega) - \eta] \end{array} \right. \end{cases} \quad (27)$$

Приведен алгоритм (17), (27) для численного моделирования движения ведущего колеса локомотива (автомобиля), который нетрудно реализовать на компьютере. Здесь это не делалось, так как целью данной работы являлось не решение конкретной задачи, а представление новой теории качения. Приведенная модель использовалась для наглядности такого представления.

### Выводы

1. Предложена новая теория качения колеса, совершенно оригинальная и не похожая на другие. Вместо определения силы сопротивления и момента трения качения напрямую через контактные напряжения здесь это делается косвенным путем. Для их определения используются качественные зависимости от скоростей скольжения и качения, которые аналитически выражаются через аппроксимацию Паде.

2. Новая теория не входит в противоречие с существующими теориями. Так, классическая теория, где сила трения и момент качения определяются в соответствии со скачкообразной характеристикой кулонова трения, будет являться частным случаем новой теории, ее усредненным вариантом.

3. Новая теория не привязана к какой-либо модели колеса — например, щеточной (*brush*) модели, струнной или какой-либо еще. Поэтому теорию можно с одинаковым успехом применять как в железнодорожном транспорте, так и в автомобильном. Здесь следует иметь в виду, что для колес железнодорожного транспорта параметр  $\alpha = R/\epsilon$  должен быть существенно

больше такого же параметра колеса автомобильного транспорта, так как  $\epsilon_{\text{жсл}} \ll \epsilon_{\text{авт}}$ .

4. Теория хорошо вписывается и дополняет теорию поликомпонентного трения, предложенную академиком РАН В.Ф. Журавлевым. Существенно, что в новой теории динамика процессов, происходящих в пятне контакта, определяется через кинематические величины, что в частности, позволяет учитывать изменение момента трения качения колеса во время движения — раньше это не удавалось делать. Существенно и то, что часть теории поликомпонентного трения, относящаяся к качению, получила новое качественное обоснование.

5. Введена новая динамическая модель ведущего колеса локомотива (автомобиля).

6. На введенной модели ведущего колеса получены новые качественные результаты, найдены определяющие кинематические условия для определения:

- остановки чистого качения или перехода в режим качения с проскальзыванием;
- остановки чистого скольжения или перехода в режим качения с проскальзыванием;
- остановки качения с проскальзыванием или перехода в режим чистого качения или чистого скольжения;
- кратковременной (или длительной) полной остановки и перехода в режим чистого качения.

7. Предложен принципиально новый подход к рассмотрению динамических задач фрикционного контактного взаимодействия, дающий новый инструмент и существенно облегчающий исследование трудоемких задач подобного типа.



В заключение хотелось бы отметить следующее. В существующих источниках [30–32], явно или не явно, всегда подразумевается, что псевдоскольжение и сила крипа в пятне контакта возникают у ведущего колеса при наличии крутящего или тормозного момента. Между тем, по мнению автора, такую же картину можно наблюдать и у ведомого колеса, если к его оси приложена сила в направлении движения. Такая сила должна приводить к появлению тангенциальной силы сопротивления в пятне контакта, а, значит, должны проявиться и псевдоскольжение, и силы крипа. В этом случае перечисленное, скорее всего, будет менее заметно: скольжение с проскальзыванием будет проявляться в меньшей степени. Тем не менее, при больших скоростях движения ведомого колеса, например у самолета при посадке, качение с проскальзыванием может проявляться сильно. Это следует иметь в виду при изучении явления шимми [29]. В статье В.Ф. Журавлева [29] в рамках классической теории качения методом осреднения были получены необходимые условия ( $\rho > fR$ ) для возникновения автоколебаний в плоскости ведомого колеса (псевдошимми) при кубической характеристике Кулонова трения. Для сравнения заметим, что применяя новую теорию качения, такой же результат для рассматриваемой модели получается гораздо проще, без использования асимптотических методов. Уточняется и вид движения при автоколебаниях: это не чистое скольжение колеса при его полной блокировке, как это было получено в работе [29] в результате предельного перехода, а чередование качения с проскальзыванием и чистого скольжения. При этом выбор характеристики Кулонова трения – скачкообразной или кубической, не влияет на решение данного вопроса.

Получилась физически ясная теория качения колеса. Благодаря ей, казалось бы, обычная задача о движении ведущего колеса приобрела определенное значение и для практического применения, были получены новые качественные результаты. Классическая теория, к примеру, не позволяет получить аналогичные результаты — что, по-видимому, и объясняет отсутствие интереса к описанию подобных моделей в настоящее время.

Классическая теория качения как более грубая в сравнении с новой теорией описывает движение колеса как бы усреднено, без излишних подробностей, сглаживая их. Об этом говорит, например, то, что в ней никак не учитывается степень проскальзывания колеса относительно полотна дороги — имеется в виду и величина скорости проскальзывания, а не только ее знак. Как следствие, классическая теория не позволяет улавливать некоторые качественные моменты, которые следует принимать во внимание для получения более точных результатов. Так, определение кинематических условий переключения с одного режима движения на другой, что предлагает новая теория, раньше было просто невозможно. Определение текущего режима движения колеса — чистого качения, качения с проскальзыванием, чистого скольжения или кратковременной остановки — все это имеет большое значение при моделировании движения колесных экипажей как в железнодорожном, так и в автомобильном транспорте.

Источником вдохновения при создании новой теории, как это ни странно, послужила моя предыдущая работа над основами математически строгой теории бурения

[33]. Некоторые идеи из создаваемой теории бурения нашли свое продолжение и в данной работе по теории качения колеса. Примечательно, что для таких разных задач вид дифференциальных уравнений похож друг на друга. Поэтому можно прогнозировать, что при численном счете приведенной модели также могут быть обнаружены режимы детерминированного хаоса. Вопрос только в том, будут ли хаотичные режимы отвечать реальным случаям движения колеса или нет.

Можно предположить, что качественное обоснование всей теории поликомпонентного трения, будет аналогично тому, как это было сделано в представленной новой теории качения. По-видимому, при скольжении тела с верчением в пятне контакта тоже будут зоны сцепления и скольжения, с возможностями как псевдоскольжения, так и псевдоверчения, и появления упругой силы и момента. Для подтверждения этого нужны экспериментальные данные.

#### Литература

1. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001. 478 с.
2. Левин М.А., Фуфаев Н.А. Теория качения деформируемого колеса. М.: Наука: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 272 с.
3. Ляпушкин Н.Н., Савоськин А.Н. Модель физических процессов в пятне контакта при движении колеса по рельсу со скольжением // Наука и техника транспорта. 2008. № 1. С. 33-42.
4. Голечков Ю.И., Корольков Е.П. О моделях контактного взаимодействия колеса и рельса в динамике транспортных систем // Наука и техника транспорта. 2011. № 3. С. 39-43.
5. Hills D.A. Nowell D. Mechanics of fretting fatigue. Dordrecht etc.: Kluwer, 1994. 236 p.
6. Kalker J.J. Simplified theory of rolling contact // Delft progress report. Series C: Mechanical and aeronautical engineering and shipbuilding. 1973. 1. P. 1-10.
7. Kalker J.J. Survey of wheel-rail rolling contact theory // Vehicle system dynamics. 1979. Vol. 5. P. 317-358.
8. Carter F.W. The electric locomotive // Proc. Inst. Civil Engr. 1916. V.201. P.221-252 (discussion pages 253-289).
9. Кожевников И.Ф. Динамика колес с деформируемой периферией: обзор. М.: Вычисл. центр им. А.А. Дородницына РАН, 2009. С. 53-84.
10. Саркисов П.И., Попов С.Д. Обзор моделей нестационарного качения колеса с упругой шиной по недеформируемому опорному основанию [Электронный ресурс] // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. Вып. 12. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/transport/1129.html> (дата обращения: 12.09.2017).
11. Ишлинский А.Ю. Прикладные задачи механики. Кн. 2. Механика упругих и абсолютно твердых тел. М.: Наука, 1986. 416 с.
12. Новожилов И.В., Кручинин П.А., Магомедов М.Х. Контактные силы взаимодействия колеса с опорной поверхностью // Сб. науч.-методических ст. М., 2000. Вып. 23. С. 86-95.
13. Pacejka H.B. Lateral Dynamics of Road Vehicles // Vehicle System Dynamics. 1987. Vol. 16. P. 75-120.
14. Pacejka H.B. Tire and Vehicle Dynamics. SAE.: N SAE0013, 2005. 620 p.
15. Новожилов И.В. Фракционный анализ. М.: Изд-во Мех.-математического ф-та МГУ, 1995.
16. Влахова А.В. Математические модели движения колесных аппаратов. М.: Ижевск, 2014. 148 с. (Сер. Динамические системы и робототехника).

17. Rynolds O. On rolling friction // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1876. Vol. 166 (I). P. 155-174.

18. Carter F.W. The electric locomotive // Proc. Inst. Civil Engn. 1916. Vol. 201. P. 221-252.

19. Bakker E., Paceka H.B., Lidner L. A new tyre model with applications in vehicle dynamics studies // 4th Autotechnologies Conference, Monte Carlo 1989, SAE Paper 890087. P. 83-95.

20. Pacejka H.B. Tyre and Vehicle Dynamics. 3rd ed., TU Delft, Elsevier BH, 2002. 642 p.

21. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.

22. Марков Д.П. Трение и сцепление при взаимодействии колеса с рельсом // Трение и износ. 2005. Т. 26, № 3. 2005. С. 229-236.

23. Марков Д.П. Трибология и ее применение на железнодорожном транспорте // Тр. ВНИИЖТ. М., 2007. 408 с.

24. Попов В.Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения. От нанотрибологии до динамики землетрясений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. 352 с.

25. Андронов А.А., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.; Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотичная механика»: Ин-т компьютерных исследований, 2010. 164 с.

26. Журавлев В.Ф. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел // Прикладная математика и механика. 1998. Т. 62, Вып. 5. С. 762-767.

27. Журавлев В.Ф., Киреевков А.А. О разложении Паде в задаче о двумерном кулоновом трении // Изв. РАН. МТТ. 2005. № 2. С. 3-14.

28. Бейкер Дж. (мл.), Грейс-Моррис П. Аппроксимация Паде: пер. с англ. М.: Мир, 1986. 502 с.

29. Журавлев В.Ф. О плоских автоколебаниях колеса на консольной подвеске // Изв. РАН. МТТ. 2012. № 2. С. 3-8.

30. Андреев А.В. Передача трением. М.: Машиностроение, 1978. 176 с.

31. Марюта А.Н. Фрикционные колебания в механических системах. М.: Недра, 1993. 240 с.

32. Коган А.Я. Взаимодействие колеса и рельса при качении // Вестн. ВНИИЖТ. 2004. № 5. С. 33-40.

33. Коронатов В.А. Начала построения строгой теории бурения // Системы Методы Технологии. 2016. № 4 (32). С. 83-94.

34.

#### References

1. Goryacheva I.G. Mechanics of friction interaction. M.: Nauka, 2001. 478 p.

2. Levin M.A., Fufaev N.A. Theory of deformable rolling wheels. M.: Nauka: Gl. red. fiz.-mat. lit., 1989. 272 p.

3. Lyapushkin N.N., Savos'kin A.N. A model of physical processes in the contact patch as the wheel on the rail with slide // Science and Technology in Transport. 2008. № 1. P. 33-42.

4. Golechkov Yu.I., Korol'kov E.P. About models of contact interaction of wheels and rail in the dynamics of transport systems // Science and Technology in Transport. 2011. № 3. P. 39-43.

5. Hills D.A. Nowell D. Mechanics of fretting fatigue. Dordrecht etc.: Kluwer, 1994. 236 p.

6. Kalker J.J. Simplified theory of rolling contact // Delft progress report. Series C: Mechanical and aeronautical engineering and shipbuilding. 1973. 1. P. 1-10.

7. Kalker J.J. Survey of wheel-rail rolling contact theory // Vehicle system dynamics. 1979. Vol. 5. P. 317-358.

8. Carter F.W. The electric locomotive // Proc. Inst. Civil Engn. 1916. V.201. P.221-252 (discussion pages 253-289).

9. Kozhevnikov I.F. Dynamics of wheels with deformable periphery: obzor. M.: Vychisl. tsentr im. A.A. Dorodnitsyna RAN, 2009. P. 53-84.

10. Sarkisov P.I., Popov S.D. Review of models of unsteady rolling wheel with an elastic tire according to the rigid reference base [Elektronnyi resurs] // Engineering Journal: Science and Innovation. 2013. Vyp. 12. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/transport/1129.html> (data obrashcheniya: 12.09.2017).

11. Ishlinskii A.Yu. Applied problems of mechanics. Book 2. Mechanics of elastic and absolutely rigid bodies. M.: Nauka, 1986. 416 p.

12. Novozhilov I.V., Kruchinin P.A., Magomedov M.Kh. Contact force interaction of wheel with the supporting surface // Sb. nauch.-metodicheskikh st. M., 2000. Vyp. 23. P. 86-95.

13. Pacejka H.B. Lateral Dynamics of Road Vehicles // Vehicle System Dynamics. 1987. Vol. 16. P. 75-120.

14. Pacejka H.B. Tire and Vehicle Dynamics. SAE: N SAE0013, 2005. 620 p.

15. Novozhilov I.V. Fractional analysis. M.: Izd-vo Mekh.-matematicheskogo f-ta MGU, 1995.

16. Vlahova A.V. Mathematical model of the motion of wheeled vehicles. Series - Dynamic systems and robotics. M.; Izhevsk, 2014. 148 p. (Ser. Dinamicheskie sistemy i robototekhnika).

17. Rynolds O. On rolling friction // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1876. Vol. 166 (I). P. 155-174.

18. Carter F.W. The electric locomotive // Proc. Inst. Civil Engn. 1916. Vol. 201. P. 221-252.

19. Bakker E., Paceka H.B., Lidner L. A new tyre model with applications in vehicle dynamics studies // 4th Autotechnologies Conference, Monte Carlo 1989, SAE Paper 890087. P. 83-95.

20. Pacejka H.B. Tyre and Vehicle Dynamics. 3rd ed., TU Delft, Elsevier BH, 2002. 642 p.

21. Dzhonson K. Mechanics of contact interaction. M.: Mir, 1989. 510 p.

22. Markov D.P. Friction and adhesion during the interaction of the wheel and the rail // Friction and Wear. 2005. Т. 26, № 3. 2005. P. 229-236.

23. Markov D.P. Tribology and its application in rail transport // Тр. ВНИИЖТ. М., 2007. P. 408.

24. Popov V.L. Contact mechanics and friction physics interaction. M.: FIZMATLIT, 2013. 352 p.

25. Andronov A.A., Zhuravlev V.F. Dry friction in problems of mechanics. M.; Izhevsk, NITs «Regulyarnaya i khaotichnaya mekhanika»: In-t komp'yuternykh issledovaniy, 2010. 164 p.

26. Zhuravlev V.F. On the model of dry friction in the problem of rolling of rigid bodies // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 1998. Т. 62, Vyp. 5. P. 762-767.

27. Zhuravlev V.F., Kireenkov A.A. On the decomposition of the incidence in the problem of two-dimensional Coulomb friction // Mechanics of Solids. 2005. № 2. P. 3-14.

28. Beiker Dzh. (мл.), Greis-Morris P. Approssimatsiya Pade: per. s angl. M.: Mir, 1986. 502 p.

29. Zhuravlev V.F. On plane self-excited vibrations of a cantilever suspended wheel // Mechanics of Solids. 2012. № 2. P. 3-8.

30. Andreev A.V. Friction transmission. M.: Mashinostroenie, 1978. 176 p.

31. Maryuta A.N. Frictional vibrations in mechanical systems. M.: Nedra, 1993. 240 p.

32. Kogan A.Ya. Interaction of wheel and rail rolling // Vestnik VNIIZHT «Vestnik of the Railway Research Institute». 2004. № 5. P. 33-40.

33. Koronotov V.A. The beginning of building a rigorous theory of drilling // Systems. Methods. Technologies. 2016. № 4 (32). P. 83-94.

## Моделирование режимов заглаживания, обеспечивающих отсутствие микродефектов бетонной поверхности

А.Х. Файзов<sup>a</sup>, С.Н. Герасимов<sup>b</sup>, Л.А. Мамаев<sup>c</sup>

Братский государственный университет, ул. Макаренко, 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>azamat.fayzov@mail.ru, <sup>b</sup>sdm\_gerasimov@rambler.ru, <sup>c</sup>pro\_uche@brts.ru

Статья поступила, 2.10.2017, принята 29.10.2017

*Исследование показало, что процессы, происходящие в бетонной смеси при контакте с поверхностью заглаживающих рабочих органов, имеют сложный характер. Известно, что бетонная смесь представляет собой дисперсную систему, обладающую эластичными, вязкими, тиксотропными, коагуляционными и другими свойствами. Композиции бетонных смесей, используемых в строительстве, разнообразны. Это обстоятельство усложняет возможность точного математического описания процесса, происходящего между поверхностью трения рабочего элемента и бетонной смесью. В процессе трения заглаживающего органа разрушается поверхностный слой бетонной смеси, образованный до уплотнения, и происходит перераспределение частиц наполнителя градиентного слоя, который механически прессуется в бетонную смесь наибольшей плотности. Естественно, что механическое (фрикционное) изменение структуры поверхностного слоя влечет за собой изменение реологических характеристик бетонной смеси, в результате чего градиентный слой приобретает некоторую подвижность, начинают появляться его упруго-вязкие свойства. Попытки аналитически учитывать эти явления в совокупности приводят к чрезвычайно громоздким математическим расчетам, и окончательные формулы стоимости энергии для сглаживания неприемлемы для конкретного использования. Между тем, в промышленности железобетона требуются, по крайней мере, приближенные данные для определения стоимости энергии процесса сглаживания при условии соблюдения необходимых требований к шероховатости и рельефному формированию поверхности изделий. Этим фактором обусловлена актуальность изучения широкого круга вопросов взаимодействия валькового рабочего органа со свежесуложенной бетонной смесью, часть из которых рассматривается в данной статье.*

**Ключевые слова:** бетонная смесь; градиентный слой; напряжение; турбулентный поток; вибрация; качество; плотность.

## Modeling the smoothing modes ensuring absence of microdefects of the concrete surface

A.H. Fayzov<sup>a</sup>, S.N. Gerasimov<sup>b</sup>, L.A. Mamaev<sup>c</sup>

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>azamat.fayzov@mail.ru, <sup>b</sup>sdm\_gerasimov@rambler.ru, <sup>c</sup>pro\_uche@brts.ru

Received 2.10.2017, accepted 29.10.2017

*The study showed that the processes occurring in the concrete mixture upon contact with the surface of the smoothing working bodies are of a complex nature. It is known that a concrete mixture is a dispersed system having elastic, viscous, thixotropic, coagulating and other properties. Compositions of concrete mixtures used in construction are diverse. This fact complicates the possibility of an accurate mathematical description of the process occurring between the friction surface of the working element and the concrete mixture. In the process of friction of the smoothing organ, the surface layer of the concrete mixture formed after compaction is destroyed and the gradient layer filler particles are redistributed, which is mechanically compressed into a concrete mixture of large fractions. Naturally, a mechanical (frictional) change in the structure of the surface layer entails a change in the rheological characteristics of the concrete mixture, as a result of which the gradient layer acquires some mobility, its elastic-viscous properties appear. Attempts to analytically take into account these phenomena together lead to extremely cumbersome mathematical calculations, and the final formulas for the cost of energy for smoothing are unacceptable for a particular use. Meanwhile, in the reinforced concrete industry, at least approximate data are required to determine the cost of the energy of the smoothing process, provided that the necessary requirements for smoothness and relief formation of the surface of the products are observed. This factor is due to the urgency of studying a wide range of issues of interaction between the roller working body and freshly mixed concrete, some of which are discussed in this article.*

**Keywords:** concrete mixture; gradient layer; voltage; turbulent flow; vibration; quality; density.

### Введение

Обобщение и анализ методов проектирования машин для разработки бетонных поверхностей и интен-

сификация процессов заглаживания свежесуложенных бетонных смесей показывают, что решены далеко не все задачи методологического характера. Подходы к

изучению физических основ взаимодействия рабочих органов машин в целях повышения эффективности рабочих процессов рассматриваемой технологической среды требуют дальнейшего обоснования в рамках решения ряда конкретных проблем, возникающих при проектировании вибрационных сглаживающих машин. Требуют особого внимания также динамические нагрузки, возникающие в процессе эксплуатации рабочего оборудования, с целью обеспечения его надежности и долговечности.

В этой связи представляют интерес аналитические зависимости для определения толщины градиентного слоя бетонной смеси при взаимодействии пружинного рабочего органа со средой, подлежащей обработке. Эти зависимости позволяют находить оптимальные параметры отделочных машин и обрабатывать поверхности свежих бетонных смесей с высоким качеством.

**Процессы взаимодействия валкового рабочего органа со свежееуложенной бетонной смесью.** При взаимодействии вращающегося рабочего органа в виде вала (пружины) и бетонной смеси в зоне их контакта образуется градиентный слой, толщина которого имеет переменный характер и зависит от параметров рабочего органа и реологических свойств бетонной смеси, что существенно влияет на качество обрабатываемой среды [1].

По аналогии с градиентным слоем в структурированной системе и турбулентным пограничным слоем ньютоновской жидкости возникает возможность определить толщину градиентного слоя в любой точке зоны контакта рабочего органа со средой.

При выводе зависимости  $Y_c = f(x)$  представляется возможным использовать интегральное соотношение Кармана для плоского несжимаемого пограничного слоя при установившемся движении:

$$p \frac{\partial Y_0}{\partial x} \int_0^2 V_1 dy - p \frac{\partial}{\partial x} V_{1\max} \int_0^{Y_0} V_1 dy = -T_0 - Y_0 \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (1)$$

$$V_{1\max} = V_{opz} = V_{ep} + V_{nocm} * \cos \frac{x}{R}, \quad (2)$$

где  $V_{opz}$  — линейная скорость вращения рабочего органа;  $V_{nocm}$  — поступательная скорость рабочего органа;  $R$  — радиус вала;  $X$  — текущая координата.

Напряжение сдвига на поверхности рабочего органа:

$$T_0 = k \left( \frac{n+1}{n} \right)^2 * \frac{V_{\max}}{Y_0}. \quad (3)$$

Однако в этом случае максимальная скорость с учетом скольжения:

$$V_{\max} = n V_{opz}. \quad (4)$$

Дифференцируя по выражению  $x$  (4), получим уравнение, связывающее градиент давления со скоростью и гидростатической головкой:

$$P + \frac{p V_{1\max}^2}{2} + \gamma Z = \text{const}. \quad (5)$$

С учетом выражения (2) производная скорости по  $x$  будет:

$$\frac{\partial V_{1\max}}{\partial x} = -V_{nocm} * \sin \frac{x}{R} * \frac{1}{R}. \quad (6)$$

Производная гидростатического напора по  $x$ :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = -\sin \frac{x}{R}. \quad (7)$$

С учетом равенств (2), (6) и (7) уравнение (5) примет вид:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = -p V_{opz} + V_{nocm} * \sin \frac{x}{R} * \frac{1}{R} - \gamma \sin \frac{x}{R}. \quad (8)$$

Произведя интегрирование в выражении (2) с учетом равенств:

$$V_{1\max} \left( 1 - \frac{Y}{Y_1} \right)^{\frac{n+1}{n}}$$

и подставив значения  $\tau_c$  и  $\frac{\partial p}{\partial x}$ , определяемые уравнениями (2) и (8), получим:

$$p \frac{\partial}{\partial x} * Y_0 * V_{opz}^2 * \left( 2 - \frac{3}{2n+1} + \frac{n^3}{3n+1} \right) = \frac{k(n+1)^n}{Y_0} * V_{opz}^n + \frac{p Y_0}{R} * V_{opz} + V_{nocm} * \sin \frac{x}{R} * \sin \frac{x}{R} * Y_0. \quad (9)$$

После выполнения дифференцирования по  $x$  в левой части выражение (9) сводится к виду:

$$\frac{dY_0}{dx} = \frac{Y_0}{R} * \frac{V_{nocm}}{V_{opz}} * \sin \frac{x}{R} \left( 2 + \frac{1}{k_1} \right) + \frac{g}{k_1} * \sin \frac{x}{R} * \frac{Y_0}{V_{opz}^2} + \frac{k}{p} * \frac{1}{p} * \frac{(n+1)^2 * V_{opz}^{n-2}}{Y_0^n}, \quad (10)$$

$$\text{где } k_1 = 2 - \frac{3}{2n+1} + \frac{n^3}{3n+1}.$$

Введя обозначение  $a = \frac{V_{nocm}}{V_{ep}}$ , уравнение (10) можно представить:

$$\frac{dY_0}{dx} - Y_0 \left[ \frac{1}{R} \left( 2 + \frac{1}{k_1} \right) * \frac{\alpha \sin \frac{x}{R}}{1 + \alpha \cos \frac{x}{R}} + \frac{g * \alpha \sin \frac{x}{R}}{k_1 * V_{nocm} * V_{ep} \left( 1 + \alpha \cos \frac{x}{R} \right)} \right] = \frac{1}{Y_0^n} * \frac{k}{k_1} * \frac{(n+1)^2 * V_{ep}^{n-2}}{p} * \left( 1 + \alpha \cos \frac{x}{R} \right) \quad (11)$$



Обозначим выражение в квадратных скобках через  $P(x)$ , а выражение, на которое умножается  $\frac{1}{Y_0^n}$  в правой части уравнения — через  $f(x)$ . Тогда:

$$\frac{dY_0}{dx} - Y_0 * P(x) = \frac{1}{Y_0^n} * f(x). \quad (12)$$

Полученное уравнение приводится к линейному виду замен, тогда  $Y_0^{n+1} = Z$ ,  $\frac{\partial Z}{\partial x} = (n+1) * Y_0^n = \frac{dY_0}{dx}$ .

После подстановки новых переменных уравнение (12) примет вид линейного неоднородного уравнения:

$$\frac{\partial Z}{\partial x} - Z(n+1)P(x) = (n+1)f(x). \quad (13)$$

Общее решение уравнения (14) будет:

$$Z = e^{(n+1) \int P(x) dx} * \left[ C_1 + (n+1) \int f(x) * e^{-(n+1) \int P(x) dx} dx \right]. \quad (14)$$

Выполнив интегрирование, получим:

$$(n+1) \int P(x) dx = \ln \left( 1 + \cos \frac{x}{R} \right)^{-(k_2+k_3)R}, \quad (15)$$

$$\text{где } K_2 = \frac{n+1}{R} \left( 2 + \frac{1}{k_1} \right); \quad K_3 = \frac{g(n+1)}{k_1 V_{ep} V_{пост}}.$$

$$\text{Обозначив } K_4 = \frac{(n+1)^n}{p} * V_{ep}^{n-2}, \text{ получим:}$$

$$(n+1) \int f(x) * e^{(n+1) \int P(x) dx} dx = \int \frac{k k_4}{k_1} \left( 1 + \cos \frac{x}{R} \right)^{(n-2)+(k_2+k_3)R} dx. \quad (16)$$

Выполняя интеграцию выражения (16), подставим полученный результат, а также выражение (15) в уравнение (14).

При  $x = 0$ ,  $z = 0$ ; следовательно, постоянная интегрирования  $C_1$ , входящая с выражением (15), тоже равна нулю, тогда:

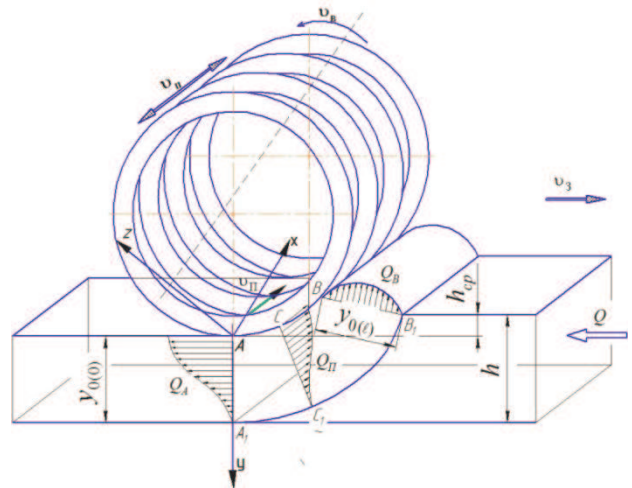
$$Z = \left( 1 + \cos \frac{x}{R} \right)^{-(k_2+k_3)R} * \left[ \frac{x}{R} + a k_5 \sin \frac{x}{R} \right] \frac{k k_4}{k_1} * R, \quad (17)$$

$$\text{где } k_5 = (n-2) + (k_2 + k_3)R.$$

Принимая во внимание произведенную замену переменных, выражение для  $Y_0$  можно записать:

$$Y_0 = \left( 1 + a \cos \frac{x}{R} \right)^{\frac{k_2+k_3}{n+1} * R} * \left[ \left( \frac{x}{R} + a k_5 \sin \frac{x}{R} \right) \right]^{\frac{1}{n+1}}. \quad (18)$$

Вследствие тиксотропности обрабатываемого материала очертания разжиженного слоя под рабочим органом будут несколько отличаться от очертаний, описываемых уравнением (17). Границей градиентного слоя явится линия А'С'В' (рис. 1), а не АС'В' [2]. Поэтому, если толщину градиентного слоя в сечении ВВ' можно получить подстановкой в уравнение (17) координаты длины контакта рабочего органа с бетоном  $x * l$ , то значение таким способом получить не представляется возможным.



**Рис. 1.** Расчетная схема для определения основных параметров рабочего органа режимов заглаживания бетонных поверхностей

Для определения необходимо ввести некоторые допущения.

Угол  $\alpha$ , образованный прямыми ОА' и ОС', равен углу между касательной к кривой АС'В' в точке С' и касательной к поверхности рабочего органа в точке С.

Вследствие малости этого угла можно считать, что  $\frac{x_C}{R}$  — координата точки С.

Поэтому:

$$\frac{dy_0}{dx(c)} = \frac{x_C}{R}. \quad (19)$$

Однако малость угла  $\alpha$  дает возможность также

считать, что  $\frac{dy_0}{dx(c)} = \frac{y_{0(c)}}{x_C}$ , откуда с учетом:

$$Y_{0(c)} = \frac{x_C^2}{R}. \quad (20)$$

Подставляя выражение (20) в уравнение (17) и имея в виду, что для малых углов  $\frac{x}{R}$  допустимо принять

$\cos \frac{x}{R} = \frac{x}{R}$ ;  $\frac{x}{R} = \sin \frac{x}{R}$ , получим выражение для  $\frac{x_C}{R}$ :

$$\frac{x_c}{R} = (1+a) \frac{k_2+k_3}{2n+1} R * \left[ \frac{kk_4}{k_1 R^n} (a+ak_5) \right]^{\frac{1}{2n+1}}. \quad (21)$$

Подставляя в уравнение (17) выражение (20), получим значение толщины [3] градиентного слоя в сечении  $CC'$ . Отсюда легко определяется:

$$Y_{0(0)} = Y_{0(c)} * \cos \frac{x_c}{R} - R(1 - \cos \frac{x_c}{R}). \quad (22)$$

Ввиду малости комплекса  $\frac{x_c}{R}$  выражением

$$R \left( 1 - \cos \frac{x_c}{R} \right) \text{ можно пренебречь, считать } \cos \frac{x_c}{R} = 1.$$

Поэтому с достаточной точностью можно считать:

$$Y_{0(0)} = Y_{0(c)}. \quad (23)$$

Так как из-за некоторых особенностей, присущих тиксотропным структурам, время изотермического перехода геля-золя вполне определено, оно зависит от силы структуры и интенсивности действия. Данные о кинетике обратимого тиксотропного превращения для испытания цемента приведены в табл. 1 [4].

Таблица 1

*Кинетика обратимого тиксотропного превращения для цементного теста*

| В/ц<br>цементного<br>теста | Время<br>полного<br>разрушения<br>структуры,<br>сек | Время<br>восстановления<br>структуры после<br>ее разрушения, сек |
|----------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 0,28                       | 25–30                                               | 25–30                                                            |
| 0,35                       | 10–15                                               | 10–15                                                            |
| 0,40                       | 6–10                                                | 6–10                                                             |
| 0,45                       | 1–2                                                 | 1–2                                                              |

Восстановление разрушенной структуры занимает некоторое время, в течение которого рабочий орган при своем поступательном движении успевает пройти определенное расстояние, и позади рабочего органа остается слой разжиженного бетона толщиной  $AA_1$ . Таким образом, во время рабочего хода приводного вала материал под ним разжижается, и образуется клиновидная щель. Движение материала в этой щели является комбинацией двух типов течений [5].

*Первый тип* — это течение в градиентном слое, образующемся под действием вращения валкового рабочего органа и его поперечных колебаний в силу сцепления его с материалом. Направление скоростей частиц этого слоя, увлекаемого валковым рабочим органом, совпадает с направлением его движения. *Второй тип* — это течение материала в плоской щели под воздей-

ствием поступательного движения рабочего органа. Оно аналогично течению жидкости, находящейся между двумя пластинами при их сближении. В этом случае материал течет в двух взаимно противоположных направлениях и как бы вдавливается в обе стороны [6].

Анализ характера течения бетонной смеси позволяет выявить условия образования дефектов на поверхности обрабатываемого изделия.

При воздействии рабочего органа на бетонную смесь последняя, разжижаясь, течет в трех направлениях. Общий расход разжиженного материала равен сумме расходов через сечения  $BB_1$ ,  $AA_1$  и через поперечное сечение  $ACBB_1C_1A_1$ . Обозначим их соответственно  $Q_B$ ,  $Q_A$  и  $Q_{II}$ . Причем:

$$Q_A = v_{Acc} \cdot Y_{0(0)},$$

где  $v_{Acc}$  — средняя скорость движения смеси в сечении

$AA_1$ ;  $Y_{0(0)}$  — толщина разжиженного слоя, остающегося за рабочим органом при его поступательном движении;

$$Q_B = v_{Bcc} \cdot Y_{0(\ell)},$$

где  $v_{Bcc}$  — средняя скорость движения смеси в сечении  $BB_1$ ;  $Y_{0(\ell)}$  — толщина разжиженного слоя в сечении  $BB_1$ ;

$$Q_{II} = v_{Icp} \cdot Y_{0(c)},$$

где  $v_{Icp}$  — средняя скорость движения смеси в поперечном сечении  $CC_1$ ;  $Y_{0(c)}$  — средняя толщина разжиженного слоя в сечении  $CC_1$ ;

$$Y_{0(c)} = \frac{Y_{0(0)} + Y_{0(\ell)}}{2}.$$

На рабочий орган при его поступательном движении набегают поток, характеризующийся размером  $h = h_{cp} + y_{0(0)}$ , где  $h_{cp}$  — толщина слоя материала перед органом. Расход набегающего потока, очевидно, будет равен  $Q = v_3 \cdot h$ , где  $v_3$  — скорость поступательного движения рабочего органа (скорость заглаживания). Ясно, что состояние поверхности заглаженного изделия будет зависеть от соотношения четырех расходов —  $Q$ ,  $Q_A$ ,  $Q_B$  и  $Q_{II}$ . Сумма расходов  $Q_A$ ,  $Q_B$  и  $Q_{II}$  характеризует, по существу, «пропускную способность рабочего органа», и если эта способность соответствует расходу набегающего потока  $Q$ , то, согласно условию неразрывности потока, дефекты, такие как трещины, на поверхности изделия возникать не будут. Они также отсутствуют в случае  $Q < Q_A + Q_B + Q_{II}$ . Это условие будет лишь свидетельствовать о том, что «пропускная способность» рабочего органа больше расхода набегающего потока. В этом случае контакт рабочего органа со средой в некоторой части градиентного слоя мо-

жет быть периодическим. Если же  $Q > Q_A + Q_B + Q_{II}$  — трещины на поверхности изделия неизбежны [7]. Необходимо заметить, что обрабатываемая бетонная смесь предполагается уплотненной и несжимаемой.

Таким образом, условие отсутствия макродефектов поверхности заглаживаемого изделия можно записать в виде:  $Q \leq Q_A + Q_B + Q_{II}$ .

Однако трещины на поверхности продукта не являются единственным дефектом макроса, возможны притоки и характерные волны. Рабочий орган, перемещаясь по поверхности заготовки со скоростью  $v_3$ , оставляет гладкий слой тонкостенного бетона толщиной  $Y_{0(0)}$  при правильном его устранении. Следовательно, в этом случае расход в сечении  $AA_1$  будет равен  $v_3 \cdot Y_{0(0)}$ . Но нам известно, что расход в сечении  $AA_1$  равен  $v_{Acc} \cdot Y_{0(0)}$ , поэтому естественным условием бездефектности в данном случае будет равенство  $v_{Acc} = v_3$ .

Действительно, если средняя скорость разжиженного бетона в сечении  $AA_1$  будет больше скорости поступательного движения рабочего органа, бетон начнет выдавливаться из-под него с образованием наплывов. Если же  $v_{Acc}$  будет меньше  $v_3$ , то основная масса разжиженного бетона будет уноситься рабочим органом в результате его вращения, и на поверхности изделия появятся характерные гребни. Возможные комбинации расходов и дефектов сведены в табл. 2.

Таблица 2

Возможные комбинации расходов и дефектов

| Расход $Q$               | Расход $Q_A$               |                            |                            |
|--------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
|                          | $Q_A = v_3 \cdot Y_{0(0)}$ | $Q_A < v_3 \cdot Y_{0(0)}$ | $Q_A > v_3 \cdot Y_{0(0)}$ |
| $Q = Q_A + Q_B + Q$      | +                          | Гребни                     | Наплывы                    |
| $Q < Q_A + Q_B + Q_{II}$ | +                          | Гребни                     | Наплывы                    |
| $Q > Q_A + Q_B + Q_{II}$ | Трещины                    | Трещины и гребни           | Трещины и наплывы          |

Примечание. Знак «+» соответствует поверхности без макродефектов

### Выводы

Одной из причин недостаточно удовлетворительной работы существующих валковых заглаживающих машин является то, что в некоторых случаях неправильно выбрана мощность привода рабочего органа, из-за чего валок вращается неравномерно, а иногда даже полностью останавливается.

Кроме того, на качество заглаживания оказывает неблагоприятное влияние неравномерная скорость заглаживания, что происходит в случае скольжения портовых колес машин.

### Литература

1. Бороздин О.П., Мамаев Л.А., Кононов А.А. Математическая модель заглаживающей способности валковых машин для обработки бетонных поверхностей // Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: межвуз. тем. сб. тр. / СПбГАСУ. СПб., 2000. Вып. 6. С. 82-88.
2. Мамаев Л.А., Кононов А.А., Карпенко А.В. Заглаживающая машина с поперечно вибрирующим валковым рабочим органом // Труды Братского индустриального института: материалы XX науч.-технической конф. Братск, 1999. Т. 2. С. 89-91.
3. Мамаев Л.А., Ефремов И.М., Кононов А.А. Режимы заглаживания валковых рабочих органов, обеспечивающие качество обрабатываемой бетонной поверхности // Труды Братского государственного технического университета. 2000. С. 178-180.
4. Мамаев Л.А. Исследование процессов рельефной обработки бетонных поверхностей: дис. ... канд. техн. наук. Л., 1979. 194 с.
5. Кононов А.А., Петров С.А. Определение мощности привода вибрационного валкового рабочего органа // Материалы XXII науч.-технической конф. БрГТУ Братск, 2001. С. 185.
6. Кононов А.А., Петров С.А. Определение мощности привода вибрационного валкового рабочего органа // Материалы XXII науч.-технической конф. БрГТУ. Братск, 2001. С. 18-21.
7. Костюков А.А. Сопротивление воды движению судов. М., 1966.
8. Кузьмичев В.А. Методы моделирования и проектирования вибрационных смесительных машин: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Л., 1989. 32 с.
9. Вибрации в технике: справочник. Т. 4. Вибрационные машины и процессы / под ред. Э.Э. Лавендела. М.: Машиностроение, 1981. 509 с.
10. Болотный А.В. Теоретическое обоснование электрошупового метода измерения шероховатости поверхности железобетонных изделий // Исследование рабочего процесса строительных машин: сб. тр. / ЛИСИ. Л., 1968. № 58. С. 14-32.
11. Болотный А.В., Рысс-Березак С.А. Оценка эффективности новых заглаживающих машин // Материалы 56-й науч. конф. профессоров, преподавателей, науч. работников, инж. и аспирантов: докл. / СПбГАСУ. СПб., 1999. Ч. 1. С. 88-89.
12. Райчик Я. Оптимизация параметров заглаживающих машин для обработки поверхностей отформованных из пластичных смесей в условиях производства в ПНР: дис. ... д-ра техн. наук. Л., 1999. 292 с.
13. Бауман В.А. Вибрационные машины в строительстве и производстве строительных материалов. М.: Машиностроение, 1978. 549 с.
14. Матвеев И.Б. Гидропривод машин ударного и вибрационного действия. М.: Машиностроение, 1974. 184 с.
15. Подопригора А.Г. Определение оптимальных параметров и режимов работы машин для заглаживания изделий отформованных из легких бетонов: дис. ... канд. тех. наук. Л., 1989. 278 с.
16. Прочность, устойчивость, колебания: справочник в 3 т. / под общ. ред. И.А. Биргера, Я.П. Пановко. М.: Машиностроение, 1968. Т. 3. 568 с.
17. Бугенин Н.В. Теория колебаний. М.: Высш. школа, 1963. 188 с.

# References

1. Borozdin O.P., Mamaev L.A., Kononov A.A. Mathematical model of smoothing capacity of roller machines for processing concrete surfaces // *Matematicheskoe modelirovanie, chislennyye metody i komplekсы programm: mezhvuz. tem. sb. tr. / SPbGASU. SPb., 2000. Vyp. 6. P. 82-88.*
2. Mamaev L.A., Kononov A.A., Karpenko A.V. Smoothing machine with transversely vibrating roller working element // *Trudy Bratskogo industrial'nogo instituta: materialy XX nauch.-tekhnicheskoi konf. Bratsk, 1999. T. 2. P. 89-91.*
3. Mamaev L.A., Efremov I.M., Kononov A.A. Modes of smoothing of roller working elements, ensuring the quality of the treated concrete surface // *Trudy Bratskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2000. P. 178-180.*
4. Mamaev L.A. Investigation of the processes of relief processing of concrete surfaces: dis. ... kand. tekhn. nauk. L., 1979. 194 p.
5. Kononov A.A., Petrov S.A. Determination of drive power of a vibrating roller working unit // *Materialy XXII nauch.-tekhnicheskoi konf. BrGTU Bratsk, 2001. P. 185.*
6. Kononov A.A., Petrov S.A. Determination of drive power of a vibrating roller working unit // *Materialy XXII nauch.-tekhnicheskoi konf. BrGTU. Bratsk, 2001. P. 18-21.*
7. Kostyukov A.A. Water Resistance to movement vessels. M., 1966.
8. Kuz'michev V.A. Methods for modeling and design of vibrating mixing machines: avtoref. dis. ...d-ra tekhn. nauk. L., 1989. 32 p.
9. Vibrations in technology: a reference book. V. 4. Vibration machines and processes / pod red. E.E. Lavendela. M.: Mashinostroenie, 1981. 509 p.
10. Bolotnyi A.V. Theoretical justification of the electric feeler method for measuring the roughness of the surface of concrete products // *Issledovanie rabocheho protsessa stroitel'nykh mashin: sb. tr. / LISI. L., 1968. № 58. P. 14-32.*
11. Bolotnyi A.V., Ryss-Berezak S.A. Evaluation of the effectiveness of new smoothing machines // *Materialy 56-i nauch. konf. professorov, prepodavatelei, nauch. rabotnikov, inzh. i aspirantov: dokl. / SPbGASU. SPb., 1999. Ch.1. P. 88-89.*
12. Raichyk Ya. Optimization of parameters of smoothing machines for processing surfaces molded from plastic mixtures under production conditions in Poland: dis. ... d-ra tekhn. nauk. L., 1999. 292 p.
13. Bauman V.A. Vibration machines in construction and production of building materials. M.: Mashinostroenie, 1978. 549 p.
14. Matveev I.B. Hydrodrive of shock and vibration machines. M.: Mashinostroenie, 1974. 184 p.
15. Podoprigora A.G. Determination of the optimal parameters and operating modes of machines for smoothing products preformatted of lightweight concrete: dis. ... kand. tekhn. nauk. L., 1989. 278 p.
16. Strength, stability, vibrations: a reference book in 3 v. / pod obshch. red. I.A. Birgera, Ya.P. Panovko. M.: Mashinostroenie, 1968. T. 3. 568 p.
17. Butenin N.V. Theory of oscillations. M.: Vyssh. shkola, 1963. 188 p.



## Анализ напряженно-деформированного состояния проектируемых конструкций эндопротезов коленного сустава

В.Ю. Скиба<sup>a</sup>, В.В. Иванцовский<sup>b</sup>

Новосибирский государственный технический университет, пр. К. Маркса 20, Новосибирск, Россия

<sup>a</sup>skeeba\_vadim@mail.ru, <sup>b</sup>ivancivskij@corp.nstu.ru

Статья поступила 7.09.2017, принята 3.10.2017

При проектировании конструкций эндопротезов коленного сустава одной из главных задач является определение действующих полей напряжений и деформаций в условиях усталостного воздействия. Поскольку построение физических моделей биомеханического поведения конструктивных элементов сустава достаточно трудоемко, решение указанной задачи становится возможным благодаря использованию математического моделирования методом конечных элементов. Цель работы заключается в определении рациональной конструкции эндопротеза, работающего в условиях многоциклового нагружения. Методика экспериментального исследования предполагает обработку данных компьютерного томографа и 3D-сканера методами реверсивного инжиниринга с использованием функционала среды PowerShape и создание триангулированных поверхностей базовых контактных поверхностей стыковых элементов конструктивных элементов эндопротеза. Программными средствами CAD системы SolidWorks были подготовлены сборки возможных комбинаций конструкций протеза коленного сустава. Реализация математической модели происходила в многоцелевом программном комплексе ANSYS. При моделировании использовалась модель изотропного поведения тел. В результате численного моделирования для каждого разрабатываемого варианта коленного сустава получены поля распределения абсолютных (полных) и относительных деформаций, эквивалентных напряжений, а также распределения коэффициента по усталостной прочности. Установлено, что в условиях многоциклового усталостного воздействия часть вариантов конструкций коленного сустава показала неудовлетворительные результаты, поскольку уровень действующих напряжений в элементах указанных сборок достигает, а в некоторых случаях превышает предельные значения для материалов. Как следствие, минимальное значение коэффициентов запаса по усталостной прочности становится меньше единицы. В ходе исследований установлено, что конструкция, включающая сборный феморальный компонент из сплава Ti-Al-V с полимерными вставками, керамические вкладыши составной проставки и сборный тиббальный компонент из сплава Ti-Al-V, имеет следующие характеристики коэффициента запаса по усталостной прочности: феморальный компонент — 4.2; полимерные вставки феморального компонента — 1.2; керамические вкладыши составной проставки — 3.1; тиббальный компонент — 2.7. Данная конструкция эндопротеза является перспективной и рекомендована для дальнейшей конструкторской и технологической проработки.

**Ключевые слова:** проектирование; конечно-элементное моделирование; эндопротез; коленный сустав; напряженно-деформированное состояние; коэффициент запаса прочности.

## Mode of deformation analysis of the designed knee joint endoprostheses

V.Yu. Skeeba<sup>a</sup>, V.V. Ivancivsky<sup>b</sup>

Novosibirsk State Technical University; 20, Prospekt K. Marksa, Novosibirsk, Russia

<sup>a</sup>skeeba\_vadim@mail.ru, <sup>b</sup>ivancivskij@corp.nstu.ru

Received 7.09.2017, accepted 3.10.2017

One of the main tasks in designing a knee joint endoprosthesis is to define the active stress and deformation fields under fatigue conditions. Since physical models construction of the joint structural elements biomechanical behavior is quite labor-intensive, it is possible to solve this problem by using finite elements method in mathematical modeling. The purpose of the work was to define the efficient design of the endoprosthesis working in a multicycled loading environment. Methods. The data from the computerized tomographic and 3D scanners were processed by reverse engineering methods using the PowerShape functional environment which allowed creating triangulated surfaces of the base contact surfaces of the endoprosthesis structure butt elements. The SolidWorks CAD system software produced possible assemblies combinations of the knee-joint prosthesis. The implementation of the mathematical model was performed in ANSYS multipurpose program complex. An isotropic model of the body behavior was used in the simulation. Results and discussion. As a result of the numerical simulation the following data were obtained for each of the designed knee joint versions: the distribution fields of absolute (full) and relative deformations; equivalent stress distribution fields; fatigue strength factor distribution fields. A part of the knee joint designs variations are established to have shown unsatisfactory results under multicycle fatigue conditions, as the active stresses level in those assemblies elements reaches (and in some cases exceeds) limit values for the materials. As a result, the minimum value of the fatigue strength safety factor is less than one. In the course of the research it has been established that the design of a composite femoral component of a Ti-Al-V alloy with polymer inserts; ceramic liners of the compound separator; a composite tibial component from the Ti-Al-V alloy, has a fatigue strength factor with the following characteristics: for the femoral component - 4.2; for the femoral component polymer inserts - 1.2; for the ceramic liners of the compound separator - 3.1; for the tibial component - 2.7. This endoprosthesis structure is a promising design and is recommended for further technological development.

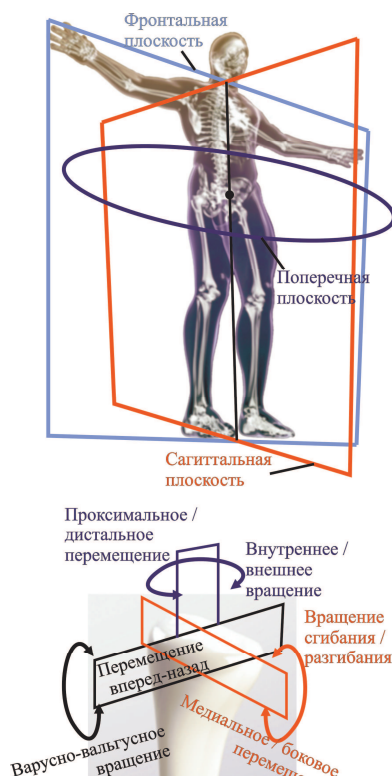
**Keywords:** designing; finite element modulation; endoprosthesis, knee joint; mode of deformation, safety factor.

## Введение

Важнейшей задачей при разработке различных вариантов конструкций протезов коленного сустава является обозначение распределения полей напряжений и деформаций в условиях многоциклового усталостного воздействия. Физическое моделирование биомеханического поведения биологических объектов с натурными измерениями действующих нагрузок не представляется возможным. Решение указанной проблемы возможно посредством применения численного моделирования методом конечных элементов с использованием средств многоцелевого программного комплекса ANSYS.

Коленный сустав, по своей сути, является не только крупнейшим, но и одним из самых сложных и уязвимых суставов опорно-двигательной системы человека, и состоит из тибео-фemorального и пателло-фemorального суставов. Он образован мышелками и надколенниковой поверхностью бедренной кости, верхней суставной поверхностью большеберцовой кости и суставной поверхностью надколенника. Человеческое колено, выдерживая высокие силовые нагрузки и моменты, расположено между двух самых длинных рычагов тела (бедренной и большеберцовой кости), что делает его особенно восприимчивым к травмам.

Анализ движения в любом суставе требует использования кинематических данных. Кинематика определяет диапазоны перемещений конструктивных элементов и описывает поверхности движения сустава в трех плоскостях: фронтальной (коронарной или продольной), сагиттальной и поперечной (горизонтальной) (рис. 1).

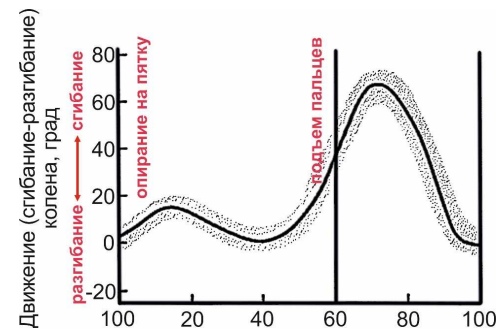


**Рис. 1.** Главные плоскости организма человека и степени свободы движения коленного сустава

Клинические измерения диапазона движения сустава определяют анатомическую позицию, такую как нулевое положение для начала измерения.

Существуют и другие классификации и описательные системы [1–5], но наибольшее распространение среди клинических исследований получила анатомическая система референции.

В большеберцово-бедренном сочленении движение происходит во всех трех плоскостях, но наибольший диапазон движения приходится на сагиттальную плоскость. Движение в этой плоскости от полного разгибания до полного сгибания колена составляет от  $0^\circ$  до приблизительно  $140^\circ$ . Диапазон движения большеберцово-бедренного сустава в сагиттальной плоскости при ровной ходьбе был измерен с помощью электрогониометра и описан в [6, 7]. Полное или почти полное разгибание было отмечено в начале фазы (0 % цикла), в позиции при опоре на пятку, и в конце фазы, в позиции до подъема пальцев (около 60 % цикла) (рис. 2). Максимальное сгибание (приблизительно  $60^\circ$ ) было отмечено в середине этапа переноса ноги.



**Рис. 2.** Диапазон движения большеберцово-бедренного сустава в сагиттальной плоскости во время ходьбы по ровной поверхности. Затененная область — дисперсия результатов натурального эксперимента

Движение в поперечной и фронтальной плоскостях во время ходьбы изучалось в работах [8–14].

Принимая во внимание представленные материалы, а также нормативные схемы испытания имплантатов для хирургии [15–21], была выбрана следующая кинематическая и силовая модель поведения эндопротеза коленного сустава (КС). На рис. 3 представлена расчетная схема КС, в которой применяются следующие термины и определения:

1) передне-заднее смещение (PZ смещение): смещение оси осевой силы от оси сгибания / разгибания, измеренное в направлении, перпендикулярном к обеим осям. Смещение считается равным нулю, когда эндопротез КС находится в исходном положении. Исходное положение: угловое и линейное выравнивание тибального / большеберцового компонента КС относительно феморального / бедренного компонента, обеспечивающее статическое равновесие тибального компонента в момент, когда на него относительно феморального компонента приходится нагрузка положительной осевой силы, которая прикладывается вдоль оси осевой силы с наиболее дистальными точками на бедренной опорной поверхности, находящимися на

самых нижних точках большеберцовой опорной поверхности. Необходимо заметить, что исходное положение (т. е. полное разгибание) эквивалентно положению при сгибании в  $0^\circ$ ;

2) передне-задняя сила  $F_{PZ}$  прикладывается к тибiallyному компоненту вдоль линии действия, перпендикулярной и к большеберцовой оси, и к оси сгибания / разгибания, которая проходит через ось осевой силы. Сила считается положительной, когда действует в задне-переднем направлении на тибiallyный компонент;

3) осевая сила  $F_{OS}$  прикладывается к феморальному компоненту эндопротеза КС в направлении, параллельном большеберцовой оси. Линия действия осевой силы, сдвинутая таким образом, чтобы проходить через точку на большеберцовом компоненте протеза коленного сустава, который смещен на значение  $0.07w \pm 0.01w$  в медиальном направлении от большеберцовой оси, где  $w$  — полная ширина большеберцового компонента, как определено в ИСО 7207-1 [18, 19]. Значение смещения  $0.07w$  эквивалентно смещению на 5 мм для большеберцового компонента средней ширины, т. е.  $w = 74$  мм;

4) ось сгибания / разгибания — номинальная ось ротации бедренного компонента относительно большеберцового компонента;

5) большеберцовая ось — номинальная продольная ось большеберцовой кости, соответствующая центральной оси костномозговой полости проксимальной большеберцовой кости;

6) большеберцовая ротация — это поворот большеберцового компонента протеза КС вокруг оси осевой силы;

7) момент большеберцовой (тибиальной) ротации  $M_f$ . Данный момент прикладывается к феморальному компоненту эндопротеза КС и действует вокруг оси осевой силы.

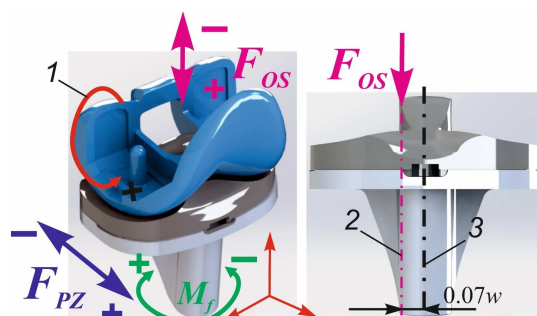


Рис. 3. Схема нагружения эндопротеза КС: 1 — сгибание феморального компонента; 2 — ось осевой силы; 3 — большеберцовая ось

С учетом результатов работ [8–14] и данных, представленных в [15–21], определены функциональные зависимости силовых характеристик, графики которых представлены на рис. 4.

В данной работе ставится задача по разработке конечно-элементной модели для исследования напряженно-деформированного состояния эндопротезов в обозначенных условиях нагружения с целью определения рациональной конструкции протезов КС. При формировании математической модели биомеханического

поведения КС необходимо последовательно решить следующие задачи:

1. Сформировать трехмерные модели элементов КС и осуществить построение сборок рассматриваемых вариантов конструкций (КС).

2. Описать и представить в соответствующей форме физико-механические характеристики материалы компонентов (КС).

3. Задать начальные и граничные условия математической модели.

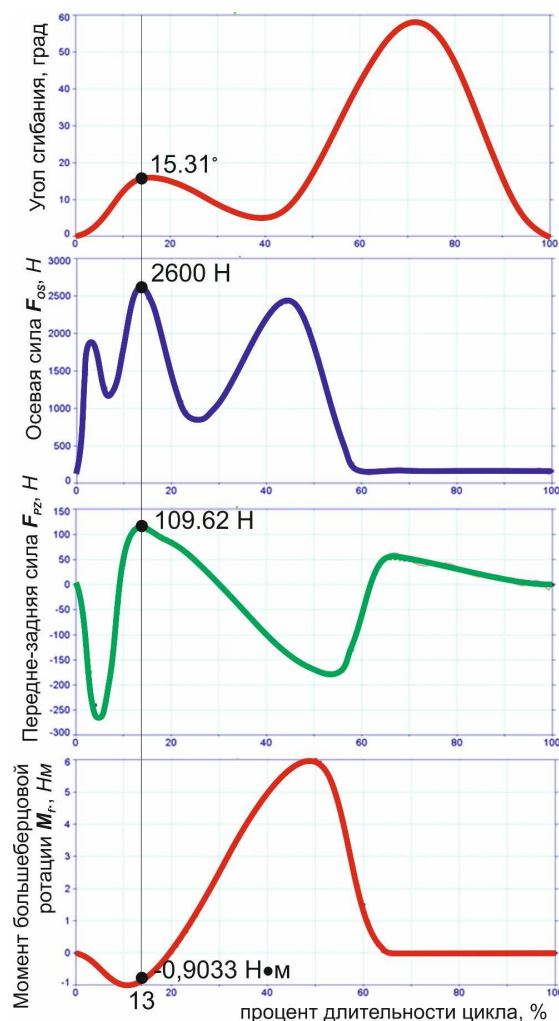


Рис. 4. Момент времени действия максимальной нагрузки на коленный сустав

**Методика экспериментального исследования.** В соответствии с программой мероприятий, на основании проведенного сканирования пациента на компьютерном томографе была создана триангуляционная модель скелета человека. Параллельно осуществлялось сканирование на 3D-сканере фасонных поверхностей полиэтиленовой проставки (вкладыша), феморального и тибiallyного компонентов зарубежного аналога протеза КС Zimmer (рис. 5). В совокупности с данными 3D-облака точек, полученными на основе аксиальных срезов (томограмм) методами реверсивного инжиниринга (обратного проектирования) с использованием функционала среды PowerShape, создавались триангулированные (фасетные, сеточные) поверхности, были подготовлены твердотельные модели возможных вариан-



тов конструкций КС (табл. 1). Программными средствами CAD системы SolidWorks были подготовлены сборки возможных комбинаций конструкций эндопротеза КС. В графическом модуле DesignModeler проведена конвертация геометрических данных и доработаны указанные твердотельные модели под формат конечно-элементного комплекса ANSYS. На основе анализа работ [22–25] для проведения конечно-элементного моделирования были выбраны следующие модели поведения конструкции: Transient Structural (нестационарный структурный анализ), Static Structural (статический прочностной анализ) и Explicit Dynamics (явной динамики).



Рис. 5. Вариант комбинации сборки эндопротеза коленного сустава Ф0П0Т0 (аналог конструкции фирмы Zimmer)

При моделировании использовалась модель изотропного поведения тел (Isotropic Elasticity), поскольку данные свойства проявляют все конструкционные материалы, рассматриваемые в данном проекте и принимаемые для изготовления элементов КС.

На основании данных [26–34], приведенных в табл. 2, в совокупности с функционалом компонента системы ANSYS Engineering Data была подготовлена база с описанием комплекса физико-механических характеристик конструкционных материалов.

В конечно-элементной системе ANSYS реализована возможность исследования разрушения, вызванного многоциклового усталостью. Основной целью расчетов усталостной долговечности (выносливости) является определение способности материала сопротивляться многоциклового усталости. В общем случае расчет выносливости выполнялся комбинацией расчета деформаций и напряжений. В окне свойств материалов, в разделе Life, выбраны соответствующие модели (Alternating Stress Mean Stress и Strain-Life Parameters) и заданы усталостные характеристики материала.

После доработки твердотельных моделей конструкций КС в графическом модуле DesignModeler осуществляется импорт сборок в формате ANSYS. В дереве математической модели каждому компоненту КС (фemorальному, тиббиальному или проставке) назначается

(присваивается) соответствующий материал из базы данных.

Таблица 1

Конструкции компонентов протеза коленного сустава

| Компонент                    | Конструкция                                                                                           | Код компонента |
|------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| Феморальный (бедренный)      | Цельная (аналог Zimmer)<br>Материал основы:<br>1) CoCr28Mo6; 2) Ti                                    | Ф0             |
| Феморальный (бедренный)      | Составная<br>Материал основы — Ti;<br>Материал вставок —<br>Керамика (1) — $Al_2O_3$ ;<br>2) — ZTA    | Ф1             |
| Феморальный (бедренный)      | Составная*<br>Материал основы — Ti;<br>Материал вставок —<br>СВМП (полимер)<br>* Конструкция с замком | Ф2             |
| Проставка                    | Цельная (аналог Zimmer)<br>Материал — СВМП (полимер)                                                  | П0             |
| Проставка                    | Цельная<br>Материал основы —<br>Керамика (1) — $Al_2O_3$ ;<br>2) — ZTA                                | П1             |
| Проставка                    | Составная<br>Материал основы —<br>Керамика (1) — $Al_2O_3$ ;<br>2) — ZTA                              | П2             |
| Тиббиальный (большеберцовый) | Цельная (аналог Zimmer)<br>Материал основы — Ti                                                       | Т0             |
| Тиббиальный (большеберцовый) | Цельная*<br>Материал основы — Ti<br>* Конструкция под цельное керамическое плато                      | Т1             |
| Тиббиальный (большеберцовый) | Цельная*<br>Материал основы — Ti<br>* Конструкция под составное керамическое плато                    | Т2             |

В расчетной модели КС, в разделе Connections, в общем случае выделены и обозначены следующие контактные поверхности:

1. Неподвижный контакт (Bonded) — область сопряжения тиббиального компонента с проставкой;
2. Фрикционный / скользящий контакт (Frictional) — поверхности сопряжения феморального компонента и вкладыша.

Формирование конечно-элементной сетки (рис. 6) выполнялось со следующими параметрами: метод разбиения на конечные элементы (КЭ) — комбинирование тетрагональной (Tetrahedrons) и гексагональной (Hex Dominant) сеток; размер КЭ (Element Size) основного объема модели — 1,4 мм; размер КЭ, потенциально находящихся в зоне фрикционного контакта — 0,2 мм; параметры сгущения сетки к зоне контакта (Inflation): максимальное количество слоев сгущения — 5, инкремент роста (Growth Rate) — 1,2.



Таблица 2

Сравнительная таблица свойств материалов медицинского назначения

| Материал                                                   | Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub><br>керамика | ZTA<br>керамика            | CoCr28Mo6<br>(ASTM F799,<br>ASTM 1537,<br>ISO 5832-12) | Ti-Al-V<br>сплав                                              | СВМП<br>(ГОСТ Р<br>ИСО 5834-<br>1-2015)                                  | Кортикальная<br>кость | Губчатая<br>кость |
|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|-----------------------|-------------------|
| Свойства                                                   |                                            |                            |                                                        |                                                               |                                                                          |                       |                   |
| Плотность, г/см <sup>3</sup>                               | 3.94–3.99                                  | 4.2–4.62                   | 7.8–8.2                                                | 4,43                                                          | 0.93–0.95                                                                | 1,7–2,0               | –                 |
| Модуль Юнга, ГПа                                           | 380–410                                    | 320–360                    | 230                                                    | 110                                                           | 0.8–1.6                                                                  | 7–30                  | 0.05–0.5          |
| Вязкость разрушения K <sub>IC</sub> , МПа·м <sup>1/2</sup> | 3.2                                        | 4.0–6.5                    | 120–160                                                | 52                                                            | 2                                                                        | 2–12                  |                   |
| Прочность при изгибе/растяжении, МПа                       | 630<br>(изгиб)                             | 1 000–<br>1 380<br>(изгиб) | 1 170<br>(растяжение)                                  | 970<br>(растяжение)                                           | $\sigma_{0.2} \approx 25$ ,<br>( $\sigma_b \approx 45$ )<br>(растяжение) | 50–150<br>(изгиб)     | 10–20<br>(изгиб)  |
| Прочность при сжатии, МПа                                  | 2 500                                      | 2 500                      | 480–600                                                | $\sigma_{0.2} \approx 1000$ ,<br>( $\sigma_b \approx 1300$ ), | 20                                                                       | 100–230               | 2–12              |

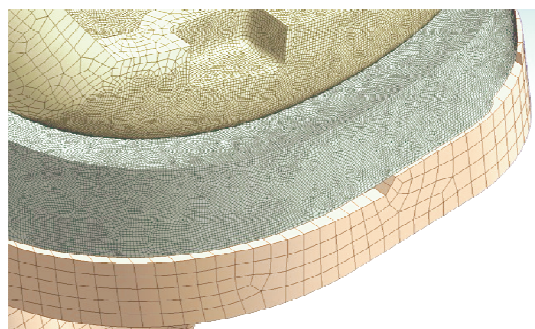
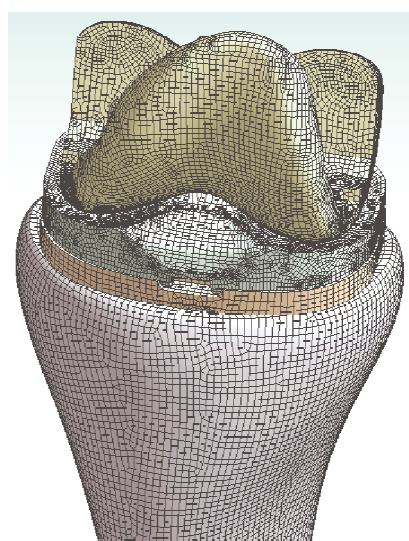


Рис. 6. Конечно-элементная модель эндопротеза коленного сустава

При назначении ограничений на перемещения в разделе «Supports» панели Environment был выбран и определен для нижней опорной грани тибияльного компонента (при расчете без большеберцовой кости) параметр «Fixed Support». В случае учета в расчетной модели КС геометрических и физических характеристик большеберцовой кости закрепление осуществлялось по нижней опорной грани ее верхнего элемента.

С учетом расчетной схемы (рис. 3), а также принимая во внимание функциональные зависимости угла поворота феморального компонента КС и действующих сил и моментов от процента длительности цикла

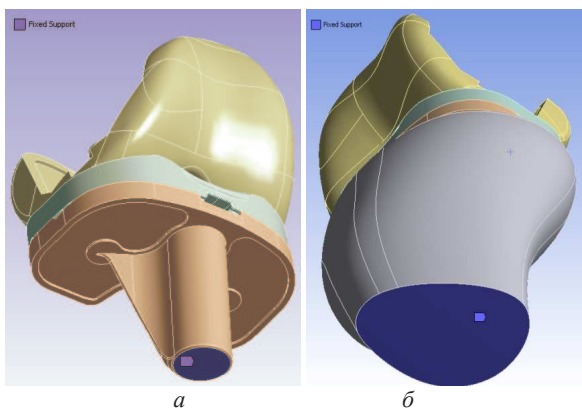
(рис. 4), в модуле описания нагрузок «Loads» последовательно осуществлено приложение передне-задней силы  $F_{PZ}$ , осевой силы  $F_{OS}$  и момента большеберцовой (тибиальной) ротации  $M_f$ .

Как показал интегральный анализ всех функциональных зависимостей, максимальное силовое воздействие на КС оказывается в момент времени, равный  $\tau = 13$ . На рис. 4 представлен срез данного момента времени с отмеченными числовыми значениями физических величин. Как видно на рисунке, в данный момент времени, когда феморальный компонент повернут на 15.310, осевая сила  $F_{OS} = 2600$  Н, передне-задняя сила  $F_{PZ} = 109.62$  Н, а момент большеберцовой ротации  $M_f = -0.9033$  Нм.

Поскольку в среднем при ходьбе за один год взрослый человек совершает  $0.5 \cdot 10^6$  циклов нагружений, а срок службы современных эндопротезов составляет 10 лет, протез КС должен выдерживать требуемую нагрузку на протяжении  $10 \cdot 0.5 \cdot 10^6 = 5 \cdot 10^6$  циклов нагружений. В свою очередь, по требованиям заявленного проекта срок службы разрабатываемого изделия должен быть не менее 20 лет, следовательно, при моделировании усталостного разрушения эндопротеза коленного сустава необходимо закладывать указанный закон изменения нагрузок в течение  $10^7$  циклов нагружений.

**Результаты и их обсуждение.** Апробирование математической модели осуществлялось на примере варианта сборки Ф0П0Т0 (аналог Zimmer).

При рассмотрении двух схем закрепления КС — по нижней опорной грани ножки тибияльного компонента (рис. 7 а) и по нижней опорной грани среза твердотельной модели большеберцовой кости (рис. 7 б), результаты по второму варианту ограничения степеней свободы в расчетной модели протеза КС более приближены к реальным условиям его функционирования. При установке тибияльного компонента эндопротеза в предварительно подготовленные полости большеберцовой кости и его фиксации посредством медицинского цемента контакт между компонентом протеза и кортикальным слоем кости и губчатой костной тканью осуществляется практически по всей плоскости основания ножки. Принимая данный факт, в дальнейших вариантах моделирования будет использована только такая схема закрепления эндопротеза КС.



**Рис. 7.** Ограничение степеней свободы в расчетной модели коленного сустава варианта сборки ФП0Т0 эндопротеза коленного сустава: *а* — без большеберцовой кости; *б* — с большеберцовой костью

Предлагаемое изменение материала основы для феморального компонента (замена сплава CoCr28Mo6 на Ti-Al-V) не ухудшает прочностных свойств как самого компонента, так и эндопротеза в целом. Поскольку, как известно [35–40], сплав Ti-Al-V обладает лучшими характеристика биосовместимости с организмом человека, чем сплав CoCr28Mo6, указанное изменение считается оправданным и в дальнейших математических моделях в качестве металлической матрицы для феморального компонента будет рассматриваться и назначаться только сплав Ti-Al-V.

В результате моделирования установлено, что в условиях многоциклового усталостного воздействия варианты конструкций КС Ф1П1Т1, Ф1П2Т2 и Ф2П1Т1 показали неудовлетворительные результаты, поскольку уровень действующих напряжений в элементах указанных сборок достигает, а в некоторых случаях превышает предельные значения для материалов. Вследствие этого минимальное значение коэффициентов запаса по усталостной прочности становится меньше единицы:

1) Ф1П1Т1 — минимальные значения коэффициента запаса по усталостной прочности равны соответственно 0.93 (керамические вставки феморального компонента) и 0.2 (керамическая проставка);

2) Ф1П2Т2 — минимальное значение коэффициента запаса по усталостной прочности равно 0.93 (слабое звено — керамические вставки феморального компонента);

3) Ф2П1Т1 — минимальное значение коэффициента запаса по усталостной прочности равно 0.2 (слабое звено — керамическая проставка).

Таким образом, результаты моделирования подтверждают, что данные конструкции эндопротеза КС не выдерживают нагрузки в течение требуемого ресурса работы протеза.

В результате моделирования напряженно-деформированного состояния эндопротеза КС (вариант сборки Ф1П0Т0) были получены следующие результаты:

1. Полная деформация конструкции: 1.12 мм, при этом относительная (эквивалентная) деформация в за-

висимости от компонента находится в интервале от 0.001 до 0.086.

2. Эквивалентные напряжения, действующие в феморальном компоненте — 345 МПа; в керамических вставках феморального компонента — 494 МПа; в проставке — 24 МПа; в тибальном компоненте — 118 МПа.

3. Коэффициент запаса по усталостной прочности: феморальный компонент — 1.05; керамические вставки феморального компонента — 0.96; проставка — 1.3; тибальный компонент — 6,77.

Судя по результатам моделирования, требуемый ресурс работы протеза КС не обеспечен конструкцией замков керамических вставок феморального компонента. Требуется доработка системы закрепления керамических вставок в бедренный компонент эндопротеза КС.

Повышение надежности фиксации керамических вставок в пазах феморального компонента возможно за счет применения PRESS FIT посадки, обеспечивающей компенсацию погрешностей размеров и формы сопрягаемых деталей за счет пластической деформации, специально оформленной на боковых поверхностях пазов титанового каркаса. Результаты моделирования показали, что данное конструктивное решение позволяет исключить опасные места концентрации напряжений, доведя их уровень до безопасных значений: в феморальном компоненте — 307 МПа; в керамических вставках феморального компонента — 389 МПа; в проставке — 24 МПа; в тибальном компоненте — 118 МПа. При этом коэффициент запаса по усталостной прочности составляет: феморальный компонент — 1.15; керамические вставки феморального компонента — 1.1; проставка — 1.3; тибальный компонент — 6,77.

В результате моделирования напряженно-деформированного состояния эндопротеза КС (вариант сборки Ф2П2Т2 (рис. 8)) были получены следующие результаты:

1. Полная деформация конструкции — 1.749 мм (рис. 9).

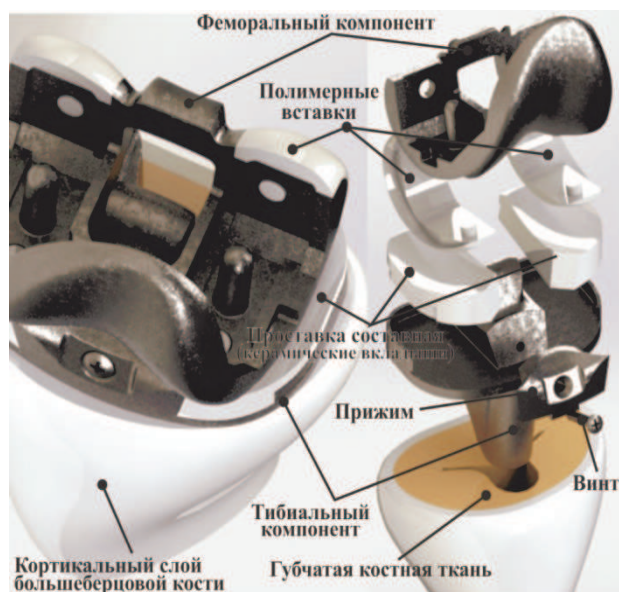
2. Эквивалентные напряжения (рис. 10), действующие:

- в феморальном компоненте — 280 МПа;
- в полимерных вставках феморального компонента — 24,6 МПа;
- в керамических вкладышах составной проставки — 152 МПа;
- в тибальном компоненте — 203 МПа.

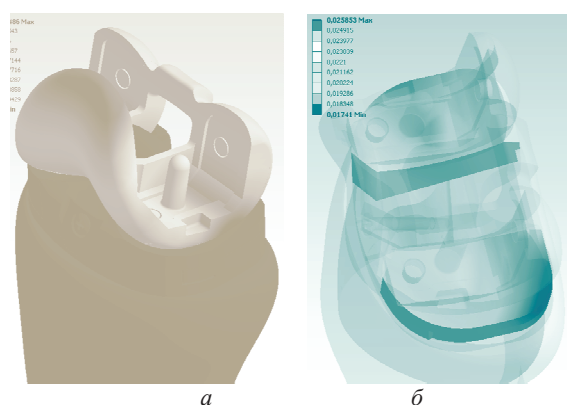
3. Коэффициент запаса по усталостной прочности (рис. 11):

- феморальный компонент — 4.2;
- полимерные вставки феморального компонента — 1,2;
- керамические вкладыши составной проставки — 3.1;
- тибальный компонент — 2.7.

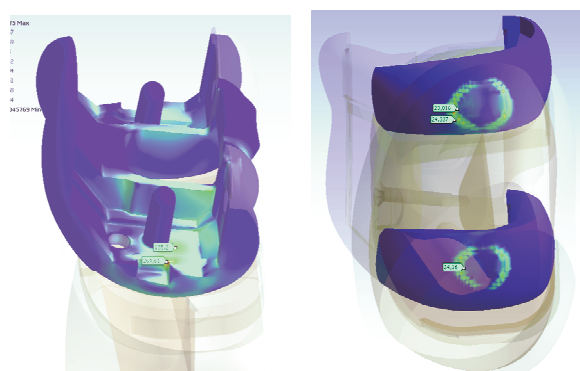
Таким образом, результаты моделирования показывают, что данная конструкция эндопротеза коленного сустава выдерживает нагрузки в течение требуемого ресурса работы протеза.



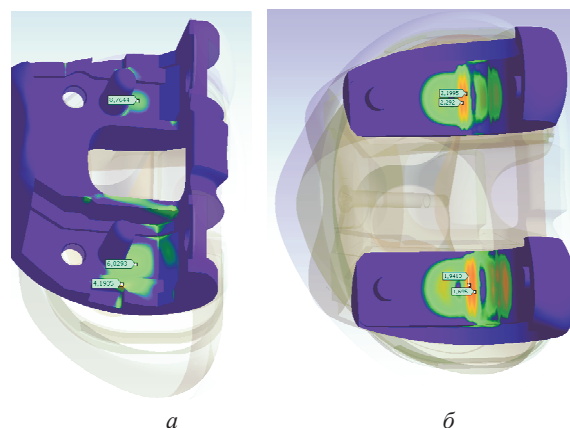
**Рис. 8.** 3D модели варианта сборки Ф2П2Т2 эндопротеза КС (сборка с большеберцовой костью)



**Рис. 9.** Абсолютная (полная) деформация для варианта сборки Ф2П2Т2 эндопротеза КС с большеберцовой костью: *а* — деформация для всей модели; *б* — деформация для керамических вкладышей составной проставки



**Рис. 10.** Эквивалентные напряжения для варианта сборки Ф2П2Т2 эндопротеза КС с большеберцовой костью: *а* — напряжения для феморального компонента КС; *б* — напряжения для полимерных вставок



**Рис. 11.** Коэффициент запаса по усталостной прочности для варианта сборки Ф2П2Т2 эндопротеза КС с большеберцовой костью: *а* — для феморального компонента протеза КС; *б* — значения коэффициента для полимерных вставок

### Выводы

1. На основе аналитического обзора литературных источников и теоретических исследований были определены диапазоны движения составных частей сустава в трех плоскостях: фронтальной (коронарной или продольной), сагитальной и поперечной (горизонтальной). Получены кинематическая и силовая схемы эндопротеза КС.

2. В результате проведенных исследований определено, что коленный сустав — это двусуставная структура, состоящая из большеберцово-бедренного и надколенно-бедренного суставов. В большеберцово-бедренном суставе поверхностное движение возникает в трех плоскостях одновременно, но самое большое — в сагитальной плоскости. В надколенно-бедренном сочленении поверхностное движение происходит одновременно в двух плоскостях, фронтальной и поперечной, но наибольшее — во фронтальной плоскости.

3. Формирование математической модели биомеханического поведения КС осуществлялось на базе конечно-элементного комплекса ANSYS с использованием имитации изотропных свойств материала. Подготовка твердотельных моделей производилась в CAD-комплексах PowerShape и SolidWorks на основании триангуляционных моделей скелета человека и фасетных поверхностей полиэтиленовой проставки (вкладыша) и феморального и тибialного компонентов сустава, полученных при 3D-сканировании.

4. В результате численного моделирования для каждого разрабатываемого варианта КС были получены поля распределения абсолютных (полных) и относительных деформаций, поля распределения эквивалентных напряжений и поля распределения коэффициента по усталостной прочности.

5. В ходе исследований установлена достаточно перспективная конструкция КС — Ф2П2Т2 (сборный феморальный компонент из сплава Ti-Al-V с полимерными вставками (модель Ф2), керамические вкладыши составной проставки (модель П2), сборный тибialный компонент из сплава Ti-Al-V (модель Т2)). При этом коэффициент запаса по усталостной прочности равен: феморальный компонент — 4.2; полимерные вставки



фemorального компонента — 1.2; керамические вкладыши составной проставки — 3.1; тиббиальный компонент — 2.7.

Результаты моделирования подтверждают, что данная конструкция эндопротеза коленного сустава выдерживает нагрузки в течение требуемого ресурса работы протеза.

*Благодарности и финансирование: работа выполнена в Новосибирском государственном техническом университете при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках реализации комплексного проекта по созданию высокотехнологического производства (договор № 02.G25.31.0144 от 01.12.2015 г.).*

*Acknowledgements and Funding: This research was performed at Novosibirsk State Technical University under the financial support of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (contract No 02.G25.31.0144 on 01.12.2015).*

#### Литература

- Andriacchi T.P., Kramer C.M., Landon G.C. Three-dimensional coordinate data processing in human motion analysis // Journal of Biomechanical Engineering. 1979. Vol. 101. P. 279-283.
- Grood E.S., Suntay W.J. A coordinate system for clinical description of three dimensional motion: Application to the knee // Journal of Biomechanical Engineering. 1983. Vol. 105. P. 136-144.
- Kroemer K.H., Marras W.S., McGlothlin J.D. On the measurements of human strength // International Journal of Industrial Ergonomics. 1990. Vol. 6. P. 199-210.
- Özkaya N., Nordin M., Goldsheyder D., Leger D. Fundamentals of Biomechanics: Equilibrium, Motion, and Deformation. 3<sup>rd</sup> ed. Springer-Verlag New York, 2012. 275 p.
- Özkaya N., Leger D., Goldsheyder D., Nordin M. Fundamentals of Biomechanics: Equilibrium, Motion, and Deformation. 4<sup>th</sup> ed. Springer International Publishing, 2016. 454 p.
- Lamareaux L. Kinematic measurements in the study of human walking // Biomechanics Lab. University of California. San Francisco. Bull Prosthetic Res, Sp. 1971. P. 10-15.
- Murray M.P., Drought A.B., Kory R.C. Walking patterns of normal men // The Journal of Bone and Joint Surgery. 1964. Vol. 46A. P. 335.
- Levens A.S., Inman V.T., Blosser J.A. Transverse rotation of the segments of the lower extremity in locomotion // The Journal of Bone and Joint Surgery. 1948. Vol. 30A. P. 859.
- Kettelkamp D.B., Johnson R.J., Smidt G.L., Chao E.Y., Walker M. An electrogoniometric study of knee motion in normal gait // The Journal of Bone and Joint Surgery. 1970. 52A. P. 775.
- Holden J.P., Chou G., Stanhope S.J. Changes in knee joint function over a wide range of walking speeds // Clinical Biomechanics. 1997. Vol. 12. P. 375-382.
- Holden J.P., Chou G., Stanhope S.J. Interpreting joint kinetic data: effects of walking speed and measurement variation // Gait & Posture. 1996. Vol. 4. P. 168-169.
- Matsumoto H., Seedhom B.B., Suda Y., Otani T., Fujikawa K. Axis location of tibial rotation and its change with flexion angle // Clinical Orthopaedics and Related Research. 2000. Vol. 371. P. 178-182.
- Hehne H.J. Biomechanics of the patellofemoral joint and its clinical relevance // Clinical Orthopaedics and Related Research. 1990. Vol. 258. P. 73-85.
- Fukuda Y., Takai S., Yoshino N. Impact load transmission of the knee joint - influence of leg alignment and the role of meniscus and articular cartilage // Clinical Biomechanics. 2000. Vol. 15. P. 516-521.
- ГОСТ Р ИСО 14243-1 – 2012. Импланты для хирургии. Износ тотальных протезов коленного сустава. Ч. 1. Параметры нагружения и перемещения для испытательных машин с контролем нагрузки и окружающих условий при испытании. Введ. 2013–06–01. М.: Стандартинформ, 2013. 20 с.
- ГОСТ Р ИСО 14243-2 – 2012. Импланты для хирургии. Износ тотальных протезов коленного сустава. Ч. 2. Методы измерений. Введ. 2013–06–01. М.: Стандартинформ, 2013. 8 с.
- ГОСТ Р ИСО 14243-3 – 2012. Импланты для хирургии. Износ тотальных протезов коленного сустава. Ч. 3. Параметры нагружения и перемещения для испытательных машин с контролем перемещения и окружающих условий при испытании. Введ. 2013–06–01. М.: Стандартинформ, 2013. 18 с.
- ГОСТ Р ИСО 7207-1 – 2005. Импланты для хирургии. Бедренный и большеберцовый компоненты частичных и тотальных эндопротезов коленного сустава. Ч. 1. Классификация, определения и обозначение размеров. Введ. 2006–07–01. М.: Стандартинформ, 2005. 11 с.
- ГОСТ Р ИСО 7207-2 – 2005. Импланты для хирургии. Компоненты частичных и тотальных эндопротезов коленного сустава. Ч. 2. Суставные поверхности, изготовленные из металлических, керамических и полимерных материалов. Введ. 2006–07–01. М.: Стандартинформ, 2005. 4 с.
- ГОСТ Р ИСО 21536 – 2013. Импланты хирургические. Неактивные имплантаты для замены суставов. Специальные требования к имплантатам для протезирования коленного сустава. Введ. 2014–11–01. М.: Стандартинформ, 2014. 12 с.
- ГОСТ Р ИСО 14879-1 – 2013. Импланты для хирургии. Тотальные протезы коленного сустава. Ч. 1. Определение прочности и эксплуатационных качеств большеберцовых желобов для протезирования коленного сустава. Введ. 2015–01–01. М.: Стандартинформ, 2014. 12 с.
- Makinejad Majid Davoodi, Abu Osman Noor Azuan, Wan Abas Wan Abu Bakar, Bayat Mehdi. Preliminary analysis of knee stress in Full Extension Landing // Clinics. 2013. Vol. 68, № 9. P. 1180-1188.
- Zishun Liu. Biomechanical Behavior of the Knee Joint Using ANSYS // Journal of medicine and life. 2014. Vol. 2. P. 85-94.
- Martin Kubíček, Zdeněk Florian. Stress strain analysis of knee joint // Engineering mechanics. 2009. Vol. 16, № 5. P. 315-322.
- Kumbhalkar M.A., Nawghare U., Ghode R., Deshmukh Y., Armakar B. Modeling and Finite Element Analysis of Knee Prosthesis with and without Implant // Universal Journal of Computational Mathematics. 2013. Vol. 1. P. 56-66.
- Carter C.B., Grant M.N. Ceramic Materials. 2<sup>nd</sup> ed. Springer-Verlag New York. 2013. 766 p.
- Hsu-Wei Fang, Stephen M. Hsu, Jan V. Sengers Ultra-High Molecular Weight Polyethylene. Wear Particle Effects on Bioactivity. Natl. Inst. Stand. Technol. Spec. Publ. 1002. U.S. government printing office: Washington. 2003. 277 p.
- Lyle D. Zardiackas, Matthew J. Kraay, Howard L. Freese Titanium, niobium, zirconium, and tantalum for medical and surgical applications. ASTM Stock Number: STP1471. 2005. 266 p.
- Teoh S.H. Fatigue of biomaterials: a review // International Journal of Fatigue. 2000. Vol. 22. P. 825-837.
- Yuan Bao-guo, Li Chun-feng, Yu Hai-ping, Sun Dong-li Effect of hydrogen content and stress state on room-temperature mechanical properties of Ti-6Al-4V alloy // Transactions of Non-ferrous Metals Society of China. 2009. Vol. 19. P. 423-428.
- Глазунов С.Г., Моисеев В.Н. Титановые сплавы. Конструкционные титановые сплавы. М.: Металлургия, 1974. 368 с.
- Ильин А.А., Колачев Б.А., Полькин И.С. Титановые сплавы. Состав, структура, свойства: моногр. М.: ВИАС – МАТИ, 2009. 520 с.
- Mohamed N. Rahaman, Aihua Yao, B. Sonny Bal, Jonathan P. Garino, Michael D. Ries. Ceramics for Prosthetic Hip and Knee Joint Replacement // Journal of the American Ceramic Society. 2007. Vol. 90. P. 1965-1988.



34. Saurabh Samadhiya, Amit Yadav, Dr. B.R Rawal. Biomechanical analysis of different knee prosthesis biomaterials using fem // IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering. 2014. Vol. 11. P. 120-128.
35. Sidambe A.T. Biocompatibility of Advanced Manufactured Titanium Implants—A Review // Materials. 2014. Vol. 7. P. 8168-8188.
36. BomBač D., Brojan M., Fajfar P., Kosel F., Turk R. Review of materials in medical applications // RMZ – Materials and Geoenvironment. 2007. Vol. 54, № 4. P. 471–499.
37. Elias C.N., Lima J.H.C., Valiev R., Meyers M.A. Biomedical applications of titanium and its alloys // The Journal of The Minerals, Metals & Materials Society (TMS). 2008. Vol. 60. P. 46–49.
38. Mueller E., Kammula R., Marlowe D. Regulation of “Biomaterials” and Medical Devices // MRS Bull. 1991. Vol. 16. P. 39–41.
39. Oldani C., Dominguez A. Titanium as a Biomaterial for Implants. Recent Advances in Arthroplasty, Dr. Samo Fokter (Ed.), InTech. 2012. P. 149-163.
40. Saini M., Singh Y., Arora P., Arora V., Jain K. Implant biomaterials: A comprehensive review // World Journal of Clinical Cases. 2015. Vol. 3. P. 52–57.

### References

1. Andriacchi T.P., Kramer C.M., Landon G.C. Three-dimensional coordinate data processing in human motion analysis // Journal of Biomechanical Engineering. 1979. Vol. 101. P. 279-283.
2. Grood E.S., Suntay W.J. A coordinate system for clinical description of three dimensional motion: Application to the knee // Journal of Biomechanical Engineering. 1983. Vol. 105. P. 136-144.
3. Kroemer K.H., Marras W.S., McGlothlin J.D. On the measurements of human strength // International Journal of Industrial Ergonomics. 1990. Vol. 6. P. 199-210.
4. Özkaya N., Nordin M., Goldsheyder D., Leger D. Fundamentals of Biomechanics: Equilibrium, Motion, and Deformation. 3rd ed. Springer-Verlag New York, 2012. 275 p.
5. Özkaya N., Leger D., Goldsheyder D., Nordin M. Fundamentals of Biomechanics: Equilibrium, Motion, and Deformation. 4th ed. Springer International Publishing. 2016. 454 p.
6. Lamareaux L. Kinematic measurements in the study of human walking // Biomechanics Lab. University of California. San Francisco. Bull Prosthetic Res, Sp. 1971. P. 10-15.
7. Murray M.P., Drought A.B., Kory R.C. Walking patterns of normal men // The Journal of Bone and Joint Surgery. 1964. Vol. 46A. P. 335.
8. Levens A.S., Inman V.T., Blosser J.A. Transverse rotation of the segments of the lower extremity in locomotion // The Journal of Bone and Joint Surgery. 1948. Vol. 30A. P. 859.
9. Kettelkamp D.B., Johnson R.J., Smidt G.L., Chao E.Y., Walker M. An electrogoniometric study of knee motion in normal gait // The Journal of Bone and Joint Surgery. 1970. 52 A. P. 775.
10. Holden J.P., Chou G., Stanhope S.J. Changes in knee joint function over a wide range of walking speeds // Clinical Biomechanics. 1997. Vol. 12. P. 375-382.
11. Holden J.P., Chou G., Stanhope S.J. Interpreting joint kinetic data: effects of walking speed and measurement variation // Gait & Posture. 1996. Vol. 4. P. 168-169.
12. Matsumoto H., Seedhom B.B., Suda Y., Otani T., Fujikawa K. Axis location of tibial rotation and its change with flexion angle // Clinical Orthopaedics and Related Research. 2000. Vol. 371. P. 178-182.
13. Hehne H.J. Biomechanics of the patellofemoral joint and its clinical relevance // Clinical Orthopaedics and Related Research. 1990. Vol. 258. P. 73-85.
14. Fukuda Y., Takai S., Yoshino N. Impact load transmission of the knee joint - influence of leg alignment and the role of meniscus and articular cartilage // Clinical Biomechanics. 2000. Vol. 15. P. 516-521.
15. GOST R ISO 14243-1-2012. Implants for surgery. Wear of total knee-joint prostheses. Part 1. Loading and displacement parameters for wear-testing machines with load control and corresponding environmental conditions for test. Vved. 2013-06-01. M.: Standartinform, 2013. 20 p.
16. GOST R ISO 14243-2-2012. Implants for surgery. Wear of total knee-joint prostheses. Part 2. Methods of measurement. Vved. 2013-06-01. M.: Standartinform, 2013. 8 p.
17. GOST R ISO 14243-3-2012. Implants for surgery. Wear of total knee-joint prostheses. Part 3. Loading and displacement parameters for wear-testing machines with displacement control and corresponding environmental conditions for test. Vved. 2013-06-01. M.: Standartinform, 2013. 18 p.
18. GOST R ISO 7207-1-2005. Implants for surgery. Femoral and tibial components for partial and total knee joint prostheses. Part 1. Classification, definitions and designation of dimensions. Vved. 2006-07-01. M.: Standartinform, 2005. 11 p.
19. GOST R ISO 7207-2-2005. Implants for surgery. Components for partial and total knee joint prostheses. Part 2. Articulating surfaces made of metal, ceramic and plastics materials. Vved. 2006-07-01. M.: Standartinform, 2005. 4 p.
20. GOST R ISO 21536-2013. Non-active surgical implants. Joint replacement implants. Specific requirements for knee-joint replacement implants. Vved. 2014-11-01. M.: Standartinform, 2014. 12 p.
21. GOST R ISO 14879-1-2013. Implants for surgery. Total knee-joint prostheses. Part 1. Determination of endurance properties of knee-tibial trays. Vved. 2015-01-01. M.: Standartinform, 2014. 12 p.
22. Makinejad Majid Davoodi, Abu Osman Noor Azuan, Wan Abas Wan Abu Bakar, Bayat Mehdi. Preliminary analysis of knee stress in Full Extension Landing // Clinics. 2013. Vol. 68, № 9. P. 1180-1188.
23. Zishun Liu. Biomechanical Behavior of the Knee Joint Using ANSYS // Journal of medicine and life. 2014. Vol. 2. P. 85-94.
24. Martin Kubíček, Zdeněk Florian. Stress strain analysis of knee joint // Engineering mechanics. 2009. Vol. 16, № 5. P. 315-322.
25. Kumbhalkar M.A., Nawghare U., Ghode R., Deshmukh Y. Armarkar B. Modeling and Finite Element Analysis of Knee Prosthesis with and without Implant // Universal Journal of Computational Mathematics. 2013. Vol. 1. P. 56-66.
26. Carter C.B., Grant M.N. Ceramic Materials. 2nd ed. Springer-Verlag New York. 2013. 766 p.
27. Hsu-Wei Fang, Stephen M. Hsu, Jan V. Sengers Ultra-High Molecular Weight Polyethylene. Wear Particle Effects on Bioactivity. Natl. Inst. Stand. Technol. Spec. Publ. 1002. U.S. government printing office: Washington. 2003. 277 p.
28. Lyle D. Zardiackas, Matthew J. Kraay, Howard L. Freese Titanium, niobium, zirconium, and tantalum for medical and surgical applications. ASTM Stock Number: STP1471. 2005. 266 p.
29. Teoh S.H. Fatigue of biomaterials: a review // International Journal of Fatigue. 2000. Vol. 22. P. 825-837.
30. Yuan Bao-guo, Li Chun-feng, Yu Hai-ping, Sun Dong-li Effect of hydrogen content and stress state on room-temperature mechanical properties of Ti-6Al-4V alloy // Transactions of Non-ferrous Metals Society of China. 2009. Vol. 19. P. 423-428.
31. Glazunov S.G., Moiseev V.N. Titanium alloys. Structural titanium alloys. M.: Metallurgiya, 1974. 368 p.
32. Il'in A.A., Kolachev B.A., Pol'kin I.S. Titanium alloys. Composition, structure, properties: monogr. M.: VILS-MATI, 2009. 520 p.
33. Mohamed N. Rahaman, Aihua Yao, B. Sonny Bal, Jonathan P. Garino, Michael D. Ries. Ceramics for Prosthetic Hip and Knee Joint Replacement // Journal of the American Ceramic Society. 2007. Vol. 90. P. 1965-1988.

34. Saurabh Samadhiya, Amit Yadav, Dr. B.R Rawal. Biomechanical analysis of different knee prosthesis biomaterials using fem // IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering. 2014. Vol. 11. P. 120-128.

35. Sidambe A.T. Biocompatibility of Advanced Manufactured Titanium Implants-A Review // Materials. 2014. Vol. 7. P. 8168-8188.

36. BomBač D., Brojan M., Fajfar P., Kosel F., Turk R. Review of materials in medical applications // RMZ - Materials and Geoenvironment. 2007. Vol. 54, № 4. P. 471-499.

37. Elias C.N., Lima J.H.C., Valiev R., Meyers M.A. Biomedical applications of titanium and its alloys // The Journal of The

Minerals, Metals & Materials Society (TMS). 2008. Vol. 60. P. 46-49.

38. Mueller E., Kammula R., Marlowe D. Regulation of "Biomaterials" and Medical Devices // MRS Bull. 1991. Vol. 16. P. 39-41.

39. Oldani C., Dominguez A. Titanium as a Biomaterial for Implants. Recent Advances in Arthroplasty, Dr. Samo Fokter (Ed.), InTech. 2012. P. 149-163.

40. Saini M., Singh Y., Arora P., Arora V., Jain K. Implant biomaterials: A comprehensive review // World Journal of Clinical Cases. 2015. Vol. 3. P. 52-57.

УДК 621.01:621.81:621.891

DOI: 10.18324/2077-5415-2017-4-102-107

## Внедрение жесткой сферы и шероховатой поверхности в полимерный слой

А.С. Кожевников<sup>a</sup>, Ю.Н. Алпатов<sup>b</sup>, В.К. Елсуков<sup>c</sup>

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>kozhevnikovart@inbox.ru, <sup>b</sup>iipm@brstu.ru, <sup>c</sup>elswk@mail.ru

Статья поступила 8.10.2017, принята 11.11.2017

*Статья посвящена анализу инженерных подходов к определению внедрения сферы и шероховатой поверхности в полимерный слой. Как известно, в большинстве случаев классические решения контактных задач для тел с изменяющимися по глубине механическими характеристиками не позволяют применять полученные результаты для практических целей обеспечения заданных условий трения, изнашивания и герметичности. Показано, что наиболее практичными являются инженерные методы решения контактных задач на основе упрощающих гипотез, например, представление слоистого тела как конструкции с особыми механическими свойствами, зависящими от механических свойств материалов основания и покрытия, а также толщины покрытия. Анализ использования предлагаемых инженерных решений при расчетах величины внедрения сферы показал преимущества метода, основанного на жесткостной модели слоистого тела. При этом эффективный модуль упругости и коэффициент Пуассона определяются для любых значений толщины покрытия при осесимметричном нагружении слоистого полупространства. Предлагаемое инженерное решение по изменению эффективного модуля упругости хорошо сочетается с дискретной моделью шероховатости, что позволяет успешно определять контактные характеристики при взаимодействии шероховатой поверхности со слоистым телом для разных видов контакта. Сравнение полученных зависимостей для определения сближения шероховатой поверхности со слоистым полупространством с опубликованными экспериментальными данными продемонстрировало удовлетворительное совпадение. В целом полученные результаты подтверждают высокую чувствительность предлагаемого метода к изменению толщины покрытия и его механических свойств.*

**Ключевые слова:** полимерное покрытие; слоистое полупространство; переменный модуль упругости; внедрение сферы; шероховатая поверхность; сближение поверхностей.

## The introduction of a rigid sphere and a rough surface in polymer layer

A.S. Kozhevnikov<sup>a</sup>, Yu.N. Alpatov<sup>b</sup>, V.K. Elsukov<sup>c</sup>

Bratsk State University, 40, Makarenko str., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>kozhevnikovart@inbox.ru, <sup>b</sup>iipm@brstu.ru, <sup>c</sup>elswk@mail.ru

Received 8.10.2017, accepted 11.11.2017

*The article is devoted to the analysis of engineering approaches to determining the introduction of a sphere and a rough surface into a polymer layer. As is known, in most cases, classical solutions of contact problems for bodies with varying mechanical properties do not allow the applied results to be applied for practical purposes to provide specified conditions for friction, wear and tightness. It is shown that the most practical are the engineering methods for solving contact problems based on simplifying hypotheses, for example, the representation of a layered body as a construction with special mechanical properties that depend on the mechanical properties of the base and coating materials and the coating thickness. Analysis of the use of the proposed engineering solutions in calculating the value of the introduction of the sphere showed the advantages of the method based on the rigid model of the layered body. In this case,*

*the effective modulus of elasticity and the Poisson's ratio are determined for any values of the thickness of the coating for axially symmetric loading of a layered half-space. The proposed engineering solution for changing the effective modulus of elasticity is well combined with a discrete roughness model, which makes it possible to successfully determine the contact characteristics when a rough surface interacts with a layered body for different types of contact. A comparison of the obtained dependences for determining the approach of a rough surface to a layered half-space with published experimental data has demonstrated a satisfactory agreement. In general, the results obtained confirm the high sensitivity of the proposed method to a change in the thickness of the coating and its mechanical properties.*

**Keywords:** polymer coating; layered half-space; variable modulus of elasticity; introduction of sphere; rough surface; convergence of surfaces.

## Введение

В уплотнительной технике, если позволяет температурный диапазон, широко используются металлополимерные уплотнения [1]. При этом возникает необходимость решать ряд сложных проблем, связанных с обеспечением минимального давления на уплотнитель при сохранении заданной нормы герметичности соединения, минимального коэффициента трения сопряжений, работающих в широком температурном диапазоне, в условиях повышенного давления сред и вакуума. Одно из перспективных направлений, повышающих эффективность работы уплотнений и узлов трения — нанесение на их рабочие поверхности полимерных покрытий или использование тонких полимерных пленок [2]. Опыт эксплуатации уплотнений и узлов трения с такими покрытиями показывает, что их эксплуатационные показатели определяются не только свойствами материала покрытия, но и его толщиной.

Наличие покрытия предполагает учет изменения механических свойств в зависимости от расстояния до поверхности. В рамках теории упругости это означает, что следует рассматривать упругое тело с изменяющимися значениями модуля упругости и коэффициента Пуассона [3].

Контактные задачи для тел с изменяющимися по глубине механическими характеристиками рассмотрены многими исследователями [3–10 и др.]. По мнению автора [3], методы исследования можно разделить на три больших группы: аналитические (главным образом асимптотические), численные и численно-аналитические методы. Однако применять полученные результаты для решения практических задач трения, изнашивания и герметичности не удастся. Исключением является работа [2], в которой для решения пространственной осесимметричной задачи использован метод интегрального преобразования Фурье–Бесселя, позволяющий получить выражения для описания напряженно-деформированного состояния в упругом слое при внедрении в него сферического индентора в форме, доступной для практического использования. В этом плане следует также отметить работу [11], где приведено приближенное решение осесимметричной контактной задачи для упругого слоя конечной толщины. Практическая значимость полученного решения состоит в том, что зависимости между основными параметрами упругого контакта были выделены в замкнутой форме.

В отдельную группу следует отнести инженерные методы решения контактных задач на основе упрощающих гипотез, например, представление слоистого тела (топокомпозиции, по определению Н.А. Воронина [12]) как конструкции с особыми механическими свойствами, зависящими от механических свойств материалов основания и покрытия, толщины покрытия. В рабо-

тах [13, 14] для этой цели предложено использовать теорию Герца. На основе достоверных результатов для крайних значений толщин покрытия и с использованием двухточечной аппроксимации Паде получено выражение для безразмерного упругогеометрического параметра, с помощью которого определяются упругая постоянная топокомпозиции и все основные характеристики при его осесимметричном нагружении. Авторами [15–19], по мере развития метода на основании жесткой модели слоистого тела, определены упругая постоянная (или эффективный модуль упругости) и коэффициент Пуассона для любых значений толщин покрытия при осесимметричном нагружении слоистого полупространства. При этом использовался классический подход, основанный на применении потенциальных функций Бусинеску для перемещения любой точки по оси симметрии внутрь однородного полупространства [20]. Используя достижения предшествующих работ [15–19], автором [21] предложена упрощенная модель слоистого тела, что является альтернативным и более простым инженерным решением при определении относительной площади контакта через тонкие слои упругого [22–24], вязкоупругого [25] и упругопластического [26, 27] покрытий.

Целью настоящего исследования является проверка инженерных подходов к определению внедрения сферы и шероховатой поверхности в полимерный слой.

**Контакт сферы со слоистым полупространством.** Согласно приближенному решению задачи о внедрении сферы радиусом  $R$  в упругий слой толщиной  $\delta$ , лежащий на жестком основании [11], имеем:

$$P = \frac{8\theta a^3}{3R} + \frac{16\theta\delta^2 a}{\pi} \cdot \frac{N_3(a/\delta)}{1 - N_1(a/\delta)}; \quad (1)$$

$$w = \frac{a^2}{R} - \frac{4\delta a}{R} \cdot \frac{N_2(a/\delta)}{1 - N_1(a/\delta)}, \quad (2)$$

где  $P$  — усилие, приложенное к сфере;  $w$  — величина внедрения;  $a$  — радиус площадки контакта;  $\theta = E/2(1 - \nu^2)$ ,  $E$  и  $\nu$  — модуль упругости и коэффициент Пуассона упругого слоя;  $N_i(a/\delta)$  — функции, приведенные в [11].

Введем обозначения:  $\alpha = a/\delta$ ,  $\bar{\delta} = \delta/R$ ,  $\bar{w} = w/h$ ,  $E^* = E/(1 - \nu^2)$ ,  $\bar{P} = P/(E^* R^2)$  и представим выражения (1) и (2) в виде:

$$\bar{P}(\alpha, \bar{\delta}) = \frac{4}{3} \alpha^3 \bar{\delta}^3 + \frac{8}{\pi} \alpha \bar{\delta}^3 \cdot \frac{N_3(\alpha)}{1 - N_1(\alpha)}, \quad (3)$$

$$\bar{w}(\alpha, \bar{\delta}) = \alpha^2 \bar{\delta} - \frac{4}{\pi} \alpha \bar{\delta} \cdot \frac{N_2(\alpha)}{1 - N_1(\alpha)}. \quad (4)$$

Определим аналогичные зависимости для внедрения сферы в слоистое полупространство, используя инженерные решение из [21]. Схема контакта представлена на рис. 1.

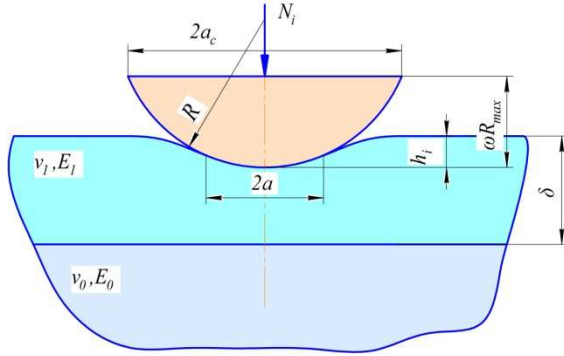


Рис. 1. Схема контакта сферы (сферической неровности) со слоистым полупространством

Эффективный модуль упругости определяется выражениями:

$$E_{01}^* = E_1^* \cdot F; \quad (5)$$

$$F = F(\bar{z}, I_e) = \frac{\pi/2}{\pi/2 - K_1(\bar{z}) + K_0(\bar{z}) \cdot I_e}; \quad (6)$$

$$K_i(\bar{z}) = \text{arccctg} \bar{z} + \frac{\nu_i}{1 - \nu_i} \bar{z} (1 - \bar{z} \cdot \text{arccctg} \bar{z}); \quad (7)$$

$$\text{где } I_e = \frac{E_1^*}{E_0^*} = I \cdot \frac{1 - \nu_0^2}{1 - \nu_1^2}, \quad I = \frac{E_1}{E_0}; \quad \bar{z} = \frac{z}{a}.$$

Для случая контакта жесткой сферы с упругим слоистым полупространством сближение и радиус пятна контакта определяются выражениями:

$$w_{01} = w_1 \cdot F_1^{-\frac{2}{3}}, \quad a_{01} = a_1 F^{-\frac{1}{3}}. \quad (8)$$

Используя формулу Герца для радиуса пятна контакта:

$$a^3 = \frac{3PR}{4E^*}, \quad (9)$$

получим:

$$\bar{P} = \frac{P}{E^* R^2} = \frac{4}{3} \frac{a^3}{R^3}. \quad (10)$$

С учетом вышепринятых обозначений и выражений (5), (6) и (8):

$$\bar{P}(\alpha, \bar{\delta}) = \frac{4}{3} \alpha^3 \bar{\delta}^3 F(\alpha, I_e), \quad (11a)$$

$$w(\alpha, \bar{\delta}) = \alpha^2 \bar{\delta} \cdot [F(\alpha, I_e)]^{-\frac{2}{3}}, \quad (11b)$$

здесь  $\alpha = \bar{z}^{-1} = a/\delta$ .

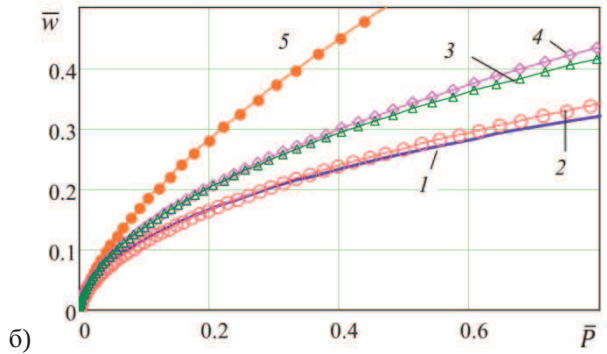
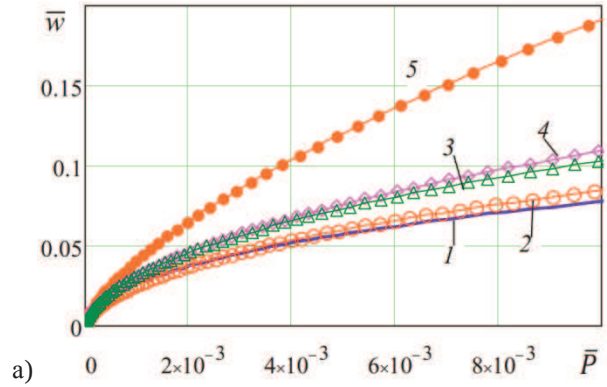


Рис. 2. Зависимости относительного внедрения от относительной нагрузки: а)  $\bar{\delta} = 0.2$ ; б)  $\bar{\delta} = 1$ .

На рис. 2 представлены зависимости относительного внедрения от относительной нагрузки: кривая 1 соответствует выражениям (11); кривая 2 — выражениям (3) и (4); кривая 3 и 4 — соответственно данным работ [2, выражение (2.39)] и [13, выражение (20)], приведенным к принятым обозначениям; кривая 5 соответствует внедрению сферы в упругое полупространство из материала покрытия.

**Контакт шероховатой поверхности через слой полимерного покрытия.** Используем дискретную модель шероховатости в виде набора сферических сегментов радиусом  $R$ , высотой  $\omega R_{\max}$  и радиусом основания  $a_c$  [28]. Схема взаимодействия отдельной неровности представлена на рис. 1. Принимая функцию распределения неровностей  $\varphi_n(u)$  непрерывной, определим число неровностей в слое между уровнями  $u$  и  $u + du$ :

$$dn_r = n_c \varphi'_n(u) du, \quad (12)$$

где  $n_c = A_c / (\pi a_c^2)$ ,  $A_c$  — контурная площадь.

При описании опорной кривой бета-функцией плотность функции распределения неровностей по высоте описывается выражением:

$$\varphi'_n(u) = \frac{u^{p-2} (1-u)^{q-2} [(p-1)(1-u)(q-1)u]}{\varepsilon_s^{p-1} (1-\varepsilon_s)^{q-1}}, \quad (13)$$

где  $p$  и  $q$  — параметры бета-функции, которые определяются высотными параметрами шероховатости;  $\varepsilon_s$  определяется из условия  $\varphi_n(\varepsilon_s) = 1$ ;  $\omega = 1 - \varepsilon_s$ .



При описании опорной кривой параболой имеем:

$$\varphi'_n(u) = (v-1) \frac{u^{v-2}}{\varepsilon_s^{v-1}}, \quad (14)$$

где  $v$  — параметр опорной кривой.

Используя решение задачи Герца о внедрении сферы на величину  $h_i = R_{\max}(\varepsilon - u)$  в упругое полупространство, определяем необходимое для этого усилие  $N_i$ :

$$N_i = \frac{4}{3} E_{01}^* R^{\frac{1}{2}} R_{\max}^{\frac{3}{2}} (\varepsilon - u)^{\frac{3}{2}}. \quad (15)$$

Суммируя по всем неровностям и учитывая, что  $R = a_c^2 / (2\omega R_{\max})$ , получим:

$$N = \frac{8}{3} n_c a_c \omega R_{\max} \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} E_{01i}^* \left( \frac{\varepsilon - u}{2\omega} \right)^{\frac{3}{2}} \varphi'_n(u) du \quad (16)$$

Для определения  $E_{01i}^* = E_1^* \cdot F_i(\bar{z}_i)$  используем выражения (5) – (7). Величину  $\bar{z}_i$  представим в виде:

$$\bar{z}_i = \frac{\delta}{a_i} = \frac{\delta}{a_c} \cdot \frac{a_c}{a_{ri}} = \gamma \cdot \eta_i^{-0.5}, \quad (17)$$

где  $\gamma = \delta / a_c$ ,  $a_i \equiv a_{ri}$ ,  $\eta_i = a_{ri}^2 / a_c^2$ .

Тогда:

$$F_i = F_i(\gamma, \eta_i, I_e) = F_i(\gamma, \varepsilon, u, I_e), \quad (18)$$

так как:

$$\eta_i = \frac{\varepsilon - u}{2\omega}. \quad (19)$$

Используя выражение (7), имеем:

$$F_i(\gamma, \varepsilon, u, I_e) = \frac{\pi/2}{\pi/2 - K_1(\gamma, \varepsilon, u) + K_0(\gamma, \varepsilon, u) \cdot I_e}. \quad (20)$$

Значения  $K_1(\gamma, \varepsilon, u)$  рассчитываются по выражению (7) с учетом (17) и (19).

Подставляя выражение (20) в (16) и учитывая, что  $q_c = N/A_c$ , получим:

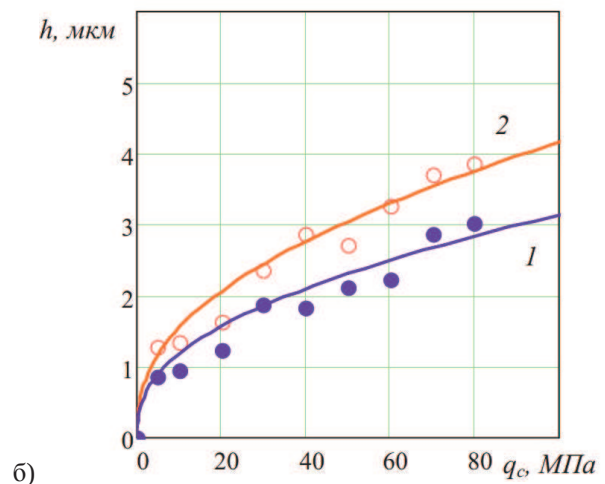
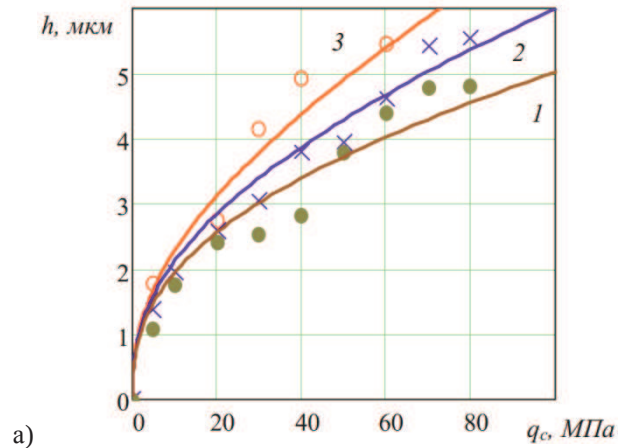
$$q_c = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{\omega R_{\max}}{a_c} E_1^* \times \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} F_i(\gamma, \varepsilon, u, I_e) \cdot \left( \frac{\varepsilon - u}{2\omega} \right)^{\frac{3}{2}} \varphi'_n(u) du, \quad (21)$$

или в безразмерной форме:

$$F_{q1} = \frac{q_c a_c}{\omega R_{\max} E_1^*} = \frac{8}{3\pi} \cdot \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} F_i(\gamma, \varepsilon, u, I_e) \cdot \left( \frac{\varepsilon - u}{2\omega} \right)^{\frac{3}{2}} \varphi'_n(u) du. \quad (22)$$

На рис. 3 представлены зависимости сближения шероховатой поверхности и полимерного слоя от номинального давления, рассчитанные в среде Mathcad

по выражению (21). Точками обозначены предварительно «оцифрованные» экспериментальные данные, приведенные в работе [2, рис. 3.14]. В расчетах использовались следующие параметры шероховатости:  $R_{\max} = 8.25$  мкм,  $R = 20$  мкм,  $b = 1.9$ ,  $v = 1.59$ , что соответствует параметрам  $p = 2.05$  и  $q = 2.5$  при описании опорной кривой бета-функцией. Как видно (рис. 3), результаты расчетов и экспериментов по внедрению шероховатой поверхности в полимерные покрытия удовлетворительно совпадают, средние отклонения для каждой кривой не превышают 11 %.



**Рис. 3.** Зависимости сближения шероховатой поверхности и полимерного слоя от номинального давления а – фторопластовое покрытие ФБФ-74Д (1 – при  $\delta=12$  мкм; 2 – при  $\delta=25$  мкм; 3 – «массивный» материал; б – пленки лавсановая  $\delta=25$  мкм (кривая 1) и полиамидная ПМ-1,  $\delta=45$  мкм (кривая 2)

**Обсуждение полученных результатов.** Проверка инженерных решений по исследованию изменения модуля упругости в зависимости от отношения радиуса пятна контакта к толщине полимерного покрытия  $\alpha$  проводилась по двум направлениям. Во-первых, сравнивались результаты использования предлагаемых решений при внедрении сферы в полимерный слой; во-вторых, исследовалось применение лучшего решения для расчета величины внедрения шероховатой поверхности в полимерный слой разной толщины и с разными механическими характеристиками.

Так как приближенное решение осесимметричной контактной задачи для упругого слоя конечной толщины [11] предполагает жесткую «нелицевую» поверхность, что близко к рассматриваемому случаю – полимерному слою, то полученный по внедрению сферы результат должен быть нижней границей по использованию предлагаемых решений. Верхняя граница должна соответствовать внедрению сферы в полупространство из материала покрытия. На рис. 2 нижняя и верхняя границы соответствуют кривым 2 и 5. Как видно на рис. 2, ближе всех к решению [11] расположена зависимость (кривая 1), основанная на подходах, предложенных в работах [17–19, 21]. Кривые 3 и 4 расположены несколько выше, что, возможно, объясняется погрешностями аппроксимации предлагаемых инженерных решений при  $I_e = 0.002...0.01$ .

При контактировании шероховатой поверхности через полимерный слой учитывалось, что каждой неровности соответствует определенный модуль упругости, который определяется уровнем вершины и величиной сближения. Таким образом, предлагаемое инженерное решение по изменению модуля упругости проверялось интегрально для всех неровностей одновременно. Полученные результаты показали высокую чувствительность предлагаемого метода к изменению толщины покрытия и его механических свойств.

### Заключение

1. В большинстве случаев решения контактных задач для тел с изменяющимися по глубине механическими характеристиками не позволяют применять полученные результаты для решения практических задач трения, изнашивания и герметичности.

2. Более простыми в этом плане являются инженерные методы решения контактных задач на основе упрощающих гипотез, например, представление слоистого тела как конструкции с особыми механическими свойствами, зависящими от механических свойств материалов основания и покрытия, толщины покрытия.

3. Анализ предлагаемых инженерных решений показал преимущества метода, основанного на жесткостной модели слоистого тела. При этом эффективный модуль упругости и коэффициент Пуассона определяются для любых значений толщин покрытия при осесимметричном нагружении слоистого полупространства.

4. Предлагаемое инженерное решение по изменению эффективного модуля упругости хорошо сочетается с дискретной моделью шероховатости, что позволяет успешно определять контактные характеристики при взаимодействии шероховатой поверхности со слоистым телом.

### Литература

1. Уплотнения и уплотнительная техника: справочник / под ред. А.И. Голубева, Л.А. Кондакова. 2-е изд. М.: Машиностроение, 1994. 448 с.
2. Макушкин А.П. Полимеры в узлах трения и уплотнениях при низких температурах М.: Машиностроение, 1993. 288 с.
3. Торская Е.В. Моделирование фрикционного взаимодействия тел с покрытиями: дис. ... д-ра техн. наук. М., 2014. 251 с.

4. Александров В.М., Мхитарян С.М. Контактные задачи для тел с упругими покрытиями и прослойками. М.: Наука, 1983. 488 с.
5. Александров В.М. Механика и научно-технический прогресс. М., 1988. Т. 3. С. 170-180.
6. Айзикович С.М., Александров В.М., Трубчик И.С., Крнев Л.И. Внедрение сферического индентора в полупространство с функционально-градиентным упругим покрытием // Докл. Акад. наук: [сб.]. 2008. Т. 418, № 2. С. 186.
7. Айзикович С.М., Александров В.М., Васильев А.С., Крнев Л.И., Трубчик И.С. Аналитические решения смешанных осесимметричных задач для функционально-градиентных сред. М.: Физматлит, 2011.
8. Giannakopoulos A.T., Suresh T. Indentation of solids with gradients in elastic properties. Part I Point force // Int J Solids Struct. 1997, № 34 (19). P. 2357-2392.
9. Giannakopoulos A.E., Suresh S. Indentation of solids with gradients in elastic properties. Part II Axisymmetric indenters // Int J Solids Struct. 1997, № 34 (19). P. 2393-2428.
10. Потележко В.П. Задача Буссинеску для двухслойного полупространства // Механика и физика процессов на поверхности и в контакте твердых тел и деталей машин. 2006. № 2. С. 27-32.
11. Аргатов И.И. Приближенное решение осесимметричной контактной задачи для упругого слоя конечной толщины // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2004. № 6. С. 35-40.
12. Воронин Н.А. Топокомпозиты – новый класс конструкционных материалов триботехнического назначения Ч. 1 // Трение и износ. 1999. Т. 20, № 3. С. 313-320.
13. Воронин Н.А. Применение теории упругого контакта Герца к расчету напряженно-деформированного состояния слоистого упругого тела // Трение и износ. 1993. Т. 14, № 2. С. 250-258.
14. Воронин Н.А. Особенности и прикладной аспект механики контактного взаимодействия жесткого сферического штампа с упругопластичным слоистым полупространством // Механика и физика процессов на поверхности и в контакте твердых тел, деталей технологического и энергетического оборудования. 2006. № 2. С. 32-55.
15. Огар П.М., Максимова О.В., Автушко А.Н., Устюжанин Е.В. К расчету напряженно-деформированного состояния слоистого упругого тела // Труды Братского государственного университета. Сер. Естественные и инженерные науки. 2006. № 2. С. 297-302.
16. Огар П.М., Ключев Е.А., Максимова О.В. Инженерная методика определения упругих характеристик топокомпозитов // Системы. Методы. Технологии. 2009. № 1. С. 19-22.
17. Огар П.М., Тарасов В.А., Федоров И.Б. Управление жесткостью контактных систем уплотнительных соединений // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 1. С. 22-27.
18. Ogar P.M., Tarasov V.A. Determination of the Elastic Characteristics of Bodies with Thin Coatings // Advanced Materials Research. 2013. Vol. 677. P. 267-272.
19. Огар П.М., Горохов Д.Б., Кожевников А.С. Эффективный модуль упругости слоистого тела // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2016. № 4 (52). С. 37-42.
20. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
21. Кожевников А.С. Новое инженерное решение для определения эффективного модуля упругости слоистого тела // Труды Братского государственного университета. Сер. Естественные и инженерные науки. 2016. № 2. С. 70-76.
22. Огар П.М., Максимова О.В., Автушко А.Н., Устюжанин Е.В. Контакт шероховатой поверхности со слоистым упругим полупространством // Труды Братского государственного университета. Сер. Естественные и инженерные науки. 2016. № 2. С. 70-76.

венного университета. Сер. Естественные и инженерные науки. 2006. № 2. С. 302-307.

23. Огар П.М., Максимова О.В., Тарасов В.А. Влияние толщины покрытия на относительную площадь контакта сопряжений деталей машин // Системы. Методы. Технологии. 2009. № 2. С. 13-15.

24. Ogar P.M., Tarasov V.A., Gorokhov D.B. The influence of coating thickness on the relative area of triounits contact // Advanced Materials Research. 2015. Vol. 1061-1062. С. 614-618.

25. Огар П.М., Беляева О.В., Алпатов Ю.Н. Контактное взаимодействие жесткой шероховатой поверхности с упругим полупространством через слой вязкоупругого покрытия // Системы. Методы. Технологии. 2011. № 2(10). С. 10-14.

26. Огар П.М., Тарасов В.А., Турченко А.В. Контактное взаимодействие жесткой шероховатой поверхности через слой упругопластического покрытия // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2012. № 3. С. 42-45.

27. Огар П.М., Тарасов В.А., Турченко А.В. Влияние толщины упругопластического покрытия на относительную площадь контакта // Системы. Методы. Технологии. 2012. № 4. С. 14-17.

28. Огар П.М., Горохов Д.Б., Кожевников А.С. Контактные задачи в герметологии неподвижных соединений. Братск: Изд-во БрГУ, 2017. 242 с.

#### References

1. Seals and sealing equipment: a handbook: spravochnik / pod red. A.I. Golubeva, L.A. Kondakova. 2-e izd. M.: Mashinostroyeniye, 1994. 448 p.

2. Makushkin A.P. Polymers in friction and seal assemblies at low temperatures. M.: Mashinostroyeniye, 1993. 288 p.

3. Torskaya E.V. Modeling of frictional interaction of bodies with coatings: dis. ... d-ra tekhn. nauk. M., 2014. 251 p.

4. Aleksandrov V.M., Mkhitarian S.M. Contact problems for bodies with elastic coatings and interlayers. M.: Nauka, 1983. 488 p.

5. Aleksandrov V.M. Mechanics and scientific and technical progress. M., 1988. V. 3. P. 170-180.

6. Aizikovich S.M., Aleksandrov V.M., Trubchik I.S., Krenev L.I. The introduction of a spherical indenter into a half-space with a functionally gradient elastic coating // Dokl. Akad. nauk: [sb.]. 2008. V. 418, № 2. P. 186.

7. Aizikovich S.M., Aleksandrov V.M., Vasil'ev A.S., Krenev L.I., Trubchik I.S. Analytical solutions of mixed axisymmetric problems for functional gradient media. M.: Fizmatlit, 2011.

8. Giannakopoulos A.T., Suresh T. Indentation of solids with gradients in elastic properties. Part I. Point force // Int J Solids Struct. 1997, № 34 (19). P. 2357-2392.

9. Giannakopoulos A.E., Suresh S. Indentation of solids with gradients in elastic properties. Part II. Axisymmetric indenters // Int J Solids Struct. 1997, № 34 (19). P. 2393-2428.

10. Potelezhko V.P. The Bousinescu problem for a two-layer half-space // Mekhanika i fizika protsessov na poverkhnosti i v kontakte tverdykh tel i detalei mashin. 2006. № 2. P. 27-32.

11. Argatov I.I. Approximate solution of an axisymmetric contact problem for an elastic layer of finite thickness // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2004. № 6. P. 35-40.

12. Voronin N.A. Topocomposites are a new class of structural materials tribological // Journal of Friction and Wear. 1999. V. 20, № 3. P. 313-320.

13. Voronin N.A. Application of the theory of the elastic Hertz contact to the calculation of the stress-strain state of a layered elastic body // Journal of Friction and Wear. 1993. V. 14, № 2. P. 250-258.

14. Voronin N.A. Features and applied aspect of the mechanics of the contact interaction of a rigid spherical die with an elastoplastic layered half-space // Mekhanika i fizika protsessov na poverkhnosti i v kontakte tverdykh tel, detalei tekhnologicheskogo i energeticheskogo oborudovaniya. 2006. № 2. P. 32-55.

15. Ogar P.M., Maksimova O.V., Avtushko A.N., Ustyuzhanin E.V. The calculation of the stress-strain state of a layered elastic body // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki. 2006. № 2. P. 297-302.

16. Ogar P.M., Klyuchev E.A., Maksimova O.V. Engineering method for determining the elastic characteristics topocompositions // Systems. Methods. Technologies. 2009. № 1. P. 19-22.

17. Ogar P.M., Tarasov V.A., Fedorov I.B. Stiffness control of contact systems of sealing joints // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2013. № 1. P. 22-27.

18. Ogar P.M., Tarasov V.A. Determination of the Elastic Characteristics of Bodies with Thin Coatings // Advanced Materials Research. 2013. Vol. 677. P. 267-272.

19. Ogar P.M., Gorokhov D.B., Kozhevnikov A.S. The effective modulus of elasticity of a layered body // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2016. № 4 (52). P. 37-42.

20. Dzhonson K. Contact mechanics. M.: Mir, 1989. 510 p.

21. Kozhevnikov A.S. New engineering solution for determining the effective modulus of elasticity of a layered body // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki. 2016. № 2. P. 70-76.

22. Ogar P.M., Maksimova O.V., Avtushko A.N., Ustyuzhanin E.V. Contact of a rough surface with a layered elastic half-space // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki. 2006. № 2. P. 302-307.

23. Ogar P.M., Maksimova O.V., Tarasov V.A. The influence of the coating thickness on the relative area of contact conjugations of machine parts // Systems. Methods. Technologies. 2009. № 2. P. 13-15.

24. Ogar P.M., Tarasov V.A., Gorokhov D.B. The influence of coating thickness on the relative area of triounits contact // Advanced Materials Research. 2015. Vol. 1061-1062. P. 614-618.

25. Ogar P.M., Belyaeva O.V., Alpatov Yu.N. Contact interaction of rigid rough surface with elastic half-space through viscoelastic coating layer // Systems. Methods. Technologies i. 2011. № 2 (10). P. 10-14.

26. Ogar P.M., Tarasov V.A., Turchenko A.V. Rough rigid surface contacting through the elastoplastic coating layer // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2012. № 3. P. 42-45.

27. Ogar P.M., Tarasov V.A., Turchenko A.V. Effect of the thickness of the elastoplastic coating on the relative contact area // Systems. Methods. Technologies. 2012. № 4. P. 14-17.

28. Ogar P.M., Gorokhov D.B., Kozhevnikov A.S. Contact tasks in hermetology of fixed joints. Bratsk: Izd-vo BrGU, 2017. 242 p.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

УДК 004.94, 621.316, 681.51

DOI: 10.18324/2077-5415-2017-4-108-114

## Устранение фликера в сетях с установками распределенной генерации на основе согласованно настроенных регуляторов

Ю.Н. Булатов<sup>1 а</sup>, А.В. Крюков<sup>2 б</sup><sup>1</sup>Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия<sup>2</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия<sup>а</sup>bulatovyura@yandex.ru, <sup>б</sup>and\_kryukov@mail.ru

Статья поступила 4.10.2017, принята 8.10.2017

*Применение установок распределенной генерации (РГ) в электроэнергетических системах (ЭЭС) является интенсивно развивающимся направлением, позволяющим разгрузить сети, снизить потери мощности и энергии, повысить надежность и устойчивость ЭЭС. Влияние РГ на качество электроэнергии неоднозначно. С одной стороны, наличие таких установок позволяет поддерживать требуемые уровни напряжений в узлах сети. С другой — в сетях с РГ могут возникать колебания напряжения и частоты, приводящие к появлению фликера, под которым понимается ощущение неустойчивости зрительного восприятия. Процессы, протекающие в сетях с РГ при появлении фликера, недостаточно изучены, поэтому исследования вопросов возникновения и устранения этого нежелательного явления имеют несомненную актуальность. В статье представлены результаты моделирования режимов сети с установками РГ, реализованными на основе синхронных генераторов. Исследования проводились для следующих режимов: у генераторов отсутствовали регуляторы напряжения и частоты; использование согласованно и несогласованно настроенных регуляторов; применение прогностических алгоритмов для управления напряжением и частотой установок РГ. Полученные результаты показали, что при включении и отключении нагрузки в сетях с нерегулируемыми генераторами наблюдается фликер, вызванный колебаниями напряжения и частоты. К такому же эффекту может приводить и несогласованная настройка регуляторов возбуждения и частоты синхронных генераторов установок РГ. Результаты моделирования показали, что устранение фликера возможно путем применения согласованной настройки этих регуляторов; при этом использование прогностических алгоритмов, наряду с устранением фликера, позволяет повысить устойчивость и улучшить качество управления напряжением и частотой.*

**Ключевые слова:** установки распределенной генерации; фликер; согласованная настройка регуляторов.

## Elimination of flicker in networks with distributed generators on the basis of coordinated adjustment of regulators

Yu.N. Bulatov<sup>1 а</sup>, A.V. Kryukov<sup>2 б</sup><sup>1</sup>Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia<sup>2</sup>Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevsky St., Irkutsk, Russia<sup>а</sup>bulatovyura@yandex.ru, <sup>б</sup>and\_kryukov@mail.ru

Received 4.10.2017, accepted 8.10.2017

*The use of distributed generators (DG) in electrical power systems (EPS) is an intensively developing trend that makes it possible to unload the networks, reduce power and energy losses, increase the reliability and stability of EPS. The influence of DG on quality of electricity is controversial. On the one hand, the availability of such installations allows maintaining the required voltage levels at network nodes. On the other hand, the networks equipped with DG may witness the voltage and frequency oscillations, leading to a flicker that means a sense of instability in visual perception. The processes, taking place in the networks with DG when the flicker occurs, have not been sufficiently studied. Therefore, the studies of problems related to appearance and elimination of this undesirable phenomenon are of undoubted relevance. The article covers the results of simulation of network modes with DG implemented on the basis of synchronous generators. The studies were carried out for the following modes: the generators lacked voltage and frequency regulators; application of coordinated and uncoordinated regulators; application of prognostic algorithms to control the voltage and frequency of the DG. The obtained results showed that the flicker occurs in the networks with uncontrolled generator when applying and removing the load. Such flicker is caused by voltage and frequency oscillations. The same effect can be caused by uncoordinated adjustment of field regulator and frequency regulators of synchronous distributed generators. The simulation results showed that the flicker can be eliminated by applying a coordinated adjustment of these regulators; besides, the use of prognostic algorithms, along with flicker elimination, improves stability and quality of voltage and frequency control.*

**Keywords:** distributed generators; flicker; coordinated adjustment of regulators.



### Введение

В современных электроэнергетических системах (ЭЭС) начинают внедряться установки распределенной генерации (РГ), к которым можно отнести источники электроэнергии (ЭЭ), находящиеся в непосредственной близости от потребителей:

- нетрадиционные источники ЭЭ, например, ветровые турбины, солнечные панели, топливные элементы;
- когенерационные установки малой и средней мощности, работающие на основе газотурбинных и парогазовых технологий;
- мини- и микроГЭС.

Применение установок РГ позволяет разгрузить электрическую сеть, снизить потери мощности и энергии, повысить надежность и «живучесть» ЭЭС. Кроме того, возникают новые возможности формирования рынков электроэнергии и освобождаются пропускные способности связей [1]. Однако распределенная генерация оказывает неоднозначное влияние на качество ЭЭ. С одной стороны, наличие установок РГ позволяет поддерживать уровни напряжений в узлах сети, уменьшать несимметрию и гармонические искажения [2–7]. С другой — генераторы небольшой мощности могут вызывать колебания напряжения, которые приводят к появлению неустойчивости зрительного восприятия, или фликера [1; 8; 9]. Фликер связан с взаимодействием оборудования и динамическим поведением машин. В работах [1; 9] отмечается, что возникновение фликера обычно происходит при резком снижении напряжения в узле подключения установки РГ; при этом применение регуляторов напряжения и частоты у генераторов установок РГ может значительно усложнить ситуацию, особенно если регуляторы не настроены должным образом.

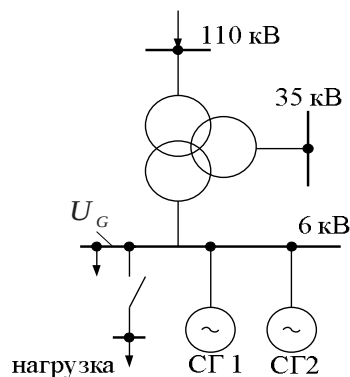
При широком использовании установок РГ очень важна точная оценка их воздействия на электрическую сеть, что позволяет избежать ухудшения качества электроэнергии. Поэтому исследование вопросов возникновения и устранения фликера в электрических сетях с установками РГ имеет несомненную актуальность.

В статье представлены результаты моделирования фликера в сети с установками РГ, реализованными на основе синхронных турбогенераторов с автоматическими регуляторами возбуждения (АРВ) и частоты вращения (АРЧВ). Для анализа использовались методы спектрального анализа и вейвлет-преобразования.

**Описание модели исследуемой сети и регуляторов синхронных генераторов.** Исследования проводились в системе MATLAB для модели системы электроснабжения (СЭС) с установками РГ применительно к схеме, показанной на рис. 1. Схема модели исследуемой СЭС представлена на рис. 2.

Моделировалась СЭС с нагрузкой потребителей  $5 + j2,4$  МВ·А, связанная с питающей ЭЭС (блок System) через трансформатор 110/35/6 кВ. В состав СЭС входила установка РГ, реализованная на основе двух турбогенераторов (блоки *Synchronous Machine*) с номинальной мощностью 3,125 МВ·А каждый и напряжени-

ем 6,3 кВ. Генераторы моделировались блоками *Synchronous Machine pu Fundamental*, входящими в состав библиотеки *SymPowerSystems*. На рис. 3 представлена структурная схема модели паровой турбины (блок *Steam turbine* на рис. 2). При моделировании использовались следующие параметры турбогенератора:  $X_d = 2,34$  о.е.,  $E_q = 1,25$  о.е.,  $U_g = 1$  о.е.,  $T_{je} = 8,669$  с,  $\delta = 46,9$  эл. град.



**Рис. 1.** Схема системы электроснабжения с установками РГ: СГ — синхронный генератор

Модели тиристорных систем возбуждения (блоки *Exciter1* и *Exciter2*) реализованы на основе уравнений, приведенных в [10]. Входные усилители моделировались аperiодическими звеньями первого порядка с коэффициентом усиления  $k_a$  и постоянной времени  $T_a$ ; при этом принято допущение о линейной характеристике этого элемента. Таким же образом осуществляется моделирование тиристорного возбудителя с коэффициентом  $k_e$ , постоянной времени  $T_e$  и блоком ограничения напряжения. В моделях использовались следующие значения параметров системы возбуждения:  $k_a = 1$ ;  $T_a = 0,001$  с;  $k_e = 1$ ;  $T_e = 0,025$  с.

Для регулирования частоты вращения ротора и напряжения генераторов использовались модели АРВ (блок MARE) и АРЧВ (блок *Automatic regulator of rotor speed*), представляющие собой пропорционально-интегрально-дифференциальные (ПИД) регуляторы, описываемые следующими комплексными передаточными коэффициентами [11]:

1) блок АРВ:

$$W_{ARE} = \frac{1 + 0,5j\omega}{0,5j\omega} \cdot (W_{ARE}^U + W_{ARE}^\omega),$$

где  $W_{ARE}^U = k_{0u} - \frac{0,02 k_{1u} j\omega}{0,06 j\omega + 1}$  — комплексный передаточный коэффициент канала АРВ по напряжению;

$W_{ARE}^\omega = \frac{2 k_{0\omega} j\omega}{(2 j\omega + 1)(0,02 j\omega + 1)} + \frac{0,05 k_{1\omega} j\omega}{0,05 j\omega + 1}$  — комплексный передаточный коэффициент канала АРВ по частоте;  $k_{0u}$ ,  $k_{1u}$ ,  $k_{0\omega}$  и  $k_{1\omega}$  — коэффициенты настройки каналов АРВ;

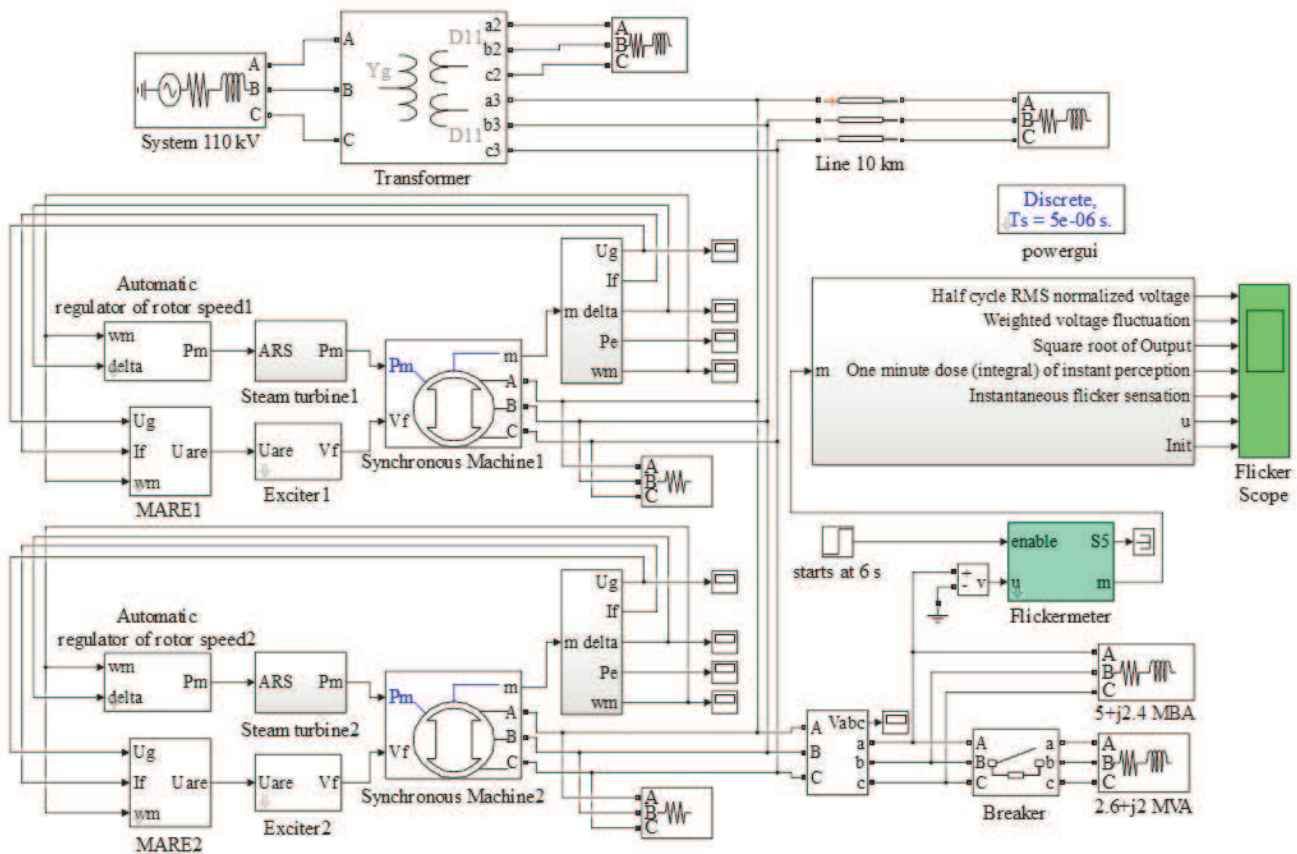


Рис. 2. Схема модели исследования в MATLAB

2) блок АРЧВ:

$$W_{ARF} = \left( k_p + \frac{k_i}{0,1j\omega} + \frac{k_d j\omega}{j\omega + 1} \right) \cdot \frac{1}{0,01j\omega + 1},$$

где  $k_p$ ,  $k_i$ ,  $k_d$  — искомые коэффициенты настройки АРЧВ;  $W_{ARF}$  — частотная передаточная функция АРЧВ.

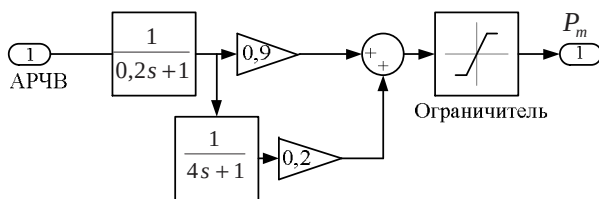


Рис. 3. Структурная схема используемой модели паровой турбины с учетом промежуточного отбора пара

В модели также использовались прогностические алгоритмы управления, описание которых приведено в [12–14].

Измерения колебаний напряжения и частоты выполнялись с помощью осциллографов. Режимы, приводящие к возникновению фликера, создавались путем подключения к узлу с установками РГ дополнительной нагрузки и ее отключения через 0,1 с.

В модели (рис. 2) также использовался стандартный блок *Flickermetr*, реализующий цифровой фликерметр в соответствии с международным стандартом МЭК

61000-4-15. Модель цифрового фликерметра позволяет измерять следующие параметры: среднеквадратическое значение напряжения для каждого полупериода; взвешенное колебание напряжения, полученное после пропускания через специальный фильтр; интегральная одномоментная доза фликера; мгновенное ощущение мерцания (мгновенная доза фликера).

**Описание результатов исследования.** Исследования проводились для следующих режимов работы установок РГ:

- 1) без регуляторов напряжения и частоты;
- 2) с согласованно и несогласованно настроенными АРВ и АРЧВ;
- 3) с использованием прогностических алгоритмов в АРВ и АРЧВ.

Проведенные вычислительные эксперименты показали, что при отключенных АРВ и АРЧВ высока вероятность потери устойчивости и возникновения асинхронного хода при подключении дополнительной нагрузки в узле присоединения установок РГ. Такие процессы возникали при подключении в момент времени 5 с дополнительной нагрузки мощностью 6,73 МВ·А (нагрузка сравнима с мощностью двух турбогенераторов, присоединенных к узлу). В этом случае появлялись колебания частоты вращения роторов генераторов (рис. 4), что приводило к колебаниям напряжения на шинах потребителя 6 кВ (рис. 5). Эти колебания могут распространяться по всей сети.



Рис. 4. Осциллограммы частоты вращения ротора турбогенератора при подключении дополнительной нагрузки в узле

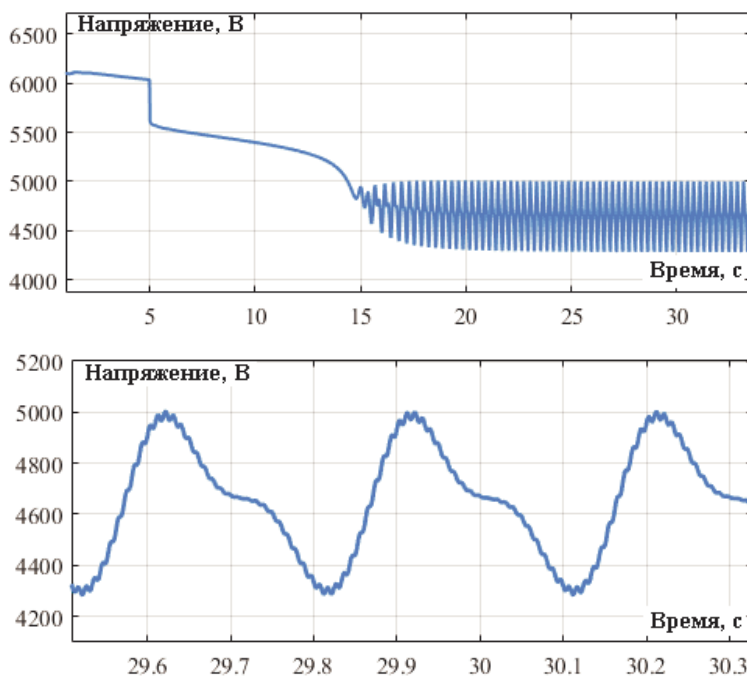


Рис. 5. Осциллограммы действующего напряжения турбогенератора при подключении дополнительной нагрузки в узле

На рис. 6 представлена зависимость мгновенной дозы фликера от времени, которая нарастает с увеличением размаха колебаний напряжения (рис. 5). Зависимость мгновенной дозы фликера от взвешенного колебания напряжения (стандартный выход модели фликерметра в MATLAB) представлена на рис. 7. Этот график показывает, что при увеличении взвешенного колебания напряжения увеличивается мгновенная доза фликера.

При работе турбогенераторов с несогласованно настроенными АРВ и АРЧВ, настройки которых выбирались из практических соображений, при включении в момент  $t = 10$  с и отключении через 0,1 с мощной нагрузки также возникали колебания частоты и напряжения, приводящие к появлению фликера в узле присоединения установки РГ. Соответствующие осциллограммы и зависимости представлены на рис. 8, 9 и 10.

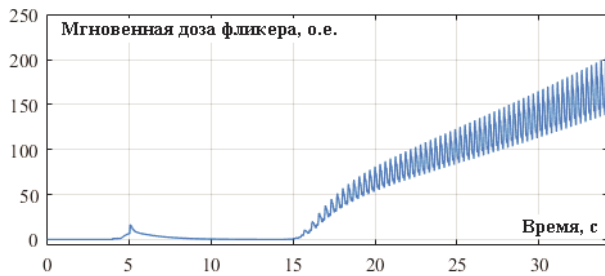


Рис. 6. Показание фликерметра

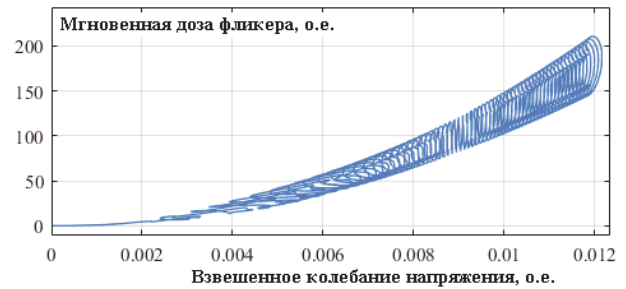
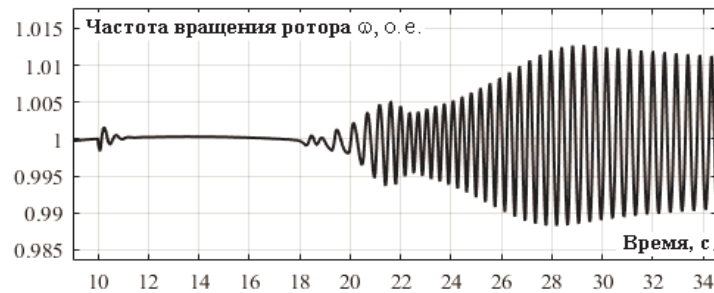
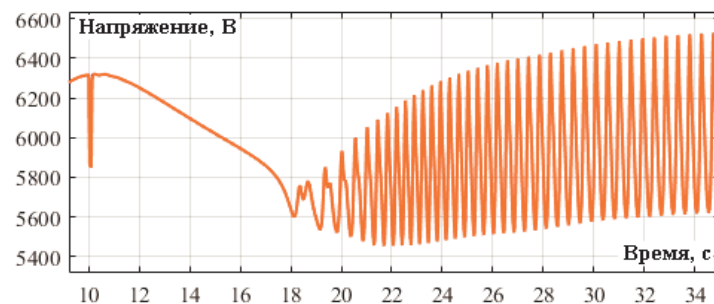


Рис. 7. Зависимость фликера от колебания напряжения



а)



б)

Рис. 8. Колебания частоты вращения ротора генератора (а) и напряжения в узле присоединения установки РГ (б)



Рис. 9. Показание фликерметра

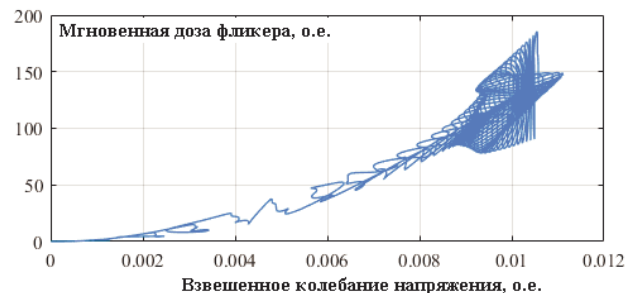


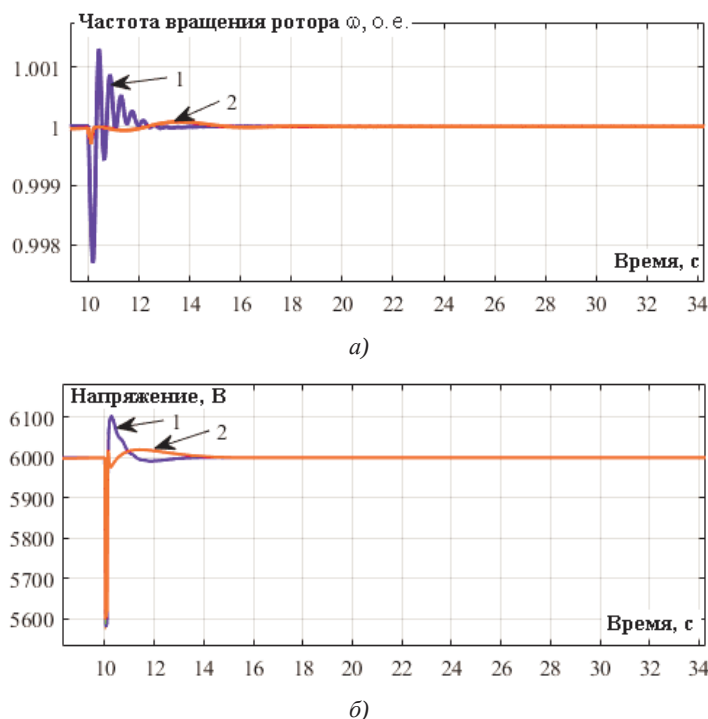
Рис. 10. Зависимость фликера от колебания напряжения

Для устранения фликера предлагается использовать методику согласованной настройки АРВ и АРЧВ [6; 7; 11] и прогностические алгоритмы [12–14].

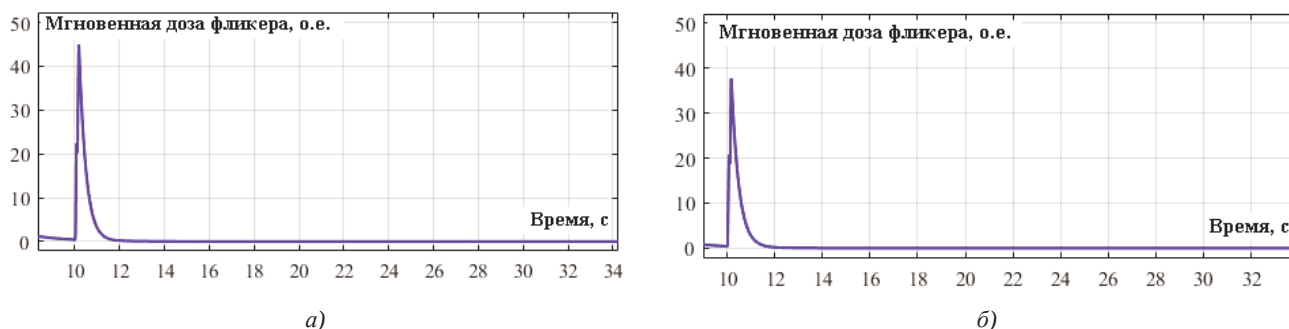
Проведенные исследования показывают, что применение согласованно настроенных регуляторов и прогностических алгоритмов управления позволяет решить проблему возникновения фликера. Осциллограммы напряжения и частоты вращения ротора генератора при резком изменении нагрузки у потребителя и показания фликерметра, подтверждающие данные выводы, представлены на рис. 11 и 12. Из представленных осциллограмм видно, что применение согласованной настройки АРВ и

АРЧВ позволяет устранить фликер, возникающий при подключении мощной нагрузки в узле присоединения установки РГ, а прогностические алгоритмы управления частотой и возбуждением турбогенераторов обеспечивают повышение устойчивости, полностью устраняют фликер и улучшают качество управления напряжением и частотой. Положительный эффект по устранению фликера виден также из приведенной ниже таблицы: среднее и максимальные значения мгновенной дозы фликера определялись на интервале моделирования от 10 до 35 с, который учитывал скачок дозы фликера в момент возникновения возмущения.





**Рис. 11.** Осциллограммы частоты вращения ротора генератора (а) и напряжения в узле присоединения установки РГ (б): 1 — генераторы работали с АРВ и АРЧВ при согласованной настройке; 2 — генераторы работали с использованием прогностических согласованно настроенных АРВ и АРЧВ



**Рис. 12.** Показание фликерметра (доза фликера): а — генераторы работали с АРВ и АРЧВ при согласованной настройке; б — генераторы работали с использованием прогностических согласованно настроенных АРВ и АРЧВ

*Данные фликерметра при различных режимах работы установок РГ*

| Режимы                                                     | Среднее значение дозы фликера, о.е. | Максимальное значение дозы фликера, о.е. |
|------------------------------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------------|
| 1. Без регуляторов                                         | 78,6                                | 209,4                                    |
| 2. С несогласованно настроенными АРВ и АРЧВ                | 62,3                                | 185,2                                    |
| 3. С согласованно настроенными АРВ и АРЧВ                  | 0,7                                 | 44,9                                     |
| 4. С прогностическими согласованно настроенными АРВ и АРЧВ | 0,6                                 | 37,8                                     |

### Заключение

На основе компьютерного моделирования системы электроснабжения с установками РГ можно сделать следующие выводы:

1. При резких возмущениях, вызванных включением и отключением дополнительной нагрузки, в узлах с нерегулируемыми установками РГ, реализованными на основе синхронных турбогенераторов, наблюдается фликер, сопровождающийся колебаниями напряжения и частоты.

2. Выявлено, что несогласованная настройка регуляторов установок РГ также может приводить к возникновению фликера.

3. Использование прогностических алгоритмов управления в согласованно настроенных АРВ и АРЧВ турбогенераторов установок РГ позволяет повысить устойчивость, полностью устраняет фликер и улучшает качество управления напряжением и частотой.

## Литература

1. Воропай Н.И. Распределенная генерация в электроэнергетических системах [Электронный ресурс]: Тригенерация.ru: сайт. URL. <http://www.combienergy.ru/stat/983-Raspredelennaya-generaciya-v-elektroenergeticheskikh-sistemah> (дата обращения: 30.09.2017).
2. Mohsen F.N., Amin M.S., Hashim H. Application of smart power grid in developing countries, IEEE 7th International Power Engineering and Optimization Conference (PEOCO), 2013. DOI:10.1109/PEOCO.2013.6564586.
3. Bernd M. Buchholz, Zbigniew A. Styczynski. Smart Grids – Fundamentals and Technologies in Electricity Networks // Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2014. 396 p.
4. Булатов Ю.Н., Крюков А.В., Чан Зюй Хынг. Улучшение качества электроэнергии нетяговых потребителей путем применения автоматически управляемых установок распределенной генерации // Системы Методы Технологии. 2014. № 4 (24). С.73-79.
5. Булатов Ю.Н., Крюков А.В., Чан Зюй Хынг. Нечеткие регуляторы для ветрогенерирующих установок // Изв. высш. учеб. заведений. Проблемы энергетики. 2014. № 7-8. С. 60-69.
6. Булатов Ю.Н. Автоматические регуляторы установок распределенной генерации в системах электроснабжения железных дорог // Транспортная инфраструктура Сибирского региона. 2017. Т. 1. С. 684-689.
7. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V. Optimization of automatic regulator settings of the distributed generation plants on the basis of genetic algorithm // 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). IEEE Conference Publications. 2016. P. 1-6.
8. Jenkins N., Allan R., Grossley P., Kirschen D., Strbac G. Embedded Generation. London: IEE, 2000. 273 p.
9. Barker Ph. P., De Mello R.W. Determining the Impact of Distributed Generation on Power Systems: Part 1 - Radial Distribution Systems // 2000 IEEE PES Summer Meeting, Seattle, WA, USA. 2000. July 11-15. P. 222-233.
10. Anderson P.M., Fouad A.A. Power System Control and Stability. Second Edition. IEEE Press, 2003. 688 p.
11. Булатов Ю.Н., Крюков А.В., Чан Зюй Хынг. Сетевые кластеры в системах электроснабжения железных дорог. Иркутск: ИрГУПС, 2015. 205 с.
12. Булатов Ю.Н., Крюков А.В., Нгуен В. Х. Применение прогностических регуляторов для управления режимами систем электроснабжения с установками распределенной генерации // Электроэнергетика глазами молодежи-2016: материалы VII Междунар. науч.-технической конф., 19-23 сент. 2016 г. Казань, 2016. Т. 3. С.157-160.
13. Булатов Ю.Н., Крюков А.В., Нгуен В.Х. Применение прогностических регуляторов в установках распределенной генерации систем электроснабжения железных дорог // Транспортная инфраструктура Сибирского региона. 2016. Т. 1. С. 573-578.
14. Булатов Ю.Н., Крюков А.В., Нгуен В.Х. Автопрогностический регулятор частоты вращения ротора генератора установки распределенной генерации // Науч. вестн. Новосиб. гос. техн. ун-та. 2017. № 1 (66). С. 15-25.
15. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.
16. Горбань И.И. Статистически неустойчивые процессы: связь с фликер, неравновесными, фрактальными и цветными

шумами // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2012. Т. 55, № 3. С. 3-16.

## References

1. Voropai N.I. Distributed generation in electric power systems [Elektronnyi resurs]: Trigeneratsiya.ru: sait. URL. <http://www.combienergy.ru/stat/983-Raspredelennaya-generaciya-v-elektroenergeticheskikh-sistemah> (data obrashcheniya: 30.09.2017).
2. Mohsen F.N., Amin M.S., Hashim H. Application of smart power grid in developing countries, IEEE 7th International Power Engineering and Optimization Conference (PEOCO), 2013. DOI:10.1109/PEOCO.2013.6564586.
3. Bernd M. Buchholz, Zbigniew A. Styczynski. Smart Grids - Fundamentals and Technologies in Electricity Networks // Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2014. 396 p.
4. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V., Chan Zyui Khyng. Quality improvement for the electric power of non-traction power consumers by using automatically controlled installations of distributed generation // Systems Methods Technologies. 2014. № 4 (24). P. 73-79.
5. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V., Chan Zyui Khyng. Fuzzy regulators for wind generators // Proceedings of the higher educational institutions. Energy Sector Problems. 2014. № 7-8. P. 60-69.
6. Bulatov Yu.N. Automatic regulators of distributed generation systems in the systems of electric supply of railways // Transportnaya infrastruktura Sibirskogo regiona. 2017. T. 1. P. 684-689.
7. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V. Optimization of automatic regulator settings of the distributed generation plants on the basis of genetic algorithm // 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). IEEE Conference Publications. 2016. P. 1-6.
8. Jenkins N., Allan R., Grossley P., Kirschen D., Strbac G. Embedded Generation. London: IEE, 2000. 273 p.
9. Barker Ph. P., De Mello R.W. Determining the Impact of Distributed Generation on Power Systems: Part 1 - Radial Distribution Systems // 2000 IEEE PES Summer Meeting, Seattle, WA, USA. 2000. July 11-15. P. 222-233.
10. Anderson P.M., Fouad A.A. Power System Control and Stability. Second Edition. IEEE Press, 2003. 688 p.
11. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V., Chan Zyui Khyng. Network clusters in systems of power supply of the railroads. Irkutsk: IrGUPS, 2015. 205 p.
12. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V., Nguen V. Kh. The use of predictive regulators to control the modes of power systems with distributed generation plants // Elektroenergetika glazami molo-dezhi-2016: materialy VII Mezhdunar. nauch.-tekhnicheskoi konf., 19-23 sent. 2016 g. Kazan', 2016. T. 3. P. 157-160.
13. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V., Nguen V.Kh. Application of prognostic regulators in installations for distributed generation of power supply systems for railways // Transportnaya infrastruktura Sibirskogo regiona. 2016. T. 1. P. 573-578.
14. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V., Nguen V.Kh. An automatic prognostic controller of the distributed generator rotor speed // Scientific Bulletin of NSTU. 2017. № 1 (66). P. 15-25.
15. Marpl S.L. Digital spectral analysis and its applications. M.: Mir, 1990. 584 p.
16. Gorban' I.I. Statistically unstable processes: connection with flicker, nonequilibrium, fractal and color noise // Radioelectronics and Communications Systems. 2012. T. 55, № 3. P. 3-16.

## Методика оценки прихода суммарной солнечной радиации на наклонные поверхности с использованием многолетних архивов метеорологических данных

В.А. Шакиров

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия  
mynovember@mail.ru

Статья поступила 2.08.2017, принята 4.10.2017

*Проекты использования солнечной энергии требуют большого внимания к оценке суммарной солнечной радиации, поступающей на наклонные поверхности. Проводимые в настоящее время исследования в основном не учитывают рассеянную и отраженную радиацию и основываются на данных о погоде, полученных за период 1936–1980 гг. К настоящему времени многолетние статистически необработанные данные о погоде в населенных пунктах могут быть получены на интернет-ресурсах. Благодаря совершенствованию средств измерения данные о погоде последних лет позволяют учесть климатические изменения, произошедшие за последние десятилетия. Предлагается методика оценки суммарной солнечной радиации, поступающей на наклонные поверхности, с использованием многолетних архивов метеорологических данных. Рассматривается методика оценки солнечной радиации, поступающей на горизонтальную поверхность, с использованием формулы Кастрова. Учет рассеянной радиации, поступающей на горизонтальную поверхность, проводится по формуле Берлаге. Рассматриваются две модели оценки рассеянной солнечной радиации, поступающей на наклонные поверхности — Хей и Клачера. Для оценки отраженной солнечной радиации используется изотропная модель. Рассматриваются две модели учета облачности — по общей облачности, а также по общей и нижней облачности. Представлены результаты оценки средней за месяц общей и нижней облачности за период с 2005 по 2016 гг. Приводятся результаты оценки прямой, рассеянной и отраженной солнечной радиации, поступающей на наклонную под углом широты местности поверхность для с. Оленёк (Республика Саха (Якутия)).*

**Ключевые слова:** солнечная энергия; рассеянная радиация; отраженная радиация; облачность.

## A technique for estimating global solar radiation on inclined surfaces using multi-year archives of meteorological data

V.A. Shakirov

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia  
mynovember@mail.ru

Received 2.08.2017, accepted 4.10.2017

*Projects for the use of solar energy require great attention to the assessment of total solar radiation entering inclined surfaces. Current research generally does not take into account diffuse and reflected radiation entering inclined surfaces. In addition, many studies are based on weather data obtained during the period 1936–1980. To date, long-term statistically unprocessed weather data in populated areas can be obtained on Internet resources. By improving the means of measurement, weather data from recent years make it possible to take into account the climatic changes that have occurred in recent decades. A technique is proposed for estimating the total solar radiation arriving at inclined surfaces using multi-year archives of meteorological data. A technique for estimating solar radiation arriving at a horizontal surface using the Kastrov formula is considered. Accounting for the diffuse radiation entering the horizontal surface is carried out according to the Berlage formula. The Hay's and Klucher's models for estimating the diffuse solar radiation entering the inclined surfaces are considered. An isotropic model is used to estimate the reflected solar radiation. Two models of cloud accounting are considered: for total cloud cover, and for general and lower cloud cover. The results of estimating the average monthly average and lower cloud cover for the period from 2005 to 2016 are presented. The results of the estimation of direct, diffuse and reflected solar radiation arriving at a slope at an angle of latitude of the terrain for the village of Olenyok of the Republic of Sakha (Yakutia) are given.*

**Keywords:** solar energy; diffuse radiation; reflected radiation; cloud cover.

### Введение

Согласно энергетической стратегии России на период до 2030 г. существенная роль отводится развитию использования возобновляемых источников энергии и энергоносителей. Вовлечение в топливно-энергетический баланс возобновляемых источников энергии по-

зволяет сбалансировать энергетический спрос и снизить экологическую нагрузку со стороны предприятий энергетики на окружающую среду [1].

По существующим оценкам, технический ресурс возобновляемых источников энергии, преобладающую долю в котором имеет потенциал использования энер-

гии солнца и ветра, составляет не менее 4,5 млрд т условного топлива в год, что более чем в 4 раза превышает объем потребления всех топливно-энергетических ресурсов России [1].

Экономический потенциал солнечной энергии в России составляет порядка 2,5 млн т условного топлива [2]. Естественной сферой применения солнечных установок являются зоны децентрализованного тепло- и электроснабжения [2], площадь которых оценивается в 60 % территории страны.

При разработке проектов использования солнечной энергии большое внимание необходимо уделять точности оценки прихода суммарной солнечной радиации. К настоящему времени разработаны многочисленные модели оценки прямой, рассеянной и отраженной солнечной радиации, поступающей на наклонные приемные поверхности [3–16]. Большое влияние на поступающую радиацию оказывает облачность [3; 4; 17]. В исследованиях, как правило, используются справочные данные об облачности, оценка которой проводилась в период с 1936 по 1980 гг. [18]. К настоящему времени многолетние статистически необработанные данные о погоде в населенных пунктах могут быть получены на интернет-ресурсах, таких как *rp5.ru*, *pogodaiklimat.ru*, *en.tutitempo.net*. Использование данных о погоде последних лет позволяет учесть климатические изменения, произошедшие за последние десятилетия, а также совершенствование средств измерения.

Предлагается методика оценки суммарной солнечной радиации на наклонные поверхности с использованием многолетних архивов метеорологических данных.

**Методика оценки суммарной солнечной радиации, поступающей на наклонную поверхность.** Суммарная солнечная радиация, поступающая на наклонную плоскость, включает три составляющие:

$$Q_{\text{накл}} = S_{\text{накл}} + D_{\text{накл}} + R_{\text{накл}}, \quad (1)$$

где  $Q_{\text{накл}}$  — суммарная солнечная радиация, падающая на наклонную поверхность,  $Bm/m^2$ ;  $S_{\text{накл}}$  — прямое солнечное излучение, падающее на наклонную поверхность,  $Bm/m^2$ ;  $D_{\text{накл}}$  — рассеянное солнечное излучение, поступающее на наклонную поверхность,  $Bm/m^2$ ;  $R_{\text{накл}}$  — отраженная от земной поверхности радиация,  $Bm/m^2$ .

Рассмотрим методику расчета прямой солнечной радиации, поступающей на наклонную поверхность.

Значение  $S_{\text{накл}}$  определяется в соответствии с выражением:

$$S_{\text{накл}} = S_{\text{орт}} \cos \theta, \quad (2)$$

где  $S_{\text{орт}}$  — прямое солнечное излучение на ортогональную лучам плоскость,  $Bm/m^2$ ;  $\theta$  — угол падения прямого солнечного излучения на поверхность,  $rad$ .

Значение  $S_{\text{орт}}$  определяется по формуле Кастрова [3]:

$$S_{\text{орт}} = \frac{S_0 \sin \alpha}{\sin \alpha + c}, \quad (3)$$

где  $S_0$  — солнечная радиация у верхней границы земной атмосферы,  $Bm/m^2$ ;  $\alpha$  — высота Солнца,  $rad$ ;  $c$  — величина, характеризующая степень прозрачности атмосферы:

$$S_0 = S_0^* \left( 1 + 0,033 \cos \left( \frac{360}{365} d \right) \right), \quad (4)$$

где  $S_0^*$  — солнечная постоянная, равная  $1\,380\, Bm/m^2$ ;  $d$  — порядковый номер дня года, отсчитываемый с 1 января.

Высота солнца определяется известной формулой [3]:

$$\sin \alpha = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \omega, \quad (5)$$

где  $\phi$  — широта местности,  $rad$ ;  $\delta$  — угол склонения солнца,  $rad$ ;  $\omega$  — часовой угол солнца,  $rad$ .

Угол склонения солнца может быть найден по формуле:

$$\delta = \delta_0 \sin \left( 360 \frac{284 + d}{365} \right), \quad (6)$$

где  $\delta_0$  — максимальное склонение, равное  $23,45^\circ$ .

Часовой угол солнца определяется:

$$\omega = 15(t - t_{\text{полд}}) + E(t) + (\psi - \psi_{\text{зоны}}), \quad (7)$$

где  $t$  — рассматриваемый момент времени, ч;  $t_{\text{полд}}$  — местное время солнечного полдня в той часовой зоне, в которую попадает приемная площадка, ч;  $E(t)$  — уравнение времени;  $\psi$  — географическая долгота площадки,  $rad$ ;  $\psi_{\text{зоны}}$  — географическая долгота той меридиональной плоскости, в которой полдень совпадает с истинным солнечным полднем,  $rad$ .

Уравнение времени:

$$E(t) = 7,53 \cos(B) + 1,5 \sin(B) - 9,87 \sin(2B), \quad (8)$$

$$B = 360 \frac{d - 81}{365}. \quad (9)$$

Поскольку восход Солнца во времени суток на произвольно ориентированной приемной площадке не может произойти раньше, чем для горизонтальной приемной площадки, из-за ограничения прямой видимости по горизонту, то часовые углы восхода и захода необходимо определить по формулам:

$$\omega_{\text{в}}^{\beta\gamma} = \max \left[ \omega_{\text{в}}^{\text{г}} \cup 2 \arctg \left( \frac{-C + \sqrt{C^2 - A^2 + B^2}}{A - B} \right) \right], \quad (10)$$

$$\omega_{\text{з}}^{\beta\gamma} = \min \left[ \omega_{\text{з}}^{\text{г}} \cup 2 \arctg \left( \frac{-C + \sqrt{C^2 - A^2 + B^2}}{A - B} \right) \right], \quad (11)$$

где:

$$A = (\sin \phi \cos \beta - \cos \phi \sin \beta \cos \gamma) \sin \delta, \quad (12)$$

$$B = (\cos \phi \cos \beta + \sin \phi \sin \beta \cos \gamma) \cos \delta, \quad (13)$$

$$C = \sin \beta \sin \gamma \cos \delta, \quad (14)$$

где  $\beta$  — угол наклона приемной площадки,  $rad$ ;  $\gamma$  — азимут приемной площадки,  $rad$ .

Угол падения прямого солнечного излучения на поверхность  $\theta$  в выражении (2) может быть определен с помощью [6]:



$$\cos \theta = \sin \delta \sin \phi \cos \beta - \sin \delta \cos \phi \sin \beta \cos \gamma + \\ + \cos \delta \cos \phi \cos \beta \cos \omega + \cos \delta \sin \phi \sin \beta \cos \gamma \cos \omega +, \quad (15) \\ + \cos \delta \sin \beta \sin \gamma \sin \omega$$

Рассмотрим методику расчета рассеянной солнечной радиации, поступающей на наклонную поверхность. Могут использоваться изотропная [4] или анизотропные модели [13–16]. Применение изотропной модели может привести к значительным отклонениям оценок от действительных [4, 13–16].

Анизотропная модель Дж. Хейя может быть представлена следующими формулами [13–16]:

$$D_{\text{накл}} = D_{\text{гор}} \left[ F_{\text{Hay}} \frac{\cos \theta}{\sin \alpha} + (1 - F_{\text{Hay}}) \cos^2 \frac{\beta}{2} \right], \quad (16)$$

$$F_{\text{Hay}} = \frac{Q_{\text{гор}} - D_{\text{гор}}}{S_{0\text{гор}}}, \quad (17)$$

где  $S_{0\text{гор}}$  — внеатмосферная радиация, поступающая на горизонтальную поверхность,  $\text{Вт/м}^2$ ;  $D_{\text{гор}}$  — поток рассеянной солнечной энергии на горизонтальную поверхность,  $\text{Вт/м}^2$ ;  $Q_{\text{гор}}$  — поток суммарной солнечной радиации на горизонтальную поверхность,  $\text{Вт/м}^2$ .

Параметр  $D_{\text{гор}}$  можно определить по формуле Берлаге [3]:

$$D_{\text{гор}} = \frac{1}{3} (S_0 - S_{\text{орт}}) \cdot \sin \alpha, \quad (18)$$

Суммарная радиация на горизонтальную поверхность  $Q_{\text{гор}}$  можно определить по формуле:

$$Q_{\text{гор}} = S_{\text{гор}} + D_{\text{гор}}, \quad (19)$$

где  $S_{\text{гор}}$  — прямая радиация на горизонтальную поверхность,  $\text{Вт/м}^2$ :

$$S_{\text{гор}} = S_{\text{орт}} \sin \alpha \quad (20)$$

Внеатмосферная радиация, поступающая на горизонтальную поверхность, определяется [16]:

$$S_{0\text{гор}} = \frac{12 \cdot 3,6}{\pi} S_0 (\cos \phi \cos \delta (\sin \omega_2 - \sin \omega_1) + \\ + \frac{\pi (\omega_2 - \omega_1)}{180} \sin \phi \sin \delta) \quad (21)$$

где  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  — часовые углы Солнца в начале и конце временного интервала.

Анизотропная модель Кларера может быть представлена следующими формулами [14–16]:

$$D_{\text{накл}} = D_{\text{гор}} \cos^2 \frac{\beta}{2} \left( 1 + F \sin^3 \frac{\beta}{2} \right) \left( 1 + F \cos^2 \theta \cdot \sin^3 \theta_z \right), \quad (22)$$

где  $F$  — модулирующая функция, учитывая покрытие неба облаками;  $\theta_z$  — зенитный угол Солнца,  $\text{рад}$ :

$$F = 1 - \left( \frac{D_{\text{гор}}}{Q_{\text{гор}}} \right)^2. \quad (23)$$

Согласно исследованиям [15], модель Дж. Хейя занижает оценку рассеянной радиации на наклонную поверхность, но не более 7 %; модель Кларера дает завышенные оценки летом и заниженные — весной, но

не более 5 % для приемных поверхностей наклоном до  $60^\circ$ . Для площадок с большим уклоном погрешность моделей возрастает.

Рассмотрим модель оценки отраженной радиации, поступающей на наклонную поверхность. Для расчета отраженной радиации в большинстве исследований используют изотропную модель [13, 14]:

$$R_{\text{накл}} = \frac{Q_{\text{гор}} A_k (1 - \cos \beta)}{2}, \quad (24)$$

где  $A_k$  — альбеда земной поверхности, о.е.

**Учет влияния облачности на поступающую суммарную радиацию на наклонную поверхность с использованием данных метеостанций.** Можно выделить два подхода к учету влияния облачности на радиацию, поступающую на наклонную поверхность. Первый из них основан на учете общей облачности, второй — на учете визуальных оценок облачности [3].

Влияние общей облачности на суммарную радиацию можно оценить по формуле Т.Г. Берлянд [3; 17]:

$$Q_{\text{накл,обл}} = (S_{\text{накл}} + D_{\text{накл}} + R_{\text{накл}}) (1 - (a + bn)n), \quad (25)$$

где  $a$  — коэффициент, зависящий от среды и от широты местности;  $b$  — коэффициент, который можно считать постоянным и равным 0,38;  $n$  — общая облачность в долях единицы.

Формула (25) дает удовлетворительно точные результаты при вычислении по ней многолетних средних для данного месяца суточных сумм радиации. Среднее отклонение вычисленных сумм от измеренных составляет 8–10 % без учета знака отклонения и около 3 % с учетом знака [3]. Таким образом, метод расчета по общей облачности можно считать вполне применимым для определения средних месячных характеристик радиационного климата [3].

Оценки суммарной радиации, выполненные с учетом только общей облачности, как правило, оказываются заниженными, так как наличие на солнечном диске облаков, вообще говоря, не означает прекращения притока прямой радиации [3]. Повысить точность оценки позволяет учет нижней облачности, регистрация которой проводится на метеостанциях СССР и России с 1929 г.

В соответствии с методикой П.П. Кузьмина [3; 19]:

$$Q_{\text{накл,обл}} = Q_{\text{накл}} (1 - A \cdot l - B \cdot (n - l)), \quad (26)$$

где  $A$ ,  $B$  — эмпирические коэффициенты, характеризующие ослабление суммарной радиации облачностью нижнего и нижнего со средним ярусов;  $l$  — нижняя облачность, выраженная в долях единицы.

Согласно исследованиям, для умеренных широт России  $A = 0,65$ ,  $B = 0,33$ ; для арктических широт:  $A = 0,62$ ,  $B = 0,24$  [19]. Использование формулы (26) для умеренных широт позволяет получить оценки с погрешностью до 10 % для умеренных широт и до 15 % для арктических широт. В целом учет нижней облачности улучшает оценки суммарной радиации [19].

Для оценки общей и нижней облачности предлагается использовать данные, предоставляемые интернет-ресурсами. Например, на [r5.ru](http://r5.ru) представлены сведения

об измерениях, проводимых в среднем 8 раз в сутки за период с 2005 г. Имеется возможность экспорта данных в формате Excel. Промежуточные между измерениями оценки общей и нижней облачности в исследовании вычислялись линейной интерполяцией.

**Оценка суммарной радиации на наклонную поверхность в селе Оленёк (Республика Саха (Якутия)).** Село Оленёк — административный центр Оленёкского улуса, имеет численность 2 144 чел. по данным 2017 г. Оленёкский улус расположен в зоне децентрализованного электроснабжения — потребители получают питание от дизельных электростанций. Доставка дизельного топлива в арктические улусы является сложным многозвенным процессом, в связи с чем себестоимость электроэнергии может достигать нескольких десятков рублей [20]. Использование солнечной энергии снизит потребление дизельного топлива, повысит экономическую эффективность и надежность электроснабжения потребителей [21–24].

В соответствии с формулами (18) – (20) на первом этапе была определена солнечная радиация, поступающая на горизонтальную поверхность (табл. 1).

На втором этапе производился расчет солнечной радиации, поступающей на наклонную под углом широты местности поверхность по формулам (1), (2), (16), (22), (24). Результаты представлены в табл. 2, 3.

На третьем этапе с помощью программы Sun-MCA, разработанной автором, были обработаны данные архивов погоды за 2005–2016 гг. Результаты представлены в табл. 4, 5.

С использованием (25), (26) проведена оценка суммарной солнечной радиации, поступающей на наклонную поверхность, с учетом облачности (табл. 6, 7).

Таблица 1

*Поступающая на горизонтальную поверхность  
прямая, рассеянная и суммарная радиация*

| Период   | Прямая<br>радиация<br>$S_{гор}$<br>Вт · ч/м <sup>2</sup> | Рассеянная<br>радиация<br>$D_{гор}$<br>Вт · ч/м <sup>2</sup> | Суммарная<br>радиация<br>$Q_{гор}$<br>Вт · ч/м <sup>2</sup> |
|----------|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| Январь   | 224,86                                                   | 583,58                                                       | 808,44                                                      |
| Февраль  | 8 272,16                                                 | 6 324,04                                                     | 14 596,19                                                   |
| Март     | 4 5276,09                                                | 19 173,12                                                    | 64 449,21                                                   |
| Апрель   | 111 194,50                                               | 29 769,64                                                    | 140 964,14                                                  |
| Май      | 179 168,63                                               | 42 680,19                                                    | 221 848,82                                                  |
| Июнь     | 218 450,43                                               | 43 992,60                                                    | 262 443,03                                                  |
| Июль     | 202 039,43                                               | 44 040,56                                                    | 246 079,99                                                  |
| Август   | 140 164,94                                               | 34 433,01                                                    | 174 597,95                                                  |
| Сентябрь | 68 291,35                                                | 21 398,41                                                    | 89 689,75                                                   |
| Октябрь  | 17 060,93                                                | 10 939,09                                                    | 28 000,02                                                   |
| Ноябрь   | 894,19                                                   | 1 651,72                                                     | 2 545,91                                                    |
| Декабрь  | 0,00                                                     | 0,00                                                         | 0,00                                                        |
| Год      | 991 037,50                                               | 254 985,96                                                   | 1 246 023,45                                                |

Таблица 2

*Поступающая на наклонную поверхность  
прямая и рассеянная радиация*

| Период   | Прямая<br>радиация<br>$S_{накл}$ Вт · ч/м <sup>2</sup> | Рассеянная радиация                            |                                                    |
|----------|--------------------------------------------------------|------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
|          |                                                        | Модель Хея<br>$D_{накл}$ Вт · ч/м <sup>2</sup> | Модель Кларера<br>$D_{накл}$ Вт · ч/м <sup>2</sup> |
| Январь   | 5 720,69                                               | 2 117,59                                       | 598,88                                             |
| Февраль  | 58 999,49                                              | 16 963,08                                      | 7 859,89                                           |
| Март     | 136 781,39                                             | 32 670,93                                      | 22 907,56                                          |
| Апрель   | 179 852,98                                             | 34 107,25                                      | 31 355,73                                          |
| Май      | 191 573,37                                             | 36 120,80                                      | 40 280,08                                          |
| Июнь     | 193 273,39                                             | 32 488,44                                      | 39 639,53                                          |
| Июль     | 195 373,60                                             | 34 735,97                                      | 40 522,15                                          |
| Август   | 190 261,02                                             | 34 763,93                                      | 34 643,64                                          |
| Сентябрь | 161 290,24                                             | 32 457,10                                      | 24 626,51                                          |
| Октябрь  | 86 109,18                                              | 24 038,55                                      | 13 537,62                                          |
| Ноябрь   | 14 014,77                                              | 5 042,62                                       | 1 806,58                                           |
| Декабрь  | 0,00                                                   | 0,00                                           | 0,00                                               |
| Год      | 1 413 250,12                                           | 285 506,24                                     | 257 778,16                                         |

Таблица 3

*Поступающая на наклонную поверхность  
отраженная и суммарная радиация*

| Период   | Отраженная<br>радиация<br>$R_{накл}$ Вт · ч/м <sup>2</sup> | Суммарная радиация                                |                                                       |
|----------|------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
|          |                                                            | Модель<br>Хея<br>$Q_{накл}$ Вт · ч/м <sup>2</sup> | Модель<br>Кларера<br>$Q_{накл}$ Вт · ч/м <sup>2</sup> |
| Январь   | 204,86                                                     | 8 043,13                                          | 6 524,43                                              |
| Февраль  | 3 698,67                                                   | 79 661,24                                         | 70 558,05                                             |
| Март     | 16 331,40                                                  | 185 783,72                                        | 176 020,34                                            |
| Апрель   | 34 827,24                                                  | 248 787,47                                        | 246 035,95                                            |
| Май      | 40 756,58                                                  | 268 450,75                                        | 272 610,03                                            |
| Июнь     | 18 288,31                                                  | 244 050,13                                        | 251 201,22                                            |
| Июль     | 17 148,05                                                  | 247 257,62                                        | 253 043,80                                            |
| Август   | 12 719,87                                                  | 237 744,82                                        | 237 624,53                                            |
| Сентябрь | 9 375,03                                                   | 203 122,36                                        | 195 291,77                                            |
| Октябрь  | 6 208,29                                                   | 116 356,02                                        | 105 855,09                                            |
| Ноябрь   | 620,94                                                     | 19 678,33                                         | 16 442,29                                             |
| Декабрь  | 0,00                                                       | 0,00                                              | 0,00                                                  |
| Год      | 160 179,23                                                 | 1 858 935,59                                      | 1 831 207,51                                          |

Поступление солнечной радиации в декабре отсутствует в связи с периодом полярной ночи в селе Оленёк. Летом наблюдается полярный день.

Анализ табл. 2 показывает, что оценки рассеянной радиации, полученные с помощью модели Дж. Хея, имеют большее значение в зимние, весенние и осенние месяцы по сравнению с оценками, полученными с использованием модели Кларера. В летние месяцы мо-

дель Дж. Хейя, напротив, дает меньшие оценки по сравнению с оценками модели Кларера.

При оценке отраженной от поверхности земли радиации (табл. 3) используются данные об альбедо подстилающей поверхности. В арктических регионах в весенние месяцы альбедо имеет достаточно высокие

значения благодаря более долгому сохранению снежного покрова по сравнению с регионами умеренных широт.

Анализ табл. 4, 5 показывает, что район села Оленёк отличается высокой облачностью, особенно увеличивающейся в летний и осенний периоды.

Таблица 4

Общая облачность по данным архивов метеостанции за 2005–2016 гг.

| Месяц    | 2005 г. | 2006 г. | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. | 2011 г. | 2012 г. | 2013 г. | 2014 г. | 2015 г. | 2016 г. | Средняя |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Январь   | -       | 8,89    | 8,19    | 8,21    | 7,29    | 6,80    | 7,40    | 4,84    | 4,08    | 6,27    | 4,30    | 4,39    | 6,42    |
| Февраль  | 6,43    | 7,17    | 6,19    | 7,40    | 5,76    | 7,44    | 6,16    | 6,19    | 5,25    | 5,58    | 4,97    | 4,94    | 6,12    |
| Март     | 7,74    | 5,98    | 6,68    | 8,15    | 7,19    | 5,16    | 7,67    | 5,91    | 4,61    | 6,61    | 4,75    | 3,46    | 6,16    |
| Апрель   | 8,07    | 6,83    | 6,34    | 7,42    | 7,33    | 5,37    | 6,49    | 5,94    | 5,51    | 7,72    | 3,41    | 3,11    | 6,13    |
| Май      | 8,15    | 8,38    | 8,15    | 7,99    | 5,58    | 7,61    | 6,13    | 7,84    | 6,08    | 6,82    | 2,30    | 3,57    | 6,55    |
| Июнь     | 8,25    | 8,49    | 8,62    | 8,14    | 7,60    | 8,38    | 8,36    | 7,34    | 5,19    | 7,60    | 2,69    | 2,71    | 6,95    |
| Июль     | 8,53    | 7,92    | 8,35    | 9,36    | 6,78    | 8,29    | 7,00    | 7,39    | 5,17    | 6,89    | 3,21    | 3,22    | 6,84    |
| Август   | 9,48    | 8,99    | 8,87    | 9,22    | 7,75    | 8,58    | 7,63    | 8,76    | 8,87    | 7,46    | 4,74    | 3,90    | 7,85    |
| Сентябрь | 8,99    | 9,32    | 8,84    | 8,01    | 7,82    | 8,78    | 8,99    | 6,37    | 9,01    | 8,07    | 5,20    | 4,03    | 7,79    |
| Октябрь  | 9,13    | 8,85    | 9,41    | 9,05    | 8,14    | 8,72    | 9,18    | 7,86    | 7,98    | 8,94    | 5,65    | 6,03    | 8,25    |
| Ноябрь   | 7,65    | 8,11    | 8,68    | 6,24    | 7,96    | 7,93    | 6,46    | 6,89    | 8,45    | 6,33    | 5,33    | 6,14    | 7,18    |
| Декабрь  | -       | 8,89    | 8,19    | 8,21    | 7,29    | 6,80    | 7,40    | 4,84    | 4,08    | 6,27    | 4,30    | 4,39    | 6,42    |

Таблица 5

Нижняя облачность по данным архивов метеостанции за 2005–2016 гг.

| Месяц    | 2005 г. | 2006 г. | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. | 2011 г. | 2012 г. | 2013 г. | 2014 г. | 2015 г. | 2016 г. | Средняя |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Январь   | -       | 3,25    | 0,00    | 0,00    | 0,00    | 0,00    | 0,14    | 0,00    | 0,00    | 0,00    | 0,09    | 0,81    | 0,39    |
| Февраль  | 0,10    | 0,02    | 0,00    | 0,02    | 0,01    | 0,57    | 0,03    | 1,06    | 0,09    | 0,00    | 0,29    | 0,85    | 0,25    |
| Март     | 0,20    | 0,21    | 0,21    | 0,38    | 0,22    | 0,29    | 1,07    | 0,36    | 0,09    | 0,87    | 0,74    | 0,35    | 0,42    |
| Апрель   | 2,19    | 0,03    | 2,40    | 1,51    | 1,34    | 1,49    | 2,87    | 1,73    | 0,87    | 3,06    | 1,26    | 0,59    | 1,61    |
| Май      | 4,20    | 4,49    | 4,01    | 4,26    | 2,52    | 3,78    | 2,18    | 4,13    | 3,03    | 2,72    | 1,12    | 1,71    | 3,18    |
| Июнь     | 3,86    | 4,61    | 5,06    | 3,48    | 4,00    | 4,70    | 5,04    | 3,53    | 2,73    | 4,69    | 1,30    | 0,85    | 3,65    |
| Июль     | 4,14    | 3,34    | 5,30    | 6,30    | 3,31    | 3,75    | 3,32    | 2,30    | 3,02    | 3,91    | 1,83    | 1,15    | 3,47    |
| Август   | 6,47    | 4,86    | 5,91    | 5,99    | 3,36    | 4,82    | 3,63    | 4,15    | 4,61    | 4,85    | 3,09    | 2,09    | 4,49    |
| Сентябрь | 5,52    | 5,07    | 6,42    | 4,04    | 4,19    | 5,83    | 5,62    | 3,46    | 6,15    | 5,20    | 2,10    | 1,70    | 4,61    |
| Октябрь  | 5,10    | 2,57    | 4,15    | 4,36    | 4,18    | 4,37    | 4,26    | 3,10    | 2,72    | 4,18    | 2,12    | 3,18    | 3,69    |
| Ноябрь   | 0,99    | 0,67    | 0,53    | 0,36    | 1,09    | 1,84    | 0,54    | 0,24    | 1,70    | 0,85    | 1,84    | 3,20    | 1,15    |
| Декабрь  | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       | -       |

Таблица 6

Суммарная солнечная радиация, поступающая на наклонную поверхность, полученная с использованием модели Дж. Хейя и Кларера, с учетом общей облачности

| Период   | Суммарная радиация                        |                                           |
|----------|-------------------------------------------|-------------------------------------------|
|          | Модель Хейя                               | Модель Кларера                            |
|          | $Q_{\text{накл}}$ , Вт · ч/м <sup>2</sup> | $Q_{\text{накл}}$ , Вт · ч/м <sup>2</sup> |
| Январь   | 5712,47                                   | 4633,84                                   |
| Февраль  | 58205,13                                  | 51553,81                                  |
| Март     | 135320,45                                 | 128209,04                                 |
| Апрель   | 181711,74                                 | 179702,06                                 |
| Май      | 188266,90                                 | 191183,84                                 |
| Июнь     | 164201,16                                 | 169012,54                                 |
| Июль     | 168225,55                                 | 172162,27                                 |
| Август   | 143353,96                                 | 143281,43                                 |
| Сентябрь | 123599,64                                 | 118834,74                                 |
| Октябрь  | 66431,60                                  | 60436,26                                  |
| Ноябрь   | 12898,14                                  | 10777,08                                  |
| Декабрь  | 0,00                                      | 0,00                                      |
| Год      | 1247926,74                                | 1229786,91                                |

Таблица 7

Суммарная солнечная радиация, поступающая на наклонную поверхность, полученная с использованием модели Дж. Хейя и Кларера, с учетом общей и нижней облачности

| Период   | Суммарная радиация                        |                                           |
|----------|-------------------------------------------|-------------------------------------------|
|          | Модель Хейя                               | Модель Кларера                            |
|          | $Q_{\text{накл}}$ , Вт · ч/м <sup>2</sup> | $Q_{\text{накл}}$ , Вт · ч/м <sup>2</sup> |
| Январь   | 6684,10                                   | 5422,01                                   |
| Февраль  | 67182,48                                  | 59505,28                                  |
| Март     | 155380,85                                 | 147215,22                                 |
| Апрель   | 196955,99                                 | 194777,71                                 |
| Май      | 193802,55                                 | 196805,26                                 |
| Июнь     | 169465,83                                 | 174431,47                                 |
| Июль     | 174017,04                                 | 178089,29                                 |
| Август   | 152399,96                                 | 152322,85                                 |
| Сентябрь | 129590,82                                 | 124594,95                                 |
| Октябрь  | 77009,64                                  | 70059,65                                  |
| Ноябрь   | 15423,80                                  | 12887,41                                  |
| Декабрь  | 0,00                                      | 0,00                                      |
| Год      | 1337913,07                                | 1316111,11                                |

## Заключение

Полученные по результатам расчетов оценки солнечной радиации, поступающей на наклонную под углом широты местности поверхность, позволяют перейти к оценке экономической эффективности проектов использования солнечной энергии в селе Оленёк. Результаты учитывают как прямую, так и рассеянную, отраженную солнечную радиацию. Использование анизотропных моделей рассеянной радиации позволяет повысить точность оценки суммарной солнечной радиации. Оценка облачности выполнена с учетом не только общей, но и нижней облачности по данным архивов метеостанций за последние 12 лет. Представленная методика реализована в виде программы для ЭВМ Sun-MCA, что позволяет выполнять солнечные энергетические расчеты с учетом вышеизложенных факторов для любых районов России.

## Литература

1. Энергетическая стратегия России на период до 2030 года. М.: ГУ ИЭС, 2010. 184 с.
2. Справочник по ресурсам возобновляемых источников энергии России и местным видам топлива (показатели по территориям) / под ред. П.П. Безруких. М.: ИАЦ Энергия, 2007. 272 с.
3. Сивков С.И. Методы расчета характеристик солнечной радиации. Л.: Гидрометеиздат, 1968. 234 с.
4. Кондратьев К.Я., Пивоварова З.И., Федорова М.П. Радиационный режим наклонных поверхностей. Л.: Гидрометеиздат, 1978. 170 с.
5. Perez R., Seals R., Ineichen P., Stewart R., Menicucci D. A new simplified version of the Perez diffuse irradiance model for tilted surfaces // Solar Energy. 1987. Vol. 39. P. 221–231.
6. Duffie J.A., Beckman W.A. Solar engineering of thermal processes. – 2nd Edition, Wiley Interscience, New York, 1991. 919 p.
7. Kamali Gh. A., Moradi I., Khalili A. Estimating solar radiation on tilted surfaces with various orientations: a study case in Karaj (Iran) // Theoretical and Applied Climatology. 2006. Vol. 84. P. 235–241.
8. Loutzenhiser P.G., Manz H., Felsmann C., Strachan P.A., Frank T., Maxwell G.M. Empirical validation of models to compute solar irradiance on inclined surfaces for building energy simulation // Solar Energy. Vol. 81. 2007. P. 254–267.
9. Pandey C.K., Katiyar A.K. A note on diffuse solar radiation on a tilted surface // Energy. 2009. Vol. 34. P. 1764–1769.
10. Al-Rawahi N.Z., Zurigat Y.H. Al-Azri N.A. Prediction of Hourly Solar Radiation on Horizontal and Inclined Surfaces for Muscat/Oman // The Journal of Engineering Research. 2011. Vol. 8, № 2. P. 19–31.
11. Chandel S.S., Aggarwal R.K. Estimation of Hourly Solar Radiation on Horizontal and Inclined Surfaces in Western Himalayas // Smart Grid and Renewable Energy. 2011. Vol. 2. P. 45–55.
12. Souza A.P., Escobedo J.F. Estimates of Hourly Diffuse Radiation on Tilted Surfaces in Southeast of Brazil // International Journal of Renewable Energy Research. 2013. Vol. 3, № 1. P. 207–221.
13. Стадник В.В., Разгоняев Ю.В. Оценка суммарного прихода солнечной радиации, поступающей на наклонные

поверхности // Тр. Гл. геофизич. обсерватории им. А.И. Воейкова. 2008. № 557. С. 67–84.

14. Стадник В.В., Еорбаренко Е.В., Шиловцева О.А., Задворных В.А. Сравнение вычисленных и измеренных величин суммарной и рассеянной радиации, поступающей на наклонные поверхности, по данным наблюдений в метеорологической обсерватории МГУ // Тр. Гл. геофизич. обсерватории им. А.И. Воейкова. 2016. № 581. С. 138–154.

15. Ma C.C.Y., Iqbal M. Statistical comparison of models for estimating solar radiation on inclined surfaces // Solar Energy. 1983. Vol. 31, № 3. P. 313–317.

16. Maleki S.A.M., Hizam H., Gomes C. Estimation of Hourly, Daily and Monthly Global Solar Radiation on Inclined Surfaces: Models Re-Visited // Energies 2017. Vol. 10. № 1, P. 134–162.

17. Берлянд Т.Г. Методика климатологических расчетов суммарной радиации // Метеорология и гидрология. 1960. № 6. С. 9–12.

18. Научно-прикладной справочник по климату СССР. Сер. 3. Многолетние данные. Вып. 24. Якутская АССР. Л.: Гидрометеиздат, 1989. Кн. 1. 607 с.

19. Гальперин Б.М., Ченцова Т.А. О расчетах месячных сумм солнечной радиации по общей и нижней облачности // Труды ЛГМИ. 1972. Вып. 48. С. 119–124.

20. Дарбасов В.Р., Торговкина О.В. О комплексном развитии сельских территорий республики Саха (Якутия) // Экономический анализ: теория и практика. 2013. № 31 (334). С. 28–32.

21. Шарипова А.Р., Киушкина В.Р. Оценка основных производственных фондов малой энергетики северного энергорайона республики Саха (Якутия) // Промышленная энергетика. 2013. № 9. С. 11–13.

22. Санеев Б.Г., Иванова И.Ю., Тугузова Т.Ф. Возобновляемая энергетика на востоке России // Академия энергетика. 2014. № 4 (60). С. 28–33.

23. Иванова И.Ю. Возобновляемая энергетика на востоке России: прогнозы, барьеры, методы обоснования применения // Информационные и математические технологии в науке и управлении: тр. XVIII Байкальской Всерос. конф. Иркутск, 2013. С. 96–103.

24. Санеев Б.Г., Иванова И.Ю., Тугузова Т.Ф., Петров Н.А. Нетрадиционная энергетика в энергоснабжении изолированных потребителей регионов севера // Проблемы нетрадиционной энергетики: материалы науч. сессии Президиума Сиб. отд-ния РАН. Новосибирск, 2006. С. 55–70.

## References

1. Energy Strategy of Russia for the period up to 2030. M.: GU IES, 2010. 184 p.
2. Handbook on renewable energy resources of Russia and local types of fuel (indicators by territories) / pod red. P.P. Bezrukh. M.: IATs Energiya, 2007. 272 p.
3. Sivkov S.I. Methods for solar radiation estimation. L.: Gidrometeoizdat, 1968. 234 p.
4. Kondrat'ev K.Ya., Pivovarova Z.I., Fedorova M.P. Radiation mode of inclined surfaces. L.: Gidrometeoizdat, 1978. 170 p.
5. Perez R., Seals R., Ineichen P., Stewart R., Menicucci D. A new simplified version of the Perez diffuse irradiance model for tilted surfaces // Solar Energy. 1987. Vol. 39. P. 221–231.
6. Duffie J.A., Beckman W.A. Solar engineering of thermal processes. – 2nd Edition, Wiley Interscience, New York, 1991. 919 p.
7. Kamali Gh. A., Moradi I., Khalili A. Estimating solar radiation on tilted surfaces with various orientations: a study case in



Karaj (Iran) // Theoretical and Applied Climatology. 2006. Vol. 84. P. 235-241.

8. Loutzenhiser P.G., Manz H., Felsmann C., Strachan P.A., Frank T., Maxwell G.M. Empirical validation of models to compute solar irradiance on inclined surfaces for building energy simulation // Solar Energy. Vol. 81. 2007. P. 254-267.

9. Pandey C.K., Katiyar A.K. A note on diffuse solar radiation on a tilted surface // Energy. 2009. Vol. 34. P. 1764-1769.

10. Al-Rawahi N.Z., Zurigat Y.H. Al-Azri N.A. Prediction of Hourly Solar Radiation on Horizontal and Inclined Surfaces for Muscat/Oman // The Journal of Engineering Research. 2011. Vol. 8, № 2. P. 19-31.

11. Chandel S.S., Aggarwal R.K. Estimation of Hourly Solar Radiation on Horizontal and Inclined Surfaces in Western Himalayas // Smart Grid and Renewable Energy. 2011. Vol. 2. P. 45-55.

12. Souza A.P., Escobedo J.F. Estimates of Hourly Diffuse Radiation on Tilted Surfaces in Southeast of Brazil // International Journal of Renewable Energy Research. 2013. Vol. 3, № 1. P. 207-221.

13. Stadnik V.V., Razgonyaev Yu.V. Estimation of global solar radiation on inclined surfaces // Tr. Gl. geofizich. observatorii im. A.I. Voeikova. 2008. № 557. P. 67-84.

14. Stadnik V.V., Eorbarenko E.V., Shilovtseva O.A., Zad-vornyykh V.A. Comparison of the calculated and measured values of the global and diffuse radiation on inclined surfaces, according to observations at the meteorological observatory of the Moscow State University // Tr. Gl. geofizich. observatorii im. A.I. Voeikova. 2016. № 581. P. 138-154.

15. Ma C.C.Y., Iqbal M. Statistical comparison of models for estimating solar radiation on inclined surfaces // Solar Energy. 1983. Vol. 31, № 3. P. 313-317.

16. Maleki S.A.M., Hizam H., Gomes C. Estimation of Hourly, Daily and Monthly Global Solar Radiation on Inclined Surfaces: Models Re-Visited // Energies 2017. Vol. 10. № 1, P. 134-162.

17. Berlyand T.G. Method of climatological estimation of global radiation // Meteorologiya i Gidrologiya. 1960. № 6. P. 9-12.

18. Scientific and Applied Handbook on the Climate of the USSR. Ser. 3. Mnogoletnie dannye. Vyp. 24. Yakutskaya ASSR. L.: Gidrometeoizdat, 1989. Kn. 1. 607 p.

19. Gal'perin B.M., Chentsova T.A. Calculations of monthly sums of solar radiation in general and low-level cloud cover // Trudy LGMI. 1972. Vyp. 48. P. 119-124.

20. Darbasov V.R., Torgovkina O.V. On the integrated development of rural areas of the Sakha Republic (Yakutia) // Economic Analysis: Theory and Practice. 2013. № 31 (334). P. 28-32.

21. Sharipova A.R., Kiushkina V.R. Estimation of the fixed business assets of small-scale power in the northern energy district of the Republic of Sakha (Yakutia) // Industrial Power Engineering. 2013. № 9. P. 11-13.

22. Saneev B.G., Ivanova I.Yu., Tuguzova T.F. Renewable energy in the east of Russia // Akademiya energetiki. 2014. № 4 (60). P. 28-33.

23. Ivanova I.Yu. Renewable energy in Russia's east: forecasts, barriers, feasibility study methods // Informatsionnye i matematicheskie tekhnologii v nauke i upravlenii: tr. XVIII Baikal'skoi Vseros. konf. Irkutsk, 2013. P. 96-103.

24. Saneev B.G., Ivanova I.Yu., Tuguzova T.F., Petrov N.A. Non-conventional power energy in the power supply of isolated consumers in the regions of the north // Problemy netraditsionnoi energetiki: materialy nauch. sessii Prezidiuma Sib. otd-niya RAN. Novosibirsk, 2006. P. 55-70.

## Метод последовательных приближений в решении задач аналитического описания численных данных

К.Е. Лисицкий

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

lisitskiyke@gmail.com

Статья поступила 16.10.2017, принята 21.10.2017

*Электроприемники с резкопеременным режимом работы вызывают колебания напряжения в электрической сети, которые обуславливают возникновение изменяющегося светового потока искусственных источников света, воспринимаемого человеком как фликер. При снижении напряжения питания яркость свечения лампы накаливания также снижается, при увеличении — увеличивается. Изменения яркости лампы при систематических перепадах питающего напряжения негативно сказываются на самочувствии человека, вызывая сильное утомление. Оценка колебаний напряжения в действующей электрической сети выполняется по моделируемому с помощью фликерметров уровню фликера. Моделирование уровня фликера осуществляется в соответствии с нормализованной частотной характеристикой прибора (НЧХП). В действующем стандарте эта характеристика представлена в табличной форме, что затрудняет ее использование при анализе колебаний напряжения во всем спектре частот восприятия фликера. Кроме того, достоверная оценки фликера и уровня колебаний напряжения в электрической сети усложняется тем, что в действующем стандарте параметры НЧХП представлены только для ламп накаливания мощностью 60 Вт, тогда как в настоящее время широко используются искусственные источники света с различной чувствительностью к колебаниям напряжения. При одинаковых колебаниях напряжения в электрической сети у этих ламп возникает разный по уровню фликера, который не учитывается стандартными методами. Разность между реальными уровнями фликера ламп различных типов и уровнем фликера, моделируемым стандартными методами, является методической погрешностью, которая служит причиной недостоверной оценки фликера и выбора неэффективных мероприятий по его нормализации. В статье предложена методика аналитического описания стандартной НЧХП и НЧХП искусственных источников света с разной чувствительностью к колебаниям напряжения в электрической сети.*

**Ключевые слова:** нормализованная частотная характеристика прибора; аппроксимация; погрешность.

## The method of successive approximations in solving problems of analytical description of numerical data

K.E. Lisitskiy

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

lisitskiyke@gmail.com

Received 16.10.2017, accepted 21.10.2017

*Electric receivers with an abruptly operating mode cause voltage fluctuations in the electrical network, which lead to the emergence of a changing light flux of artificial light sources perceived by a person as a flicker. When the voltage of the incandescent lamp decreases, the brightness of its glow decreases, and when the supply voltage increases, it increases. With a systematic change in the supply voltage, changes in the brightness of the lamp affect the person negatively causing excessive fatigue. Estimation of the voltage fluctuations in the operating electrical network is performed according to the flicker-level model designed with the help of flicker meters. The simulation of the level of the flicker is carried out in accordance with the normalized frequency response of the instrument (NFRI). In the current standard, this characteristic is presented in tabular form, which makes it difficult to use this form when analyzing voltage fluctuations in the entire spectrum of flicker perception frequencies. In addition, a reliable estimate of the flicker and the level of voltage fluctuations in the electrical network is complicated by the fact that in the current standard, the NCPF parameters are only for 60 W incandescent lamps. And nowadays artificial light sources with a different sensitivity to voltage fluctuations are widely used. With the same voltage fluctuations in the electrical network, these flickers develop a flicker, different in level, which is not taken into account by standard methods. The difference between the real levels of the flicker of lamps of different types and the level of the flicker modeled by standard methods is a methodical error that causes an inaccurate estimate of the flicker and the selection of inefficient measures for its normalization. In the article the technique of the analytical description of standard NFRI and NFRI of artificial light sources with different sensitivity to fluctuations of a voltage in an electric network is offered.*

**Keywords:** normalized frequency response of device; approximation; error.

## Введение

Электрическая нагрузка, характеризующаяся резко-переменным режимом, вызывает в электрической сети колебания напряжения, которые приводят к появлению колебаний светового потока искусственных источников света, воспринимаемых человеком как фликер [1–5].

Обеспечение электромагнитной совместимости искусственных источников света с электрической сетью выполняется при соответствии нормам качества электрической энергии уровней колебаний напряжения. В соответствии с действующими нормами уровни колебаний напряжения в электрической сети оцениваются по значениям двух показателей качества электрической энергии [5]: кратковременной дозы фликера  $P_{st}$  и длительной дозы фликера  $P_{lt}$ . Причем  $P_{st}$  — мера восприятия фликера, которая оценивается в течение 10 мин, а  $P_{lt}$  — в течение 2 ч по последовательным значениям  $P_{st}$  [5]. Основным способом определения  $P_{st}$  и  $P_{lt}$  является использование фликерметров. Фликерметр — это измерительный прибор, моделирующий реакцию на колебания напряжения в электрической сети системы «лампа накаливания мощностью 60 Вт — глаз человека — мозг человека». Фактические колебания светового потока применяемых источников света и фактические уровни фликера при этом не учитываются [6–13]. Данная проблема обостряется тем, что в настоящее время широко используются искусственные источники света с отличающейся от ламп накаливания мощностью 60 Вт чувствительностью к колебаниям напряжения в электрической сети. У таких источников света при одинаковых колебаниях напряжения наблюдаются разные уровни фликера, которые методами, приведенными в действующем стандарте [14], не учитываются. Данное положение обуславливает методическую погрешность таких методов.

Испытания фликерметров проводят по методике, представленной в стандарте [13]. В соответствии с этой методикой на выходе блока 4 фликерметра при колебаниях напряжения, параметры которых соответствуют нормализованной частотной характеристике прибора (НЧХП), должно формироваться мгновенное значение фликера  $P_{inst} = 1$  о.е. Стандартная методика не учитывает, что в случае использования ламп с отличающейся от

ламп накаливания мощностью 60 Вт к колебаниям напряжения должно формироваться другое по величине мгновенное значение фликера  $P_{inst} \neq 1$  о.е. Это обуславливает методическую погрешность при оценке фликера различных источников света [15, 16].

Данные, полученные с помощью фликерметров, могут считаться достоверными только в том случае, если используемые НЧХП соответствуют чувствительности к колебаниям напряжения применяемых источников света.

Стандартная модель фликерметра может быть усовершенствована путем введения блока поправки (рис. 1). Реализация блока поправки требует предварительных исследований в соответствии с методикой расчета НЧХП, представленной в [16]. Данный подход позволяет выполнять достоверную оценку фликера в реальном времени.

В соответствии с чувствительностью к колебаниям напряжения применяемых источников света блок поправки осуществляет корректировку мгновенных значений фликера  $P_{inst}$ , умножая их на поправочный коэффициент  $p(f_{кн})$ . Величина поправочного коэффициента рассчитывается в реальном времени на срезе одной частоты  $f_{кн}$  как отношение амплитуды относительных изменений напряжения НЧХП для применяемых источников света  $d_{л}(f_{кн})$  и амплитуды относительных изменений напряжения  $d_{лн}(f_{кн})$  стандартной НЧХП [6]:

$$p(f_{кн}) = \frac{d_{л}(f_{кн})}{d_{лн}(f_{кн})}. \quad (1)$$

НЧХП для применяемых источников света предварительно определяются по методике расчета [16, 17].

Блок 5 структурной модели фликерметра осуществляет статистический анализ в соответствии с требованиями [13].

Практическая реализация рассчитанных НЧХП затрудняется в связи с тем, что они являются массивом чисел ( $f_{кнi}$ ,  $d_i$ ).

На рис. 2 изображены стандартная НЧХП и параметры повторяющихся колебаний напряжения в электрической сети.

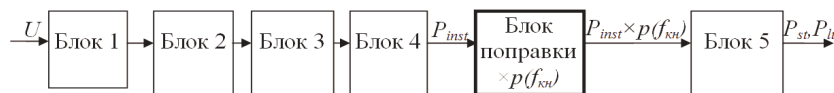


Рис. 1. Усовершенствованная модель фликерметра

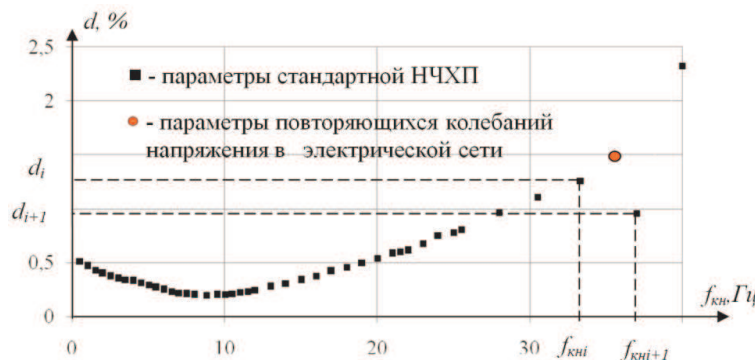


Рис. 2. НЧХП и параметры повторяющихся колебаний напряжения в электрической сети

На рис. 2 видно, что определение соответствия колебаний напряжения в электрической сети параметрам НЧХП затруднено:  $f_{кнi}$ ,  $f_{кнi+1}$  и  $d_i$ ,  $d_{i+1}$ .

Для решения этой задачи необходимо аналитическое описание всех рассчитанных НЧХП.

**Методика последовательных приближений.** Аналитическое описание НЧХП ламп с разной чувствительностью к колебаниям напряжения может быть выполнено с помощью функционального средства Basic Fitting прикладного пакета программ MatLab в соответствии с методикой, включающей в себя в последовательное выполнение следующих процедур:

1. Аппроксимация к НЧХП полиномом с асимптотическим графиком,  $d_i(f_{кн})$ .

Асимптотический график наблюдается у полинома следующего вида:

$$d(f_{кн}) = \frac{A}{(B + f_{кн})^2 + C}, \quad (2)$$

где  $A$ ,  $B$ ,  $C$  — коэффициенты полинома.

Выражение (2) удобно для применения в микроконтроллере, поскольку использует простейшие математические действия.

2. Расчет погрешности аппроксимации кривой НЧХП,  $e_i(f_{кн})$ :

$$e_i(f_{кн}) = d(f_{кн}) - d_i(f_{кн}), \quad (3)$$

где  $d(f_{кн})$  — амплитуда относительных изменений напряжения исходной НЧХП, %;  $d_i(f_{кн})$  — амплитуда относительных изменений напряжения, восстановленная по результатам  $i$ -й аппроксимации, %.

3. Аппроксимация к  $e_i(f_{кн})$  полиномом вида (2).

4. Расчет погрешности последующей аппроксимации,  $e_{i+1}(f_{кн})$ :

$$e_{i+1}(f_{кн}) = e_i(f_{кн}) - d_{i+1}(f_{кн}). \quad (4)$$

5. Проверка точности аналитического описания НЧХП.

Величина погрешности последующей аппроксимации,  $e_{i+1}(f_{кн})$ , проверяется по условию:

$$e_{i+1}(f_{кн}) < 0,5\%. \quad (5)$$

Процедуры 3 и 4 осуществляются до выполнения условия (5).

6. Описание исходной НЧХП суммой полученных полиномов:

$$d_{\Sigma}(f_{кн}) = \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{(B_i + f_{кн})^2 + C_i}, \quad (6)$$

где  $N$  — количество полиномов.

Количество полиномов, аналитически описывающих исходную НЧХП, определяется необходимой точностью приближения. Высокая точность аппроксимации требует большого количества полиномов.

Величина погрешности аппроксимации к НЧХП задавалась произвольно. Для примера она составила 0,5 %.

В табл. 1 представлены коэффициенты полиномов, описывающих стандартную НЧХП. На рис. 3 изображен алгоритм методики последовательных приближений, на рис. 4 — графическое изображение аналитического описания стандартной НЧХП, на рис. 5 — графическое изображение результатов аналитического описания стандартной НЧХП

Таблица 1

Коэффициенты полиномов,  
описывающих стандартную НЧХП

| № полинома | $A$ , %·Гц <sup>2</sup> | $B$ , Гц | $C$ , Гц <sup>2</sup> |
|------------|-------------------------|----------|-----------------------|
| 1          | 412                     | −79,47   | −1380                 |
| 2          | 52,09                   | −31,54   | 71,29                 |
| 3          | 10,41                   | 3,156    | 14,39                 |
| 4          | 1,755                   | −38,23   | 1,753                 |
| 5          | 1,519                   | −21,66   | 16,82                 |
| 6          | −0,8355                 | −9,166   | 9,882                 |
| 7          | 0,04625                 | −4,116   | 1,332                 |
| 8          | 0,07382                 | −32,86   | 1,053                 |
| 9          | −0,251                  | −20,91   | 4,603                 |
| 10         | 0,04107                 | −4,109   | 1,208                 |
| 11         | 0,008823                | −23,91   | 0,2371                |
| 12         | −0,005121               | −30,5    | 0,2015                |
| 13         | −0,03092                | −12,46   | 2,114                 |
| 14         | −0,01872                | −19,08   | 1,478                 |
| 15         | −0,005699               | −7,021   | 0,6865                |
| 16         | 0,003                   | −9,3     | 0,6865                |
| 17         | 0,0008                  | −21      | 0,068                 |
| 18         | 0,004                   | −1       | 0,6                   |
| 19         | 0,0008                  | −5       | 0,2                   |
| 20         | −0,0011                 | −22      | 0,1                   |

Относительная погрешность аналитического описания НЧХП определена по выражению:

$$E = \left| \frac{d - d_{\Sigma}}{d} \right| \cdot 100\%. \quad (7)$$

На рис. 5 видно, что погрешность аналитического описания стандартной НЧХП не превысила 0,5 %.

Методика последовательных приближений была использована для аналитического описания НЧХП для ламп с разной чувствительностью к колебаниям напряжения.

Для аналитического описания с заданной точностью стандартной НЧХП и НЧХП люминесцентной, компактной люминесцентной лампы требуется не менее 20, индукционной лампы — 14, светодиодной лампы — 8-ми полиномов.



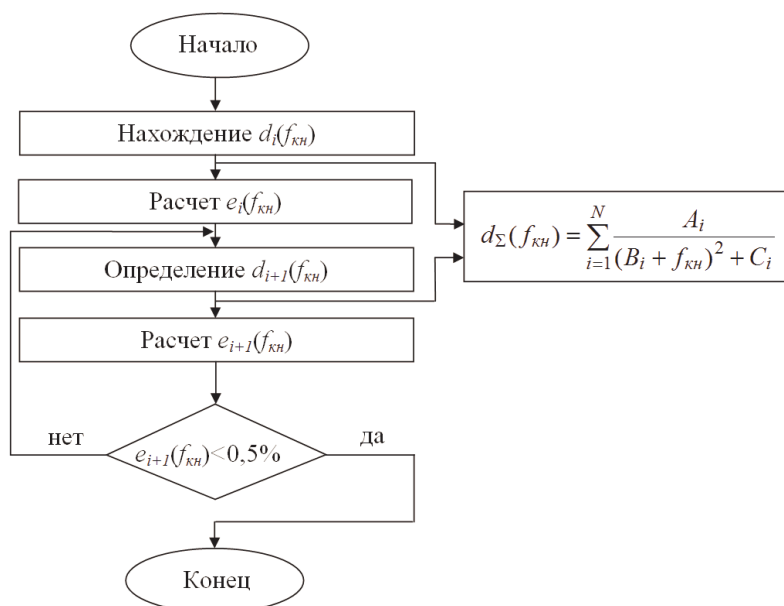


Рис. 3. Алгоритм методики последовательных приближений

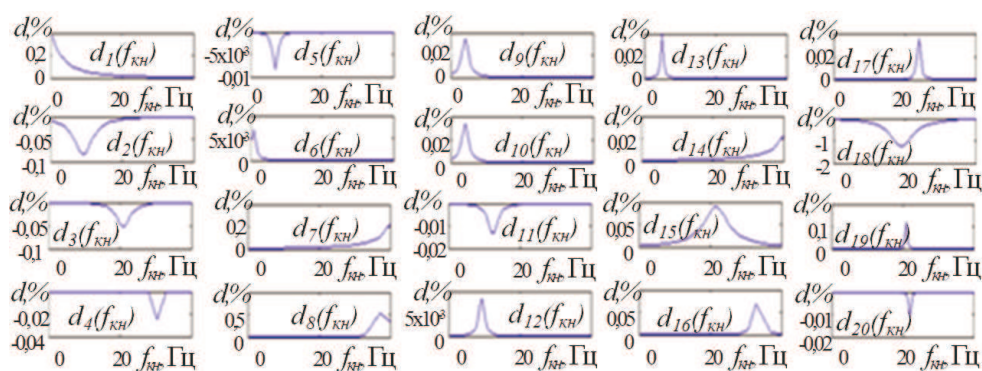


Рис. 4. Графическое изображение аналитического описания стандартной НЧХП

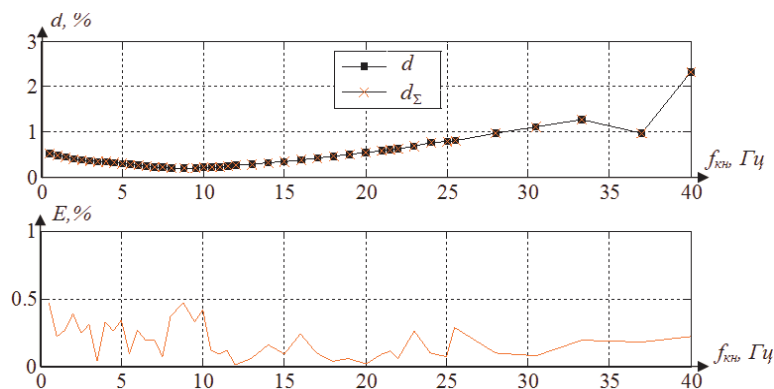


Рис. 5. Графическое изображение результатов аналитического описания стандартной НЧХП

### Заключение

По результатам оценки погрешности аналитического описания можно сделать вывод о том, что представленная в статье методика может быть использована для аналитического описания численных данных с любой необходимой точностью.

### Литература

1. Шидловский А.К., Борисов Б.П., Вагин Г.Я., Куреный Э.Г., Крахмалин И.Г. Электромагнитная совместимость электроприёмников промышленных предприятий. Киев: Наукова думка, 1992. 236 с.
2. Лисицкий К.Е., Струмяк А.В. Анализ проблемы колебаний напряжения в электрических сетях // Материалы регион. науч.-технической конф. «Энергетике региона». Братск, 2010. 265 с.

3. Rashbass C. The visibility of transient changes of luminance // *The Journal of Physiology*. 1970. № 210. P.165–186.
4. Mirra C., Sanni G. Il fenomeno del flicker. Analisi delle sue caratteristiche. *Technishe di misura e metodi dilimitazione // L' Elletrotechnica*. 1987. P. 805–822.
5. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения: ГОСТ 32144-2013. М.: Стандартинформ, 2014.
6. IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems: IEEE Std 519-1992. New York.: Published by the IEEE, 1993.
7. Caldara S., Nuccio S., Spataro C. A virtual instrument for measurement of flicker // *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Oct.1998. Vol. 47, № 45. P. 1155–1158.
8. Rong C. Cobben J.F.C., Myrzik J.M.A., Blom J.H., Kling W.L. Flickermeter used for different types of lamp // 9th International Conference of electrical power quality and Utilization (EPQU'2007), Barcelona. 2007. Spain, 9–11 October. P. 1–6.
9. Gomez J.C., Morcos M.M. Flicker Measurement and Light Effect // *IEEE Power Engineering Review*, Nov. 2002. Vol. 22, № 11. P. 11–15.
10. Bertola A., Lazaroiu G.C., Roscia M., Zaninelli D. A Matlab Simulink flickermeter model for power quality studies // in *Proc. 11th Int. Conf. Harmonics Quality Power*, 2004. P.734–738.
11. Лисицкий К.Е., Струмеляк А.В. Аппаратное решение проблемы оценки дозы фликера источников света // *Материалы X (XXXII) Всерос. науч.-технической конф. Братск*, 2011. С.64–65.
12. Лисицкий К.Е., Струмеляк А.В. Аппаратное решение проблемы определения передаточных функций искусственных источников света при оценке дозы фликера // *Труды Братского государственного университета. Сер. Естественные и инженерные науки*. 2011. Т. 2. С. 31–35.
13. Совместимость технических средств электромагнитная. Фликерметр. Функциональные и конструктивные требования: ГОСТ 51317.4.15 – 2012. М.: Стандартинформ, 2014.
14. Совместимость технических средств электромагнитная. Ограничение изменений напряжения, колебаний напряжения и фликера в низковольтных системах электроснабжения общего назначения. Технические средства с потребляемым током не более 16 А (в одной фазе), подключаемые к электрической сети при несоблюдении определенных условий подключения. Нормы и методы испытаний: ГОСТ 30804.3.3-2013. М.: Стандартинформ, 2014.
15. Лисицкий К.Е., Струмеляк А.В., Никифоров К.С. Выбор мероприятий для снижения фликера и оценка их эффективности // *Управление качеством энергии: сб. тр. Междунар. науч.-практической конф. М.: ООО «Центр полиграф. услуг «Радуга»*, 2014. С.123–128.
16. Лисицкий К.Е., Струмеляк А.В. Усовершенствование стандартной модели фликерметра для оценки дозы фликера в сетях общего назначения // *Технологии ЭМС*. 2014. № 1 (48). С. 11–16.
17. Лисицкий К.Е. Совершенствование метода оценки фликера // *Системные исследования в энергетике: тр. молодых ученых ИСЭМ СО РАН*. 2014. Вып. 44. С. 50–55.
- receivers of industrial enterprises. Kiev: Naukova dumka, 1992. 236 p.
2. Lisitskii K.E., Strumelyak A.V. Analysis of the problem of voltage fluctuations in electric networks // *Materialy region. nauch.-tekhnicheskoi konf. «Energetike regiona»*. Bratsk, 2010. 265 p.
3. Rashbass C. The visibility of transient changes of luminance // *The Journal of Physiology*. 1970. № 210. P. 165-186.
4. Mirra C., Sanni G. Il fenomeno del flicker. Analisi delle sue caratteristiche. *Technishe di misura e metodi dilimitazione // L' Elletrotechnica*. 1987. P. 805-822.
5. Norms of quality of electric energy in general-purpose power supply systems: GOST 32144-2013. M.: Standartinform, 2014.
6. IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems: IEEE Std 519-1992. New York.: Published by the IEEE, 1993.
7. Caldara S., Nuccio S., Spataro C. A virtual instrument for measurement of flicker // *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Oct.1998. Vol. 47, № 45. P. 1155-1158.
8. Rong C. Cobben J.F.C., Myrzik J.M.A., Blom J.H., Kling W.L. Flickermeter used for different types of lamp // 9th International Conference of electrical power quality and Utilization (EPQU'2007), Barcelona. 2007. Spain, 9-11 October. P. 1-6.
9. Gomez J.C., Morcos M.M. Flicker Measurement and Light Effect // *IEEE Power Engineering Review*, Nov. 2002. Vol. 22, № 11. P. 11-15.
10. Bertola A., Lazaroiu G.C., Roscia M., Zaninelli D.A. Matlab Simulink flickermeter model for power quality studies // in *Proc. 11th Int. Conf. Harmonics Quality Power*, 2004. P. 734-738.
11. Lisitskii K.E., Strumelyak A.V. A hardware solution to the problem of estimating the dose of flicker of light sources // *Materialy X (XXXII) Vseros. nauch.-tekhnicheskoi konf. Bratsk*, 2011. P. 64-65.
12. Lisitskii K.E., Strumelyak A.V. Hardware solution of the problem of determining the transfer functions of artificial light sources in estimating the dose of flicker // *Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki*. 2011. T. 2. P. 31-35.
13. Compatibility of technical means is electromagnetic. Flickermeter. Functional and structural requirements: GOST 51317.4.15 - 2012. M.: Standartinform, 2014.
14. The compatibility of technical means is electromagnetic. Limitation of voltage variations, voltage fluctuations and flicker in low-voltage general-purpose power supply systems. Technical means with a current consumption of not more than 16 A (in one phase), connected to the electrical network if the specified connection conditions are not observed. Norms and test methods: GOST 30804.3.3-2013. M.: Standartinform, 2014.
15. Lisitskii K.E., Strumelyak A.V., Nikiforov K.S. Selection of measures to reduce flicker and evaluate their effectiveness // *Upravlenie kachestvom energii: sb. tr. Mezhdunar. nauch.-prakticheskoi konf. M.: ООО «Tsentr poligraf. uslug «Raduga»*, 2014. P. 123-128.
16. Lisitskii K.E., Strumelyak A.V. Improvement of the standard model of a flickermeter for estimating the dose of flicker in general-purpose networks // *Technology of electromagnetic compatibility*. 2014. № 1 (48). P. 11-16.
17. Lisitskii K.E. Perfection of the method of flicker estimation // *Sistemnye issledovaniya v energetike: tr. molodykh uchenykh ISEM SO RAN*. 2014. Vyp. 44. P. 50-55.

#### References

1. Shidlovskii A.K., Borisov B.P., Vagin G.Ya., Kurenyi E.G., Krakhmalin I.G. Electromagnetic compatibility of electric

## Некоторые аспекты прокалки сырых нефтяных коксов для нужд алюминиевой промышленности

С.И. Ножко<sup>a</sup>, А.А. Верегитин<sup>b</sup>, Д.Н. Демичев<sup>c</sup>, А.В. Гуляев<sup>d</sup>

ООО «РУСАЛ – Инженерно-технологический центр», ул. Пограничников 37, Красноярск, Россия

<sup>a,b,c,d</sup>Semen.nozhko@rusal.com

Статья поступила 16.09.2017, принята 23.10.2017

*На рубеже веков предсказывался дефицит качественного нефтяного кокса для нужд алюминиевой промышленности. К сожалению, негативные прогнозы начали сбываться. Снижение качества используемых нефтяных коксов коснулось тех качественных характеристик, которые определяют химическую чистоту материала. Производителям алюминия пришлось искать альтернативу используемому сырью. В новых видах сырья значительно увеличилось содержание серы и примесей тяжелых металлов. В данной статье представлены результаты сравнения нефтяных коксов методом термического анализа. Комплексный термический анализ образцов сырого кокса проведен при помощи синхронного термоанализатора STA 449C Jupiter фирмы NETZSCH, сочетающего одновременное измерение изменений массы (термогравиметрия, кривые TG, DTG) и тепловых потоков (дифференциальная сканирующая калориметрия, кривые DSC), и квадрупольного масс-спектрометра QMS 403C Aelos той же фирмы для анализов газов, выделяющихся при нагревании образцов. По результатам термического анализа даны практические рекомендации по использованию нефтяных коксов. Эксперимент показал необходимость проведения термического анализа каждого вида нефтяного кокса перед его использованием для определения оптимального температурного диапазона прокалки. Высказано предположение о том, что глубина прокалки кокса зависит от крупности исходного материала. Данная гипотеза требует осмысления и дополнительной проработки.*

**Ключевые слова:** электролиз алюминия; нефтяной кокс; сера; термический анализ; качество анода; прокалка кокса.

## Some aspects of calcining raw petroleum cokes for the needs of the aluminum industry

S.I. Nozhko<sup>a</sup>, A.A. Veregitin<sup>b</sup>, D.N. Demichev<sup>c</sup>, A.V. Gulyaev<sup>d</sup>

“RUSAL - Engineering and Technology Center” Ltd; 37, Pogranichnikov St., Building #1, Krasnoyarsk, Russia

<sup>a,b,c,d</sup>Semen.nozhko@rusal.com

Received 16.09.2017, accepted 23.10.2017

*At the turn of the century, a shortage of quality petroleum coke was predicted for the needs of the aluminum industry. Unfortunately, negative forecasts began to come true. The reduction in the quality of the used oil cokes touched those qualitative characteristics that determine the chemical purity of the material. Aluminum producers had to look for an alternative to the raw materials used. In new kinds of raw materials the content of sulfur has essentially grown, also the content of impurities of heavy metals has essentially increased. This article presents the results of comparison of petroleum cokes by the method of thermal analysis. The complex thermal analysis of the crude coke samples was carried out using a synchronous thermal analyzer STA 449C Jupiter (from NETZSCH) combining simultaneous measurement of mass changes (thermogravimetry, TG, DTG curves) and heat fluxes (differential scanning calorimetry, DSC curves) combined with a quadrupole mass spectrometer QMS 403C Aelos (from NETZSCH) for analysis of gases evolved by heating the samples. Based on the results of thermal analysis, practical recommendations on the use of petroleum cokes are given. The experiment showed that it is necessary to conduct a thermal analysis of each type of petroleum coke before using it to determine the optimum calcination temperature range. It is also suggested that the depth of calcination depends on the size of the starting material. This hypothesis requires reflection and further elaboration.*

**Key words:** aluminum electrolysis; oil coke; sulfur; thermal analysis; anode quality; coke calcinations.

### Введение

В зарубежных источниках начала XXI в. предсказывался дефицит качественного нефтяного кокса для нужд алюминиевой промышленности в последующие десятилетия [1]. К сожалению, негативные прогнозы начали сбываться. Снижение качества используемых нефтяных коксов коснулось прежде всего тех качествен-

ных характеристик, которые определяют химическую чистоту материала. В первую очередь, существенно выросло содержание серы и примесей тяжелых металлов.

Безусловно, можно выделить ряд работ [2–9], направленных на оптимизацию вовлечения низкокачествен-

венных нефтяных коксов. Варианты оптимизации условно разделяются на следующие направления:

- поиск технических решений, направленных на снижение содержания серы при прокатке либо иным термическим способом;
- изменение порядка шихтовки нефтяных коксов различных поставщиков с целью определения оптимального порядка вовлечения.

В большинстве своем производители алюминия чаще используют способ шихтовки нефтяных коксов, причем шихтовать могут как сырой кокс, так и прокатанный. Описаны также и комбинации шихтовки коксов. Как правило, для обеспечения экологических показателей применяют раздельную прокатку низкосернистых и высокосернистых коксов с последующим смешением прокатанных коксов. Это, с одной стороны, позволяет избежать «перекала» низкосернистого кокса а с другой — повысить содержание серы в отходящих газах при прокатке высокосернистого кокса. Высокое содержание серы в отходящих газах позволяет эффективно улавливать и утилизировать ее. Раздельная прокатка разных коксов позволяет также адресно подбирать параметры прокатки каждого отдельного кокса. Необходимость максимального снижения содержания серы подтверждается негативным влиянием серы на технико-экономические показатели процесса электролиза [10–13].

Для уточнения режимов прокатки высокосернистого и низкосернистого коксов был проведен комплексный термический анализ сырых коксов, используемых на ОАО «РУСАЛ Братск».

**Методика эксперимента.** Комплексный термический анализ образцов сырого кокса проведен с помощью синхронного термоанализатора STA 449C Jupiter фирмы NETZSCH, сочетающего одновременное измерение изменений массы (термогравиметрия, кривые TG, DTG) и тепловых потоков (дифференциальная сканирующая калориметрия, кривые DSC), и квадрупольного масс-спектрометра QMS 403C Aelos той же фирмы для анализа газов, выделяющихся при нагревании образцов (кривые MS).

При проведении эксперимента использовался платина/платинородиевый держатель (TG-DSC сенсор типа S) в сочетании с  $Al_2O_3$  — тиглями с проколотыми крышками. Образцы подвергались нагреванию при температуре от 40 до 1300 °C по температурной программе со скоростью 10 град./мин, в динамической атмосфере аргона со скоростью потока 40 мл/мин.

Квадрупольный масс-спектрометр (ионизация электронным ударом) подключен к STA с помощью линии подачи газов с постоянной температурой 230 °C. Данные, полученные с масс-спектрометра, программно объединены с данными STA системы.

**Экспериментальные результаты.** *Образец низкосернистого кокса.* Нагревание образца до температуры 900 °C не сопровождается заметными тепловыми эффектами (рис. 1, кривая DSC). При дальнейшем повышении температуры в диапазоне 900–1100 °C

наблюдается уменьшение удельной теплоемкости материала с максимумом при температуре 1036,5 °C. Изменение удельной теплоемкости составило  $\Delta C_p = 36,552$  Дж/г\*К. Этот эффект, вероятнее всего, связан с процессом упорядочения кристаллитов кокса (предкристаллизация).

В процессе нагревания до 1300 °C происходит убыль 6,2 % исходной массы образца (рис. 1, кривая TG) за счет выхода газообразных продуктов.

Масс-спектрометрический анализ (рис. 2) показал выделение в разных температурных зонах различных газообразных продуктов. В низкотемпературной зоне с максимумом выделения при 440 °C фиксируется частица с  $m/z = 44$ , что может соответствовать выделению пропана  $C_3H_8$ . Образование  $CO_2$  ( $m/z = 44$ ) маловероятно, так как нагрев осуществлялся в инертной атмосфере, но возможно за счет разложения карбонатов металлов.

В области 550–600 °C наблюдается выделение следующих углеводородов: пропена  $C_3H_6$ , ацетилена  $C_2H_2$ , этана  $C_2H_6$  при 584,0; 603,7, 608,3 °C соответственно. Выделение метана  $CH_4$  происходит при температуре 656,3 °C.

Выделение газообразных продуктов серы в виде диоксида  $SO_2$  ( $m/z = 64$ ) начинается при 661,3 °C и достигает максимальных значений в области 1100–1200 °C в виде карбонила серы  $COS$  ( $m/z = 60$ ) — максимум при 1009,3 °C.

*Образец высокосернистого кокса.* На рис. 3 приведены кривые DSC и TG для данного образца. Поведение этого образца при нагревании до 1300 °C в целом аналогично предыдущему, однако имеет некоторые отличия. Прежде всего можно отметить более энергичный процесс деструкции в области температур 500–900 °C, предшествующих процессу упорядочения структуры кокса, что проявляется в более значительной убыли массы на этом этапе: 9,3 % (рис. 3, кривая TG) по сравнению с 6,2 % для пробы низкосернистого кокса (рис. 1, кривая TG), а также большей скорости убыли массы (кривые DTG).

Для сравнения на рис. 5 приведены результаты синхронного термического анализа для обоих образцов.

Процесс предкристаллизации для данного образца характеризуется также большим изменением удельной теплоемкости материала:  $\Delta C_p = 44,334$  Дж/г\*К.

Масс-спектрометрический анализ газообразных продуктов, выделяющихся при нагреве данного образца (рис. 4), показал наличие, в основном, тех же продуктов: метан, пропан, этан, ацетилен, пропен. Сравнительный анализ температуры и интенсивности сигнала ионного тока для основных массовых чисел углеводородов ( $m/z = 16$ ; 26; 27; 44) приведен на рис. 6–9.

Более значительные отличия наблюдаются в поведении продуктов серы. Во-первых, в пробе высокосернистого кокса отсутствует карбонил серы  $COS$ , во-вторых, интенсивность сигнала ионного тока для  $m/z = 64$  ( $SO_2$ ) (рис. 10), приблизительно в 2 раза меньше, чем для пробы низкосернистого кокса.



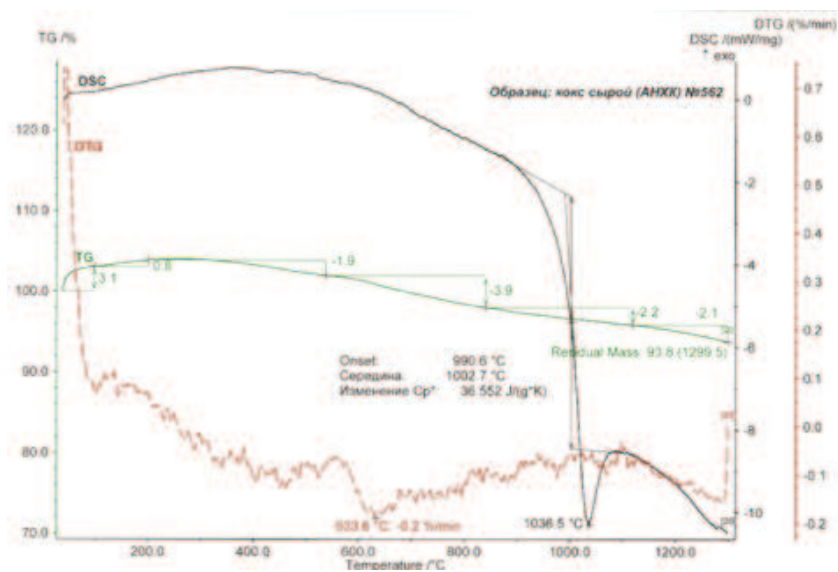


Рис. 1. Результаты дифференциальной сканирующей калориметрии кокса (поставщик — Ангарская нефтехимическая компания)

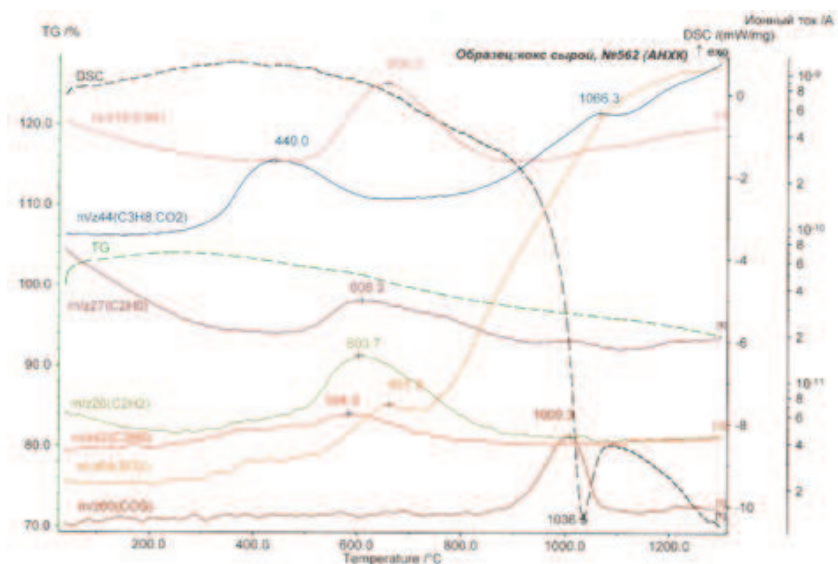


Рис. 2. Результаты масс-спектрометрического анализа газообразных продуктов нагрева кокса (поставщик — Ангарская нефтехимическая компания)

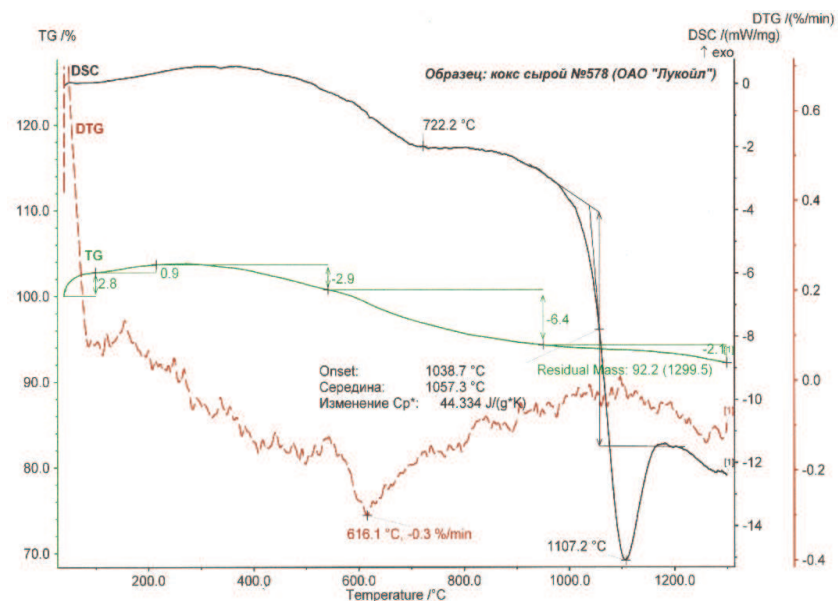


Рис. 3. Результаты дифференциальной сканирующей калориметрии кокса (поставщик — Пермнефтеоргсинтез)

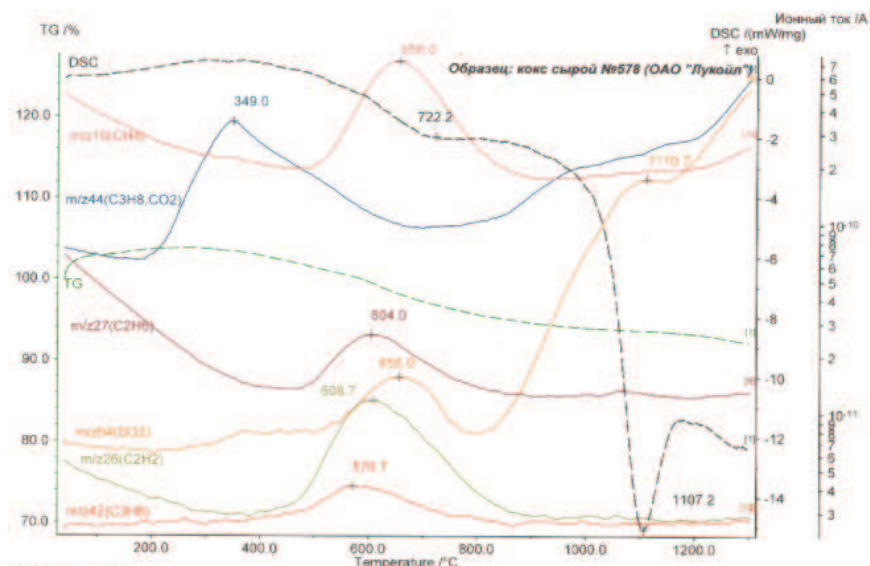


Рис. 4. Результаты масс-спектрометрического анализа газообразных продуктов нагрева кокса (поставщик — Пермнефтеоргсинтез)

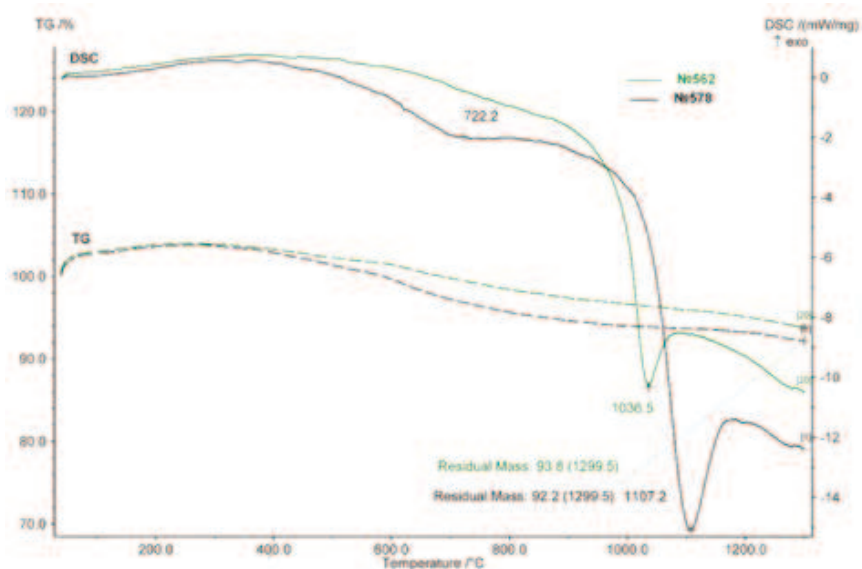


Рис. 5. Результаты синхронного термического анализа обоих коксов

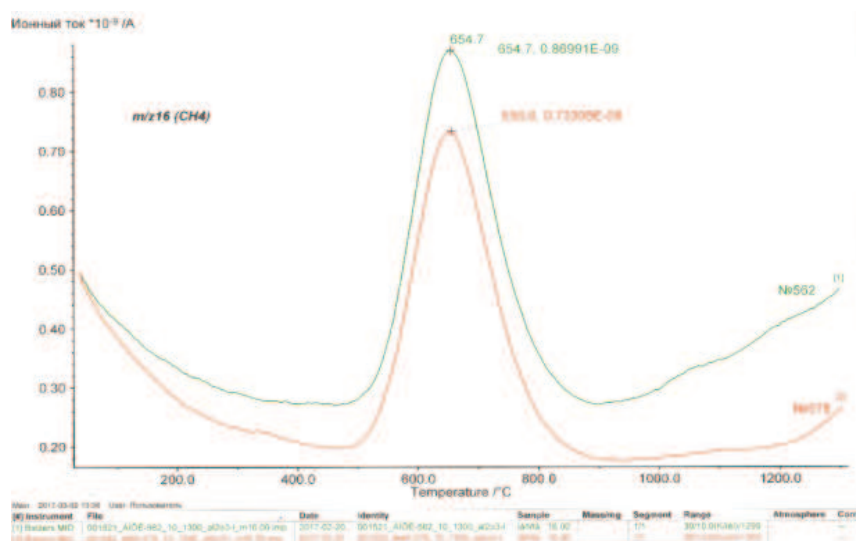


Рис. 6. Сравнительный анализ по температуре и интенсивности сигнала ионного тока для основных массовых чисел углеводов ( $m/z = 16$ )

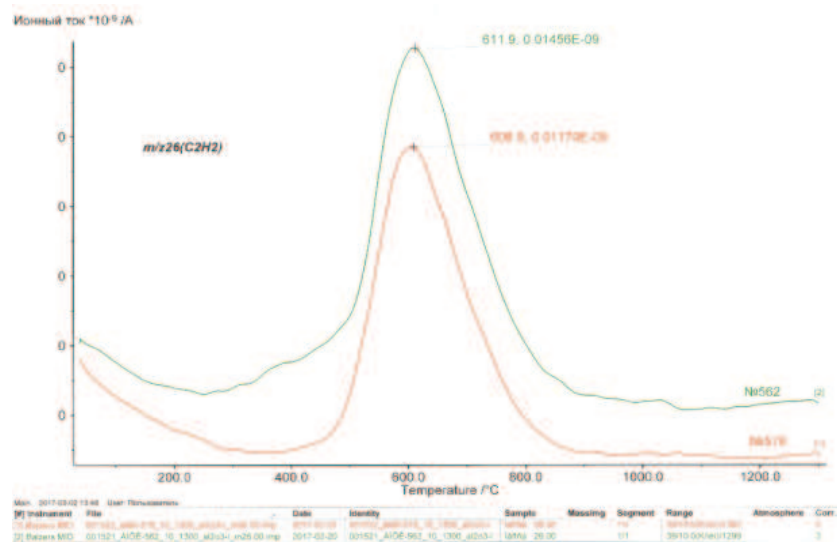


Рис. 7. Сравнительный анализ по температуре и интенсивности сигнала ионного тока для основных массовых чисел углеводородов ( $m/z = 26$ )



Рис. 8. Сравнительный анализ по температуре и интенсивности сигнала ионного тока для основных массовых чисел углеводородов ( $m/z = 27$ )

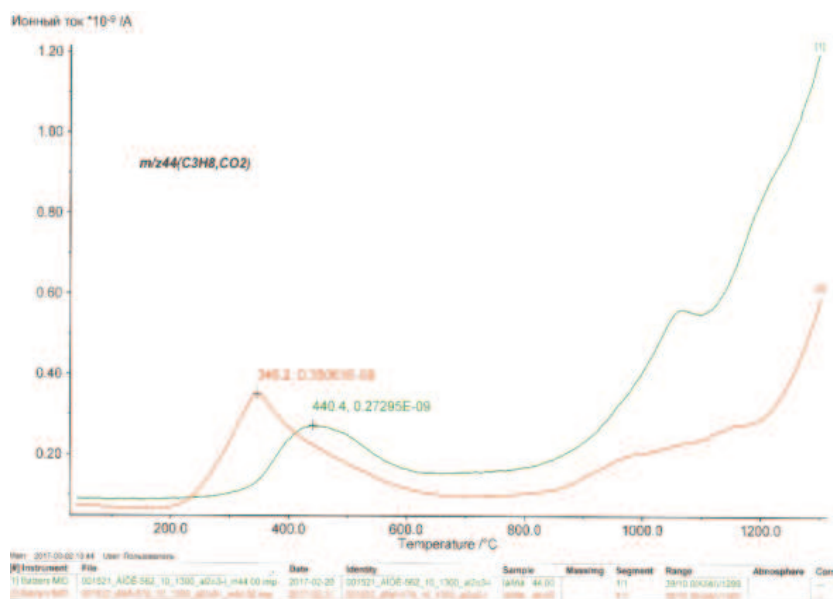


Рис. 9. Сравнительный анализ по температуре и интенсивности сигнала ионного тока для основных массовых чисел углеводородов ( $m/z = 44$ )

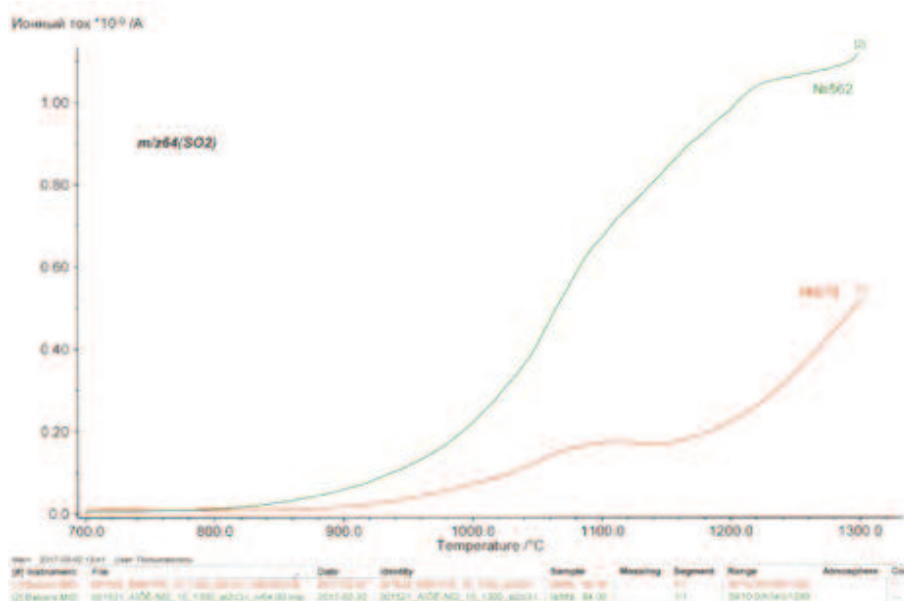


Рис. 10. Сравнительный анализ по температуре и интенсивности сигнала ионного тока для основных массовых чисел углеводородов ( $m/z = 64$ )

### Обсуждение результатов

1. Проведенный термический анализ показал, что температура оптимальной прокалики высокосернистого и низкосернистого коксов различна на 70 °С. Это свидетельствует о необходимости раздельной прокалики данных коксов.

2. Эмиссия серы в температурном диапазоне прокалики различных коксов также различна, что подтверждает: шихтовка прокаленных коксов с целью достижения стабильного содержания серы в смеси коксов более технологически целесообразна, чем совместная прокалика.

3. Проведенный эксперимент показал необходимость выполнения термического анализа каждого вида поступающего кокса, независимо от содержания в нем серы. Сопоставление температурных диапазонов прокалики по результатам термического анализа позволит определить принципиальную возможность совместной прокалики коксов от разных поставщиков с сопоставимым содержанием серы.

4. В процессе проведения эксперимента было высказано предположение, что глубина прокалики кокса зависит также от крупности исходного материала. Данная гипотеза требует осмысления и дополнительной проработки.

### Литература

1. Vogt F., Tonti R., Edwards L.C. Global Trends in Anode Grade Coke Availability & Quality for Australasian Aluminium Industry // Proc. 7-th Aust. Al Smelting Workshop. 2001. P. 58-68.
2. Edwards L.C., Neyrey K.J., Lossius L.P. A Review of Coke and Anode Desulfurization // Light Metals. 2007. P. 895-900.
3. Adams A., Cahill R., Belzile Y., Cantin K., Gendron M. Minimizing Impact of Low Sulfur Coke on Anode Quality // Light Metals. 2009. P. 957-962.

4. Gendron M., Whelan S., Cantin K. Coke Blending and Fines Circuit Targeting at the Alcoa Deschambault Smelter // Light Metals. 2008. P. 861-864.

5. Gomes A.S., Heilgendorff R.M. Carbon Plant Performance with Blended Coke // Light Metals. 2005. P. 659-663.

6. Abbas H., Khaji K., Sulaman D. Desulphurization Control During Anode Baking, its Impact on Anode Performance and Operational Costs-Alba's Experience // Light Metals. 2010. P. 1011-1014.

7. Sorlie M., Kuang Z., Thonstad J. Effect of Sulfur on Anode Reactivity and Electrolytic Consumption // Light Metals. 1994. P. 659-665.

8. Grandfield J.F., Taylor J.A. The Downstream Consequences of Rising Ni and V Concentrations in Smelter Grade Metal and Potential Control Strategies // Light Metals. 2009. P. 1007-1011.

9. Половников В.М., Черских И.В., Старцев Е.А. Опыт использования высокосернистых коксов при производстве обожженных анодов // Материалы Второго междунар. конгресса «Цветные металлы-2010». М., 2010. С. 23-27.

10. Ножко С.И., Красноперов А.Н., Сухов О.Ю., Блашков А.А., Пентюхин С.И. Анализ методов оценки выхода по току на электролизерах для производства алюминия // Цветные металлы. 2011. № 3. С. 75-77.

11. Ножко С.И. Способ определения производительности электролизера для производства алюминия // Изв. высш. учеб. заведений. Цветная металлургия. 2011. № 1. С. 18-21.

12. Ножко С.И. К вопросу управления качеством производимого электролитического алюминия // Цветные металлы. 2011. № 6. С. 45-47.

13. Косыгин В.К., Богданов Ю.В., Аюшин Б.И., Ершов В.А., Сысоев И.А. Технология анода с применением «сухой» анодной массы на пековом коксе: опытно-промышленные испытания на Иркутском алюминиевом заводе // Электроталлургия легких металлов: сб. науч. тр., посвящ. 45-летию "СибВИАМИ". Иркутск, 2004. С. 32-37.

14. Янко Э.А. Аноды алюминиевых электролизеров. М.: Изд. дом «Руда и металлы», 2001.



### References

1. Vogt F., Tonti R., Edwards L.C. Global Trends in Anode Grade Coke Availability & Quality for Australasian Aluminium Industry // Proc. 7-th Aust. Al Smelting Workshop. 2001. P. 58-68.
2. Edwards L.C., Neyrey K.J., Lossius L.P. A Review of Coke and Anode Desulfurization // Light Metals. 2007. P. 895-900.
3. Adams A., Cahill R., Belzile Y., Cantin K., Gendron M. Minimizing Impact of Low Sulfur Coke on Anode Quality // Light Metals. 2009. P. 957-962.
4. Gendron M., Whelan S., Cantin K. Coke Blending and Fines Circuit Targeting at the Alcoa Deschambault Smelter // Light Metals. 2008. P. 861-864.
5. Gomes A.S., Heilgendorff R.M. Carbon Plant Performance with Blended Coke // Light Metals. 2005. P. 659-663.
6. Abbas H., Khaji K., Sulaman D. Desulphurization Control During Anode Baking, its Impact on Anode Performance and Operational Costs-Alba's Experience // Light Metals. 2010. P. 1011-1014.
7. Sorlie M., Kuang Z., Thonstad J. Effect of Sulfur on Anode Reactivity and Electrolytic Consumption // Light Metals. 1994. P. 659-665.
8. Grandfield J.F., Taylor J.A. The Downstream Consequences of Rising Ni and V Concentrations in Smelter Grade Metal and Potential Control Strategies // Light Metals. 2009. P. 1007-1011.
9. Polovnikov V.M., Cherskikh I.V., Startsev E.A. Experience in the use of high-sulfur cokes in the production of baked anodes // Materialy Vtorogo mezhdunar. kongressa «Tsvetnye metally-2010». M., 2010. P. 23-27.
10. Nozhko S.I., Krasnoperov A.N., Sukhov O.Yu., Blashkov A.A., Pentyukhin S.I. Analysis of methods for estimating the current output on electrolyzers for the production of aluminum // Non-ferrous Metals. 2011. № 3. P. 75-77.
11. Nozhko S.I. Method for determining the productivity of an electrolytic cell for the production of aluminum // Izvestiya Vuzov. Tsvetnaya Metallurgiya» (Universities Proceedings. Non-ferrous Metallurgy). 2011. № 1. P. 18-21.
12. Nozhko S.I. Quality management of electrolytic aluminum // Non-ferrous Metals. 2011. № 6. P. 45-47.
13. Kosygin V.K., Bogdanov Yu.V., Ayushin B.I., Ershov V.A., Sysoev I.A. Anode technology using "dry" anode mass on pitch coke: pilot-industrial tests at the Irkutsk Aluminum Plant // Elektrometallurgiya legkikh metallov: sb. nauch. tr., posvyashch. 45-letiyu "SibVAMI". Irkutsk, 2004. P. 32-37.
14. Yanko E.A. Anodes of aluminum electrolyzers. M.: Izdatom «Ruda i metally», 2001.

# СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 631.658

DOI: 10.18324/2077-5415-2017-4-134-138

## Теоретико-экспериментальные исследования механизма разрушения устройства для извлечения ядер из кедровых орехов

П.В. Бырдин<sup>a</sup>, В.А. Вовк<sup>b</sup>

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>byrdin\_pavel@mail.ru, <sup>b</sup>victor-vovk@mail.ru

Статья получена 11.09.2017, принята 3.10.2017

*Кедровые орехи относятся к одним из наиболее популярных в нашей стране и во всем мире. В состав кедровых орехов входят жиры, белки, углеводы в виде крахмала и сахара, органические кислоты, дубильные вещества, витамины, а также минеральные вещества. Биологическая ценность кедровых орехов обусловлена высоким содержанием витаминов В<sub>1</sub> и Е. С целью совершенствования технологии переработки и повышения производительности технологического оборудования разработано устройство для разрушения скорлупы кедровых орехов, основной особенностью которого является наличие механизма разрушения. В статье представлены результаты теоретического исследования сил, действующих на скорлупу ореха в процессе его прохождения через механизм разрушения упомянутого устройства. Установлено, что максимальная сила раскалывания скорлупы  $P_{\max}$  зависит от удельного сопротивления раскалыванию  $k$ , длины и толщины раскалываемой части скорлупы кедрового ореха,  $b$  и  $h$  соответственно, и угла заострения клина ножа  $\alpha$ . Представлены результаты экспериментальных исследований, проведенных с целью определения толщины скорлупы кедрового ореха. Согласно схеме эксперимента, в микрометр поочередно помещалась часть скорлупы, после чего проводились замеры ее толщины. Полученные значения проходили статистическую обработку с целью выявления характера распределения. Было установлено, что распределение значений толщины скорлупы описывается нормальным законом. В результате исследований определено среднее значение толщины, которое составило 0,53 мм. Для определения оптимальных параметров ножа для раскалывания скорлупы кедрового орехопостроены зависимости силы раскалывания от расстояния между ножами и углом  $\alpha$ .*

**Ключевые слова:** кедровый орех; уникальный продукт; механизм разрушения; скорлупа ореха; сила раскалывания.

## Theoretical and experimental studies of the fracture mechanism of the device for the extraction of kernels from pine nuts

P.V. Byrdin<sup>a</sup>, V.A. Vovk<sup>b</sup>

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>byrdin\_pavel@mail.ru, <sup>b</sup>victor-vovk@mail.ru

Received 11.09.2017, accepted 3.10.2017

*Pine nuts are one of the most useful nuts in our country and all over the world. The composition of pine nuts include fats, proteins, carbohydrates in the form of starch and sugar, organic acids, tannins, vitamins, and minerals. The biological value of pine nuts is determined by the high content of vitamin B1 and vitamin E. With the purpose of improving the technology of processing pine nuts and increasing the productivity of technological equipment, an analysis is made and a device for destroying the pine nutshell is developed, the main feature of which is the presence of a fracture mechanism. The paper presents the results of theoretical studies of the forces acting on the nutshell during its passage through the fracture mechanism. It has been established that the maximum cleavage force of the shell  $P_{\max}$  depends on the specific resistance to splitting  $k$ , the length and thickness of the cleaved part of the pine nut shell,  $b$  and  $h$ , respectively, and the sharpening angle of the wedge  $\alpha$ . The results of experimental studies carried out with the aim of determining the thickness of the pine nut shell are presented. According to the scheme of the experiment, a part of the pine nut shell was alternately placed in the micrometer, after which measurements of its thickness were made. The values obtained were subjected to statistical processing to determine the nature of the distribution. It was found that the distribution of thickness values of the shell is described by the normal law. As a result of the studies, the average thickness value, which was 0.53 mm, is determined. To determine the optimal parameters of the knife for splitting the pine nutshell, the dependence of the splitting force on the distance between the knives and the angle  $\alpha$  is constructed.*

**Keywords:** pine nut; unique product; fracture mechanism; nutshell; splitting force.

## Введение

Кедровые орехи относятся к одним из наиболее популярных в нашей стране и во всем мире [1]. В состав кедровых орехов входят жиры, белки, углеводы в виде крахмала и сахара, органические кислоты, дубильные и минеральные вещества, витамины. Биологическая ценность кедровых орехов обусловлена высоким содержанием витаминов В<sub>1</sub> и Е. Ценным элементом кедровых орехов являются липоиды, особенно фосфотиды. Общее их содержание составляет в среднем около 1,3 %, что выше, чем у целого ряда масличных культур, и равноценно сое — наиболее богатому источнику фосфатидов среди растительного сырья [2–5]. Кроме того, в ядрах кедровых орехов содержится значительное количество минеральных веществ. Высокое содержание жира (растительного масла), богатого витаминами, предопределяет их переработку с получением высококачественного кедрового масла для пищевых, медицинских и технических целей [6–10].

**Постановка задачи.** Для переработки кедрового ореха и получения полезных продуктов необходимо реализовать большое число технологических процессов, начиная со сбора кедровой шишки и заканчивая извлечением из кедрового ореха ядер и получением растительного масла [11]. Самым технически сложным процессом является извлечение ядер из кедрового ореха. Существующее оборудование не обеспечивает получение качественного ядра, что сказывается на дальнейшей производительности технологического процесса [12–16].

С целью повышения качества продукции и производительности было разработано устройство для извлечения ядер из кедровых орехов. Общий вид устройства представлен на рис. 1. Основной особенностью этого устройства является наличие механизма разрушения, позволяющего раскалывать скорлупу кедровых орехов и повысить таким образом производительность устройства с сохранением качества продукта.

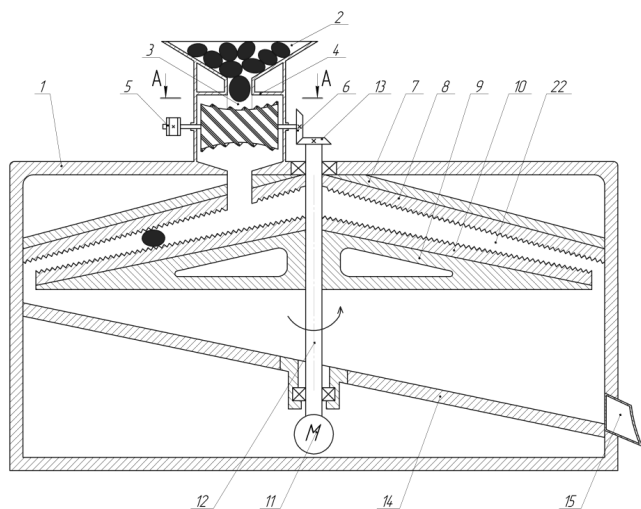


Рис. 1. Общий вид устройства для извлечения ядер из кедровых орехов

Устройство для разрушения скорлупы кедровых орехов состоит из корпуса 1 с установленным в нем загрузочным бункером 2 и орехопроводом 3, механизма

разрушения 4 (рис. 2) с перекрестной ременной передачей 5 и ведомой конической шестерней 6, металлической крышки 7 с выступами 8, конусообразного диска 9 с выступами 10, мотора 11, вала 12 с ведущей конической шестерней 13, направляющей 14 и выпускного патрубка 15.

Механизм разрушения 4 расположен под орехопроводом 3 и выполнен в виде двух параллельно расположенных валов 16 и 17 с установленными на них металлическими вальцами 18 и 19, имеющими форму однополосного гиперболоида с расположенными на поверхностях ножами, выполненными в виде заостренных металлических навивок 20 и 21. Навивка 20 вальца 18 выполнена в направлении, обратном навивке 21 вальца 19. Вал 17 одним своим концом соединен с валом 16 через перекрестную ременную передачу 5, а на другом конце вала 17 жестко установлена ведомая коническая шестерня 6.

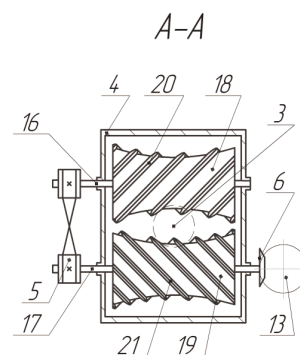


Рис. 2. Механизм разрушения, вид А-А

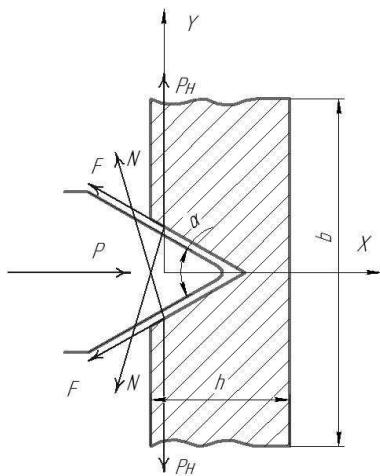
Металлическая крышка конусообразной формы 7 жестко установлена в корпусе 1. Конусообразный диск 9 установлен в корпусе 1 на ведущем валу 12 таким образом, что образующийся зазор 22 между крышкой 7 и конусообразной поверхностью диска 9 уменьшается по направлению от центра диска 9 к его краю. Направляющая 14 выполнена в форме эллипса и жестко установлена в корпусе 1 устройства под острым углом к горизонту таким образом, что нижняя ее часть сообщается с выпускным патрубком 15.

Устройство для разрушения скорлупы работает следующим образом. Кедровые орехи засыпаются в загрузочный бункер 2, откуда через орехопровод 3 под действием силы тяжести поступают в механизм разрушения 4. При включении мотора 11 крутящий момент с вала 12 и ведущей конической шестерни 13 передается на ведомую коническую шестерню 6 и приводит в движение вал 17. Вращение вала 17 через перекрестную ременную передачу 5 передается на вал 16 таким образом, что установленные на валах 16 и 17 металлические вальцы 18 и 19 начинают вращаться навстречу друг другу. Расположенные на поверхности вальцов 18 и 19 заостренные металлические навивки 20 и 21 обеспечивают самозатягивание ореха и дальнейшее его протаскивание между вальцами 18 и 19. В процессе протаскивания ореха происходит повреждение его боковой поверхности навивками 20, 21 и частичное или полное разрушение скорлупы. Далее орех с поврежденной скорлупой поступает в зазор 22 между

ду конусообразным диском 9 и неподвижной крышкой 7, под действием центробежных и гравитационных сил продвигается по конусу вращающегося диска 9 и подвергается воздействию металлических выступов 8 и 10, что приводит к полному разрушению скорлупы. После этого под действием центробежной силы орех и очищенная скорлупа попадают на направляющую 14 и высыпается из корпуса 1 через выпускную патрубков 15.

Положительный результат действия предлагаемого устройства заключается в повышении качества очистки орехов за счет нарушения целостности их скорлупы [17–18].

**Методика исследований.** Составим схему сил, действующих на орех при взаимодействии с механизмом разрушения (рис. 3) [19–20].



**Рис. 3.** Схема сил, действующих на скорлупу ореха при взаимодействии с механизмом разрушения:  $P$ —сила раскалывания;  $N$ —сила со стороны скорлупы;  $F$ —сила трения;  $P_H$ —сила разрушения связей скорлупы;  $\alpha$  — угол заострения клина

Согласно схеме, представленной на рис.3, составим уравнение действия сил по оси  $X$ :

$$\sum F_x = 0; \quad (1)$$

$$P_{max} - 2F \cdot \cos(0,5\alpha) - 2N \cdot \sin(0,5\alpha) = 0$$

Разрушение связей скорлупы по плоскости раскалывания происходит под действием сил  $P_H$ , направленных перпендикулярно этой плоскости. Составим уравнение действия сил по оси  $Y$ :

$$\sum F_y = 0;$$

$$P_H - N \cdot \cos(0,5\alpha) + F \cdot \sin(0,5\alpha) = 0 \quad (2)$$

Решая совместно эти два уравнения и принимая  $F = \mu N$  (где  $\mu$ —коэффициент трения щек ножа о скорлупу), получаем:

$$P_{max} = \frac{2P_H \cdot [\mu + \operatorname{tg}(0,5\alpha)]}{[1 - \mu \cdot \operatorname{tg}(0,5\alpha)]}. \quad (3)$$

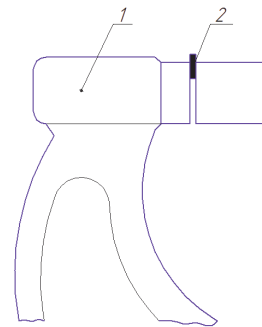
Величину  $P_H$  определяют по формуле  $P_H = k \cdot b \cdot h$ , следовательно:

$$P_{max} = 2 \cdot k \cdot b \cdot h \cdot \frac{[\mu + \operatorname{tg}(0,5\alpha)]}{[1 - \mu \cdot \operatorname{tg}(0,5\alpha)]}. \quad (4)$$

где  $k$ —удельное сопротивление раскалыванию,  $H/m^2$ ;  $b$  и  $h$ —соответственно длина и толщина раскалываемой части скорлупы кедрового ореха,  $m$ .

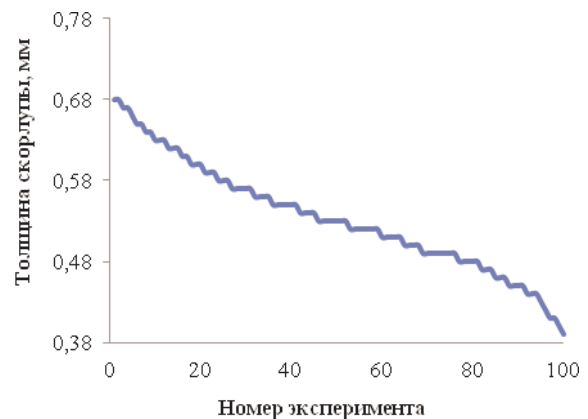
С целью определения необходимого максимального усилия для раскалывания были проведены с помощью микрометра «211221» лабораторные исследования по определению толщины скорлупы кедрового ореха.

Принципиальная схема лабораторных исследований представлена на рис.4.



**Рис. 4.** Принципиальная схема экспериментальных исследований: 1—микрометр; 2—скорлупа кедрового ореха

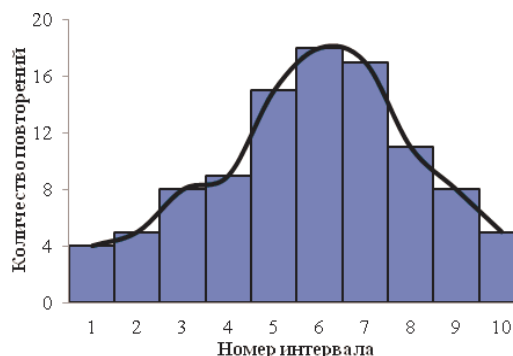
В процессе эксперимента в микрометр 1 поочередно помещалась часть скорлупы кедрового ореха, после чего проводились замеры ее толщины. Значения с микрометра фиксировались, затем эксперимент повторялся. В конце эксперимента ручным подсчетом значений толщины скорлупы была выявлена генеральная совокупность (рис. 5), которая в дальнейшем была исследована на определение характера распределения.



**Рис. 5.** Статистический ряд значений толщины скорлупы кедрового ореха

На основании полученных данных был построен график плотности распределения значений толщины скорлупы (рис.6).



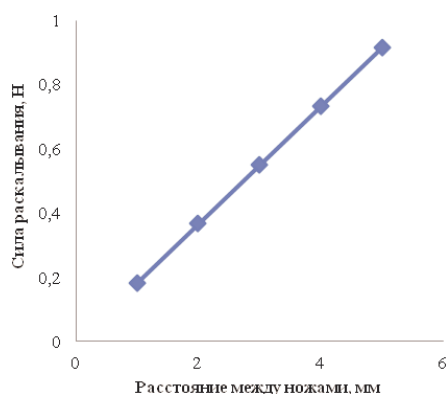


**Рис. 6.** График плотности распределения значений толщины скорлупы кедрового ореха

На основании полученного графика (рис. 6), выдвинем гипотезу о нормальном распределении значений толщины скорлупы кедрового ореха. Для подтверждения или опровержения данной гипотезы проведем проверку по критерию согласия Пирсона  $\chi^2$ . Результаты проверки представлены в таблице.

*Результаты расчеты экспериментальных значений толщины скорлупы кедрового ореха*

| № интервала | Нижняя граница интервала | Верхняя граница интервала | $m_i$ | $X$ ср. инт. | $m^*$ | S     | Pi    | $mT$ |
|-------------|--------------------------|---------------------------|-------|--------------|-------|-------|-------|------|
| 1           | 0,39                     | 0,42                      | 5     | 0,405        | 0,529 | 0,676 | 0,027 | 2,7  |
| 2           | 0,42                     | 0,45                      | 8     | 0,435        |       |       | 0,065 | 6,5  |
| 3           | 0,45                     | 0,48                      | 11    | 0,465        |       |       | 0,094 | 9,4  |
| 4           | 0,48                     | 0,51                      | 17    | 0,495        |       |       | 0,143 | 14,3 |
| 5           | 0,51                     | 0,54                      | 18    | 0,525        |       |       | 0,151 | 15,1 |
| 6           | 0,54                     | 0,57                      | 15    | 0,555        |       |       | 0,167 | 16,7 |
| 7           | 0,57                     | 0,6                       | 9     | 0,585        |       |       | 0,104 | 10,4 |
| 8           | 0,6                      | 0,63                      | 8     | 0,615        |       |       | 0,068 | 6,8  |
| 9           | 0,63                     | 0,66                      | 5     | 0,645        |       |       | 0,023 | 2,3  |
| 10          | 0,66                     | 0,68                      | 4     | 0,67         |       |       | 0,035 | 3,5  |



**Рис. 7.** График зависимости углового ускорения от геометрических параметров диска, его массы (а) и радиуса (б)

$$\chi^2_{\text{рас.}} = 7,46$$

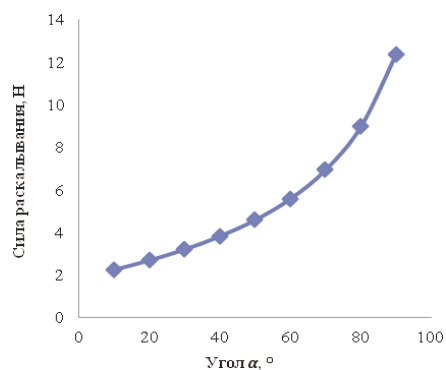
Табличный критерий согласия Пирсона  $\chi^2_{\text{таб.}}$  определяется по табл.П.4 [4] и при уровне значимости  $q = 0,05$  и числе степеней свободы  $f = 7$  составит:

$$\chi^2_{\text{таб.}} = 14,1$$

$$7,46 < 14,1$$

Тождество выполняется, следовательно, гипотеза о нормальном распределении значений толщины скорлупы кедрового ореха подтверждается. Из полученных исследований делаем вывод о том, что среднее значение толщины скорлупы кедрового ореха равно 0,53 мм.

Для определения оптимальных параметров ножа для раскалывания скорлупы кедрового ореха, были проанализированы зависимости силы раскалывания от расстояния между ножами и углом  $\alpha$ .



**Рис. 8.** График зависимости углового ускорения от геометрических параметров диска, его массы (а) и радиуса (б)

#### Основные выводы

На графике (рис. 7) видно, что при увеличении расстояния между ножами с 1 до 6 мм происходит пропорциональное увеличение силы, действующей со стороны ножа.

Из графика на рис. 8 следует, что при увеличении угла  $\alpha$  с 10 до 50°, происходит равномерное увеличение необходимой силы для раскалывания скорлупы. С изменением угла  $\alpha$  с 50 до 90° происходит резкое увеличение силы для раскалывания. Следовательно, при величине угла  $\alpha$  от 10 до 50° работа устройства будет наиболее стабильна.

#### Литература

1. Бех И.А. Перспективы освоения ресурсов кедрового ореха в лесах Сибири // Журн. Сиб. федер. ун-та. Сер. Биология. 2008. Т. 1, № 4. С. 414-421.

## References

- Lin S., Xue P., Zhang S., Dong X., Liang R., Liu Z. Antioxidant activity improvement of identified pine nut peptides by pulsed electric field (pef) and the mechanism exploration // *LWT - Food Science and Technology*. 2017. Vol. 75. P. 366-372.
- Zhao T., Hong S.I., Yoon S.W., Kim I.-H., Kim B.H., Kim C.-T., Kim Y. Lipase-catalyzed production of pinolenic acid concentrate from pine nut oil using a recirculating packed bed reactor // *Jour. of Food Science*. 2012. Vol. 77, № 2. P. 267-271.
- Lee B.-M., Choi J.-H., Hong S.I., Yoon S.W., Kim I.-H., Kim B.H., Kim C.-T., Kim C.-J., Kim Y. Enrichment of pinolenic acid from pine nut oil via lipase-catalyzed ethanolysis with an immobilized candida antarctica lipase // *Biocatalysis and Bio-transformation*. 2011. Vol. 29, № 4. P. 155-160.
- Ballin N.Z., Mikkelsen K. Polymerase chain reaction and chemometrics detected several pinus species including pinus armandii involved in pine nut syndrome // *Food Control*. 2016. Vol. 64. P. 234-239.
- Xie K., Miles E.A., Calder P.C. A review of the potential health benefits of pine nut oil and its characteristic fatty acid pinolenic acid // *Jour. of Functional Foods*. 2016. Vol. 23. P. 464-473.
- Мазалевский В.Б., Нициевская К.Н., Мотовилов О.К. Методические подходы к созданию продуктов из ядра кедрового ореха // *Сибирский вестник сельскохозяйственной науки*. 2015. № 6 (247). С. 76-81.
- Егорова Е.Ю., Баташова Н.В., Бочкарев М.С. Биологическая ценность и функционально-технологические свойства жмыха ядра кедрового ореха // *Масложировая промышленность*. 2007. № 6. С. 41-44.
- Бузетти К.Д., Умарова З.М., Люсионь Д.Л., Грызенков А.В. Получение спиртового настоя из кедровых орехов ускоренным способом в рециркуляционных // *Технологии 21 века в пищевой, перерабатывающей и легкой промышленности*. 2012. № 6-1. С. 2.
- Mikkelsen A.T., Jessen F., Ballin N.Z. Species determination of pine nuts in commercial samples causing pine nut syndrome // *Food Control*. 2014. Vol. 40, № 1. P. 19-25.
- Егорова Е.Ю., Будаева В.В., Лобанова А.А., Ильясов С.Г. Скорлупа кедрового ореха в производстве алкогольных и безалкогольных напитков // *Пиво и напитки*. 2005. № 5. С. 44-46.
- Бырдin П.В., Михальский Д.В., Бореикина Е.М. Устройство для шелушения кедровых шишек с их предварительной термической обработкой: пат. 2491010 Рос. Федерация № 201147697/13; заяв. 23.11.11; опубл. 27.08.13, Бюл. № 24.
- Невзоров В.Н., Корнеев С.В. Устройство для извлечения ядер кедрового ореха: пат. 2332913 Рос. Федерация № 2006145690/13; заяв. 21.12.06; опубл. 10.09.08, Бюл. № 25.
- Невзоров В.Н., Куриленко Н.И., Голубев И.В. Устройство для разрушения скорлупы кедрового ореха: пат. 2339280 Рос. Федерация № 2007118869/13; заяв. 21.05.07; опубл. 27.11.08, Бюл. № 33.
- Невзоров В.Н., Куриленко Н.И. Устройство для разрушения скорлупы кедровых орехов: пат. 2350231 Рос. Федерация № 2008102306/13; заяв. 21.01.08; опубл. 27.03.09, Бюл. № 9.
- Невзоров В.Н., Холопов В.Н., Самойлов В.А., Голубев И.В. Устройство для разрушения скорлупы ореха: пат. 128462 Рос. Федерация № 2012150256/13; заяв. 23.11.12; опубл. 27.05.013, Бюл. № 15.
- Бырдin В.Н. Холопов В.Н., Невзоров В.Н. Модернизация технологического оборудования для заготовки и транспортировки недревесного растительного сырья // *АПК России*. 2015. № 74. С. 118-123.
- Куриленко Н.И. Исследование физико-механических свойств кедрового ореха // *Вестн. Крас. гос. аг. ун-та*. 2010. № 2. С. 149-153.
- Бырдin П.В., Медведева О.И., Михальский Д.В. Теоретические аспекты шелушения термообработанных кедровых шишек // *Вестн. КрасГАУ*. 2013. № 6. С. 207-212.
- Бырдin П.В., Михальский Д.В. Теоретические исследования устройства для извлечения ореха из кедровой шишки // *Вестн. КрасГАУ*. 2010. № 6. С. 139-143.
- Bekh I.A. Prospects for the development of pine nuts in the forests of Siberia // *Journal of Siberian Federal University. Biology*. 2008. T. 1, № 4. P. 414-421.
- Lin S., Xue P., Zhang S., Dong X., Liang R., Liu Z. Antioxidant activity improvement of identified pine nut peptides by pulsed electric field (pef) and the mechanism exploration // *LWT - Food Science and Technology*. 2017. Vol. 75. P. 366-372.
- Zhao T., Hong S.I., Yoon S.W., Kim I.-H., Kim B.H., Kim C.-T., Kim Y. Lipase-catalyzed production of pinolenic acid concentrate from pine nut oil using a recirculating packed bed reactor // *Jour. of Food Science*. 2012. Vol. 77, № 2. P. 267-271.
- Lee B.-M., Choi J.-H., Hong S.I., Yoon S.W., Kim I.-H., Kim B.H., Kim C.-T., Kim C.-J., Kim Y. Enrichment of pinolenic acid from pine nut oil via lipase-catalyzed ethanolysis with an immobilized candida antarctica lipase // *Biocatalysis and Bio-transformation*. 2011. Vol. 29, № 4. P. 155-160.
- Ballin N.Z., Mikkelsen K. Polymerase chain reaction and chemometrics detected several pinus species including pinus armandii involved in pine nut syndrome // *Food Control*. 2016. Vol. 64. P. 234-239.
- Xie K., Miles E.A., Calder P.C. A review of the potential health benefits of pine nut oil and its characteristic fatty acid pinolenic acid // *Jour. of Functional Foods*. 2016. Vol. 23. P. 464-473.
- Mazalevskii V.B., Nitsievskaya K.N., Motovilov O.K. Methodical approaches to creating products from the core of pine nuts // *Siberian Herald of Agricultural Science*. 2015. № 6 (247). P. 76-81.
- Egorova E.Yu., Batashova N.V., Bochkarev M.S. Biological value and functional-technological properties of cedar core oil cake // *Fat and oil processing industry*. 2007. № 6. P. 41-44.
- Buzetti K.D., Umarova Z.M., Lyusiun' D.L., Gryzenkov A.V. Preparation of alcoholic infusion from pine nuts in an accelerated manner in recirculating // *Tekhnologii 21 veka v pishchevoi, pererabatyvayushchei i legkoi promyshlennosti*. 2012. № 6-1. P. 2.
- Mikkelsen A.T., Jessen F., Ballin N.Z. Species determination of pine nuts in commercial samples causing pine nut syndrome // *Food Control*. 2014. Vol. 40, № 1. P. 19-25.
- Egorova E.Yu., Budaeva V.V., Lobanova A.A., Il'yasov S.G. Pine nut shells in the production of alcoholic and nonalcoholic beverages // *Beer and beverages*. 2005. № 5. P. 44-46.
- Byrdin P.V., Mikhalskii D.V., Boreikina E.M. A device for peeling pine cones with their pre-heat treatment: pat. 2491010 Ros. Federatsiya № 201147697/13; заяв. 23.11.11; опубл. 27.08.13, Byul. № 24.
- Nevzorov V.N., Korneev S.V. A device for extracting the nuclei of cedar nuts: pat. 2332913 Ros. Federatsiya № 2006145690/13; заяв. 21.12.06; опубл. 10.09.08, Byul. № 25.
- Nevzorov V.N., Kurilenko N.I., Golubev I.V. The device for breaking the shell of pine nuts: pat. 2339280 Ros. Federatsiya № 2007118869/13; заяв. 21.05.07; опубл. 27.11.08, Byul. № 33.
- Nevzorov V.N., Kurilenko N.I. The device for breaking the shell of pine nuts: pat. 2350231 Ros. Federatsiya № 2008102306/13; заяв. 21.01.08; опубл. 27.03.09, Byul. № 9.
- Nevzorov V.N., Kholopov V.N., Samoilov V.A., Golubev I.V. The device for breaking a nut shell: pat. 128462 Ros. Federatsiya № 2012150256/13; заяв. 23.11.12; опубл. 27.05.013, Byul. № 15.
- Byrdin V.N. Kholopov V.N., Nevzorov V.N. Modernization of technological equipment for harvesting and transportation of non-wood plant raw material // *Agro-Industrial Complex of Russia*. 2015. № 74. P. 118-123.
- Kurilenko N.I. Investigation of the physical and mechanical properties of pine nuts // *The Bulletin of KrasGAU*. 2010. № 2. P. 149-153.
- Byrdin P.V., Medvedeva O.I., Mikhalskii D.V. Theoretical aspects of the peeling of heat-treated pine cones // *The Bulletin of KrasGAU*. 2013. № 6. P. 207-212.
- Byrdin P.V., Mikhalskii D.V. Theoretical studies of the device for extracting walnut cedar cones // *The Bulletin of KrasGAU*. 2010. № 6. P. 139-143.

## Оптимизация продуктивности дубовых насаждений

А.В. Середюк<sup>а</sup>, Н.В. Выводцев<sup>б</sup>

Тихоокеанский государственный университет, ул. Тихоокеанская 136, Хабаровск, Россия

<sup>а</sup>seredyukalex@mail.ru, <sup>б</sup>004193@pnu.edu.ru

Статья поступила 2.10.2017, принята 16.10.2017

*Анализируется рост насаждений дуба черешчатого, скального и монгольского с целью построения оптимальных таблиц хода роста. Для древостоев разных уровней продуктивности определено поле варьирования численности стволов в границах классов возраста. В установленном диапазоне варьирования в пределах классов возраста дана регрессионная оценка влияния густоты дубовых древостоев на средние таксационные показатели — высоту, диаметр, видовое число, которая передается параболой 2-го порядка. В интервале 40–160 лет установлена связь между возрастом древостоев и параметрами регрессионного уравнения, описывающего зависимость таксационных показателей от густоты. На основе этих регрессий составлены обобщенные уравнения связи с двумя входами — возрастом и густотой. Приведен пример оптимальной таблицы хода роста дубовых насаждений, построенной с целью определения максимального среднего прироста крупной и средней древесины. По расчетам, оптимальный возраст технической спелости наступает в 150 лет. Достижение локального оптимума осуществляется постепенными уходами за численностью стволов.*

**Ключевые слова:** дуб монгольский; дуб черешчатый; дуб скальный; критерий оптимума; оптимальные насаждения; таблицы хода роста; густота насаждений; техническая спелость.

## Optimization of the productivity of oak planting

A.V. Seredyuk<sup>a</sup>, N.V. Vyvoldtsev<sup>b</sup>

Pacific National University; 136, Tikhookeanskaya St., Khabarovsk, Russia

<sup>a</sup>seredyukalex@mail.ru, <sup>b</sup>004193@pnu.edu.ru

Received 2.10.2017, accepted 16.10.2017

*The planting growth of Mongolian, English and durmast oaks for the purpose of making optimal growth tables is analyzed. For the stands of different levels of productivity, the field of variation in the number of trees within the boundaries of the age classes has been determined. In the established range of variation within the age classes, a regression estimate of the influence of the density of oak stands on the average taxonomic indicators is given: altitude, diameter, and species number. It is close and transmitted by a second-order parabola. In the interval of 40–160 years, a relationship is established between the age of the stands and the parameters of the regression equation describing the relationship between taxation indicators and density. These regressions compose generalized equations of connection with two inputs-age and density. The example of an optimal growth progress chart is given. It is constructed to determine the maximum average increment of large and medium wood in oak planting. According to calculations, the optimal age of technical ripeness comes in 150 years. Achievement of the local optimum is carried out by gradual grooming of the number of trunks.*

**Keywords:** Mongolian oak; English oak; durmast oak; optimal criterion; optimal plantations; growth progress tables; density of plantings; technical ripeness.

### Введение

Изучению дубрав посвящено множество научных работ, в том числе исследования В.А. Бугаева, А.П. Добрынина, Н.П. Калиниченко, Н.В. Выводцева и А.В. Середюк [1–5]. Большинство из них касаются роста, строения, продуктивности и сохранности дубовых насаждений. На территории России семейство буковых представлено тремя видами дуба: черешчатым, скальным и монгольским. Дубовые насаждения занимают 1,1 % от всей покрытой лесом территории страны и располагаются в европейской части России и на Дальнем Востоке (см. рис. 1). По данным государственного лесного реестра за 2013 г. [6], площадь насаждений дуба монгольского в целом (дуб высокоствольный и низкоствольный) составляет около 3 203,3 тыс. га, за-

пасы — свыше 316,9 млн м<sup>3</sup>. На один га в среднем приходится около 100 м<sup>3</sup>. Образовались дубы в результате выборочных рубок в насаждениях сосны кедровой корейской и пожаров [7]. По сравнению с нормальными древостоями А.П. Добрынина, дубы относятся к низкополнотным и требуют проведения реконструктивных лесохозяйственных мероприятий. Наиболее полно отвечать целям реконструкции, по-видимому, будут насаждения, имеющие оптимальную структуру состава и численность стволов. Методика построения таких нормативов обусловлена выбором критерия оптимизации. Для высокопродуктивных насаждений дуба таким критерием является достижение в кратчайшие сроки максимума среднего прироста крупной и средней деловой древесины или возраста технической спелости. Экспе-



риментальным материалом чаще всего являются пробные площади или таксационные выделы. Использование для этой цели таблиц хода роста определенной породы, но разных видов, разного происхождения, разных географических районов — новый подход к разработке оптимальных нормативов для оценки продуктивности насаждений.

*Целью исследования* является построение регрессионных моделей, а на их основе — оптимальных таблиц хода роста дубовых насаждений.

*Объекты и методика.* Объектом исследования являлись дубовые насаждения, произрастающие на территории европейской части страны и на Дальнем Востоке (Приморский край). Экспериментальным материалом послужили таблицы хода роста дубовых насаждений порослевого и семенного происхождения для европейской части России, помещенные в общесоюзном справочнике нормативов для таксации лесов [8], а также таблицы хода роста по дубу монгольскому, произрастающему на территории Дальнего Востока. Анализ хода роста таксационных показателей выполнен с помощью метода индексов. Этот метод апробирован при изучении общих закономерностей роста сосновых, еловых, лиственничных, осиновых и березовых насаждений. На его основе построен ряд общих нормативов: таблицы хода роста нормальных насаждений, стан-

дартные таблицы сумм площадей сечений и запасов, таблицы видовых высот. Входом в эти таблицы являются класс бонитета и возраст, чего недостаточно для целей оптимизации. Авторами статьи разработана таблица хода роста оптимальных насаждений, в которой в качестве независимых переменных рассматриваются возраст и густота. Для расчета динамики товарных характеристик дубовых насаждений привлекали товарные таблицы, помещенные в справочнике таксатора для лесов Дальнего Востока [9].

**Результаты и обсуждение.** С лесоводственной точки зрения каждое насаждение должно выполнять определенную цель. В промышленных лесах при выборе целевого ориентира в качестве критерия оптимизации принимают техническую спелость насаждения, или количество выращенной к определенному возрасту товарной древесины. Естественно, достижение этого оптимума должно быть отражено в таблицах хода роста. Таблицы хода роста нормальных насаждений для этой цели не подходят. Они характеризуют рост наиболее полных насаждений и в этой связи являются своеобразным эталоном. При их составлении используются парные регрессионные уравнения связи таксационных показателей с возрастом.

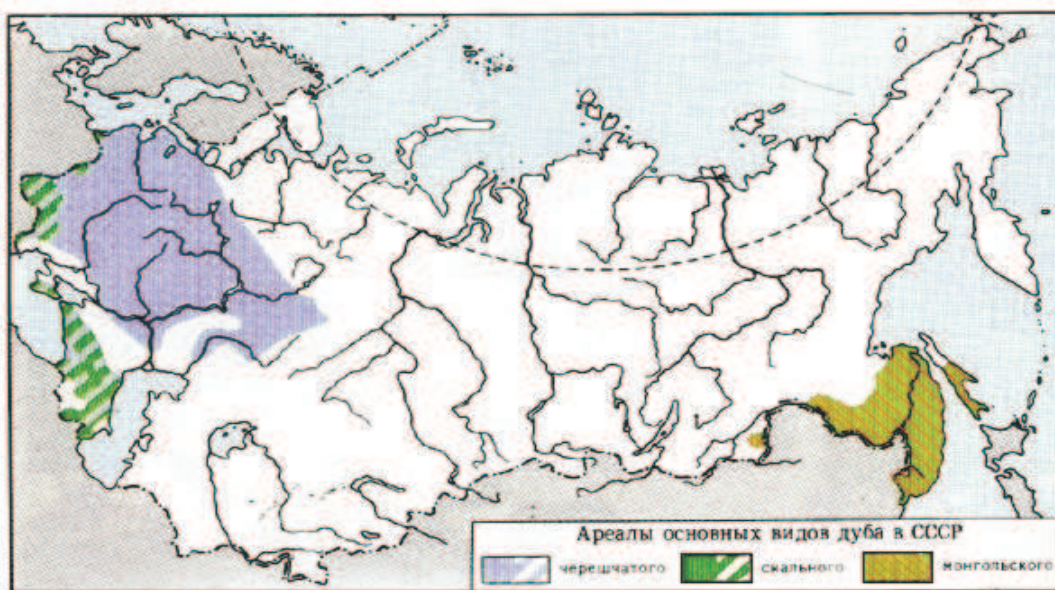


Рис. 1. Ареалы распространения дуба на территории России

Не подходят для этой цели и таблицы хода роста молодых насаждений, которые отражают рост средних, наиболее распространенных древостоев. Достижение определенной цели хозяйства решается с помощью оптимальных таблиц хода роста, где независимой переменной, кроме возраста, является число стволов. Зависимые переменные (высота, диаметр) в большинстве случаев находятся в тесной связи с этими показателями. Варьируя количество стволов в насаждении, можно оказывать влияние на величину запаса древостоя.

В относительных величинах таксационные показатели дубовых насаждений, независимо от происхождения, практически не влияют на характер их изменения с

возрастом, т. е. они имеют близкие значения индексов в определенном возрастном интервале. Происхождение древостоев также не оказывает влияния на изменчивость индексов роста. Семенные и порослевые насаждения дуба по всем показателям укладываются в узкий пучок линий. Отсутствие различий в характере роста и обусловило разработку единой таблицы хода роста для дубовых насаждений, входом в которую являются возраст и число стволов. Методическое решение этой задачи состояло из нескольких этапов.

*На первом этапе* по таблицам хода роста анализировалась численность стволов в определенных возрастах. С этой целью из таблиц хода роста по оси ординат



откладывали количество стволов, а по оси абсцисс — возраст. В результате был определен диапазон варьирования численности стволов по всему возрастному интервалу, отраженному в таблицах хода роста у трех видов дуба. Своеобразное поле возрастного изменения численности стволов в дубовых насаждениях показано на рис. 2. Верхнюю ( $N_{\text{верх}}$ ) и нижнюю ( $N_{\text{ниж}}$ ) границы варьирования ограничили кривыми, которые описаны

параболами 3-го порядка с высоким ( $R^2 = 0.94$ ) коэффициентом детерминации:

$$N_{\text{верх}} = 1.7897 \times 10^2 - 1.0325 \times 10^{-1} \times A + 2.7601 \times 10^{-5} \times A^2 - 2.3809 \times 10^{-9} \times A^3, \quad (1)$$

$$N_{\text{ниж}} = 3.87 \times 10^2 - 1.36 \times A + 1.86 \times 10^{-3} \times A^2 - 8.50 \times 10^{-7} \times A^3, \quad (2)$$

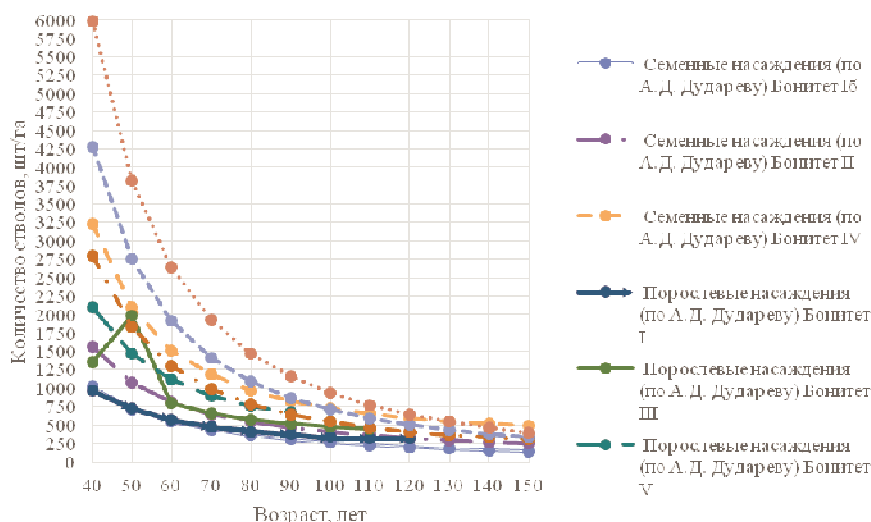


Рис. 2. Зависимость количества стволов от возраста по таблицам хода роста А.Д. Дударева и А.П. Добрынина

На втором этапе в границах установленного поля изреживания дубовых насаждений по каждому классу возраста изучена зависимость средних значений объемных показателей высоты, диаметра, видового числа от густоты древостоев. С высоким коэффициентом корреляции у всех трех показателей установленная закономерность передается параболой 2-го порядка.

$$\begin{aligned} H_{40} &= a + bN_{40} + cN_{40}^2; H_{50} = a + bN_{50} + cN_{50}^2; \\ H_{60} &= a + bN_{60} + cN_{60}^2; \dots H_{160} = a + bN_{160} + cN_{160}^2; \end{aligned} \quad (3)$$

$$D_{40} = a + bN_{40} + cN_{40}^2; D_{50} = a + bN_{50} + cN_{50}^2; \dots D_{160} = a + bN_{160} + cN_{160}^2; \quad (4)$$

$$F_{40} = a + bN_{40} + cN_{40}^2; F_{50} = a + bN_{50} + cN_{50}^2; \dots F_{160} = a + bN_{160} + cN_{160}^2; \quad (5)$$

где  $H$ ,  $D$ ,  $F$  — соответственно значения высоты, диаметра, видового числа в возрасте;  $N$  — число стволов в возрасте, шт./га.

Коэффициенты регрессии уравнений (3) – (5) представлены в табл. 1–3.

Таблица 1

Изменение коэффициентов квадратичного уравнения, описывающего зависимость высоты от количества стволов в границах определенного возраста

| Возраст (A) | a      | b                       | c                        |
|-------------|--------|-------------------------|--------------------------|
| 40          | 25.739 | $-8.387 \times 10^{-3}$ | $8.75575 \times 10^{-7}$ |
| 50          | 30.037 | $-1.334 \times 10^{-2}$ | $2.00923 \times 10^{-6}$ |
| 60          | 37.635 | $-2.723 \times 10^{-2}$ | $6.42788 \times 10^{-6}$ |
| 70          | 43.087 | $-4.179 \times 10^{-2}$ | $1.33229 \times 10^{-5}$ |
| 80          | 48.310 | $-6.008 \times 10^{-2}$ | $2.47065 \times 10^{-5}$ |
| 90          | 53.353 | $-8.175 \times 10^{-2}$ | $4.16523 \times 10^{-5}$ |
| 100         | 55.148 | $-9.518 \times 10^{-2}$ | $5.63268 \times 10^{-5}$ |
| 110         | 56.074 | $-1.055 \times 10^{-1}$ | $6.95667 \times 10^{-5}$ |
| 120         | 57.128 | $-1.172 \times 10^{-1}$ | $8.47385 \times 10^{-5}$ |
| 130         | 61.766 | $-1.565 \times 10^{-1}$ | $1.40067 \times 10^{-4}$ |
| 140         | 64.463 | $-1.861 \times 10^{-1}$ | $1.88775 \times 10^{-4}$ |
| 150         | 66.237 | $-2.119 \times 10^{-1}$ | $2.36967 \times 10^{-4}$ |
| 160         | 63.772 | $-2.069 \times 10^{-1}$ | $2.43234 \times 10^{-4}$ |

Таблица 2

*Изменение коэффициентов квадратичного уравнения, описывающего зависимость средних диаметров от количества стволов в границах определенного возраста*

| Возраст (А) | <i>a</i> | <i>b</i>                | <i>c</i>                 |
|-------------|----------|-------------------------|--------------------------|
| 40          | 26,043   | $-8,319 \times 10^{-3}$ | $8,63136 \times 10^{-7}$ |
| 50          | 30,951   | $-1,260 \times 10^{-2}$ | $1,80527 \times 10^{-6}$ |
| 60          | 40,970   | $-2,773 \times 10^{-2}$ | $6,28409 \times 10^{-6}$ |
| 70          | 48,551   | $-4,356 \times 10^{-2}$ | $1,31692 \times 10^{-5}$ |
| 80          | 56,124   | $-6,382 \times 10^{-2}$ | $2,47851 \times 10^{-5}$ |
| 90          | 63,816   | $-8,914 \times 10^{-2}$ | $4,28336 \times 10^{-5}$ |
| 100         | 70,855   | $-1,170 \times 10^{-1}$ | $6,70945 \times 10^{-5}$ |
| 110         | 77,704   | $-1,484 \times 10^{-1}$ | $9,90570 \times 10^{-5}$ |
| 120         | 84,329   | $-1,828 \times 10^{-1}$ | $1,38661 \times 10^{-4}$ |
| 130         | 89,759   | $-2,141 \times 10^{-1}$ | $1,77851 \times 10^{-4}$ |
| 140         | 76,799   | $-1,488 \times 10^{-1}$ | $9,75424 \times 10^{-5}$ |
| 150         | 100,474  | $-2,872 \times 10^{-1}$ | $2,83301 \times 10^{-4}$ |
| 160         | 110,767  | $-3,945 \times 10^{-1}$ | $4,70211 \times 10^{-4}$ |

Таблица 3

*Изменение коэффициентов квадратичного уравнения, описывающего зависимость видового числа от количества стволов в границах определенного возраста*

| Возраст (А) | <i>a</i>               | <i>b</i>                | <i>c</i>                  |
|-------------|------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 40          | $4,509 \times 10^{-1}$ | $4,903 \times 10^{-5}$  | $-2,05662 \times 10^{-9}$ |
| 50          | $4,683 \times 10^{-1}$ | $3,260 \times 10^{-5}$  | $3,57641 \times 10^{-9}$  |
| 60          | $4,312 \times 10^{-1}$ | $9,185 \times 10^{-5}$  | $-8,34328 \times 10^{-9}$ |
| 70          | $4,236 \times 10^{-1}$ | $1,187 \times 10^{-4}$  | $-1,75755 \times 10^{-8}$ |
| 80          | $4,212 \times 10^{-1}$ | $1,419 \times 10^{-4}$  | $-3,29146 \times 10^{-8}$ |
| 90          | $4,151 \times 10^{-1}$ | $1,790 \times 10^{-4}$  | $-6,81317 \times 10^{-8}$ |
| 100         | $4,142 \times 10^{-1}$ | $2,077 \times 10^{-4}$  | $-1,17279 \times 10^{-7}$ |
| 110         | $4,131 \times 10^{-1}$ | $2,441 \times 10^{-4}$  | $-1,96276 \times 10^{-7}$ |
| 120         | $4,251 \times 10^{-1}$ | $2,109 \times 10^{-4}$  | $-2,17980 \times 10^{-7}$ |
| 130         | $4,715 \times 10^{-1}$ | $-5,896 \times 10^{-5}$ | $8,26835 \times 10^{-7}$  |
| 140         | $4,715 \times 10^{-1}$ | $-5,896 \times 10^{-5}$ | $8,26835 \times 10^{-8}$  |
| 150         | $6,136 \times 10^{-1}$ | $-1,219 \times 10^{-3}$ | $1,94199 \times 10^{-6}$  |
| 160         | $3,622 \times 10^{-1}$ | $7,055 \times 10^{-4}$  | $-7,95965 \times 10^{-7}$ |

На третьем этапе выполнен графико-аналитический анализ параметров уравнений (3) – (5), описывающих связь высоты, диаметра и видового числа от числа стволов в пределах определенного возраста. Результаты регрессионного анализа свидетельствуют, что изменения параметров (*a*, *b*, *c*) с возрастом подчиняются определенной закономерности, которую с высокой степенью приближения ( $R^2 = 0,98$ ) можно выразить параболой 2-го порядка (рис. 3–5), что выражено в уравнениях (6) – (8):

$$y(a) = 2.701 \times 10^{-3} \times A^2 + 8.66 \times 10^{-1} \times A - 4.828, \quad (6)$$

$$y(b) = 5.4545 \times 10^{-6} \times A^2 - 7.2667 \times 10^{-4} \times A + 3.93 \times 10^{-2}, \quad (7)$$

$$y(c) = 2.1446 \times 10^{-8} \times A^2 - 2.1539 \times 10^{-6} \times A + 5.618 \times 10^{-5}, \quad (8)$$

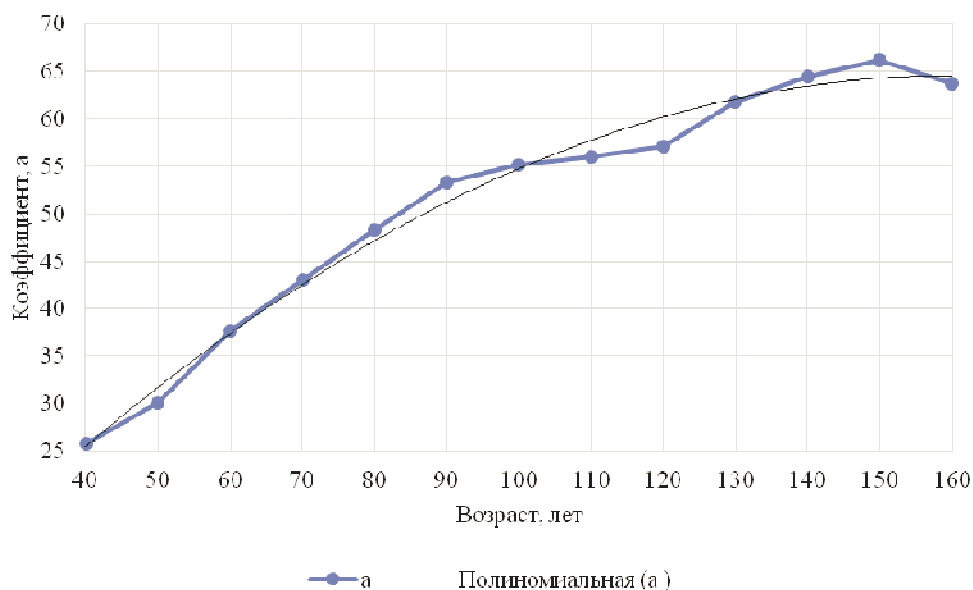


Рис. 3. Зависимость коэффициента (a) от возраста по высоте

После замены в формуле (3) значений параметров а, в, с на конкретные уравнения регрессии было составлено обобщенное уравнение, позволяющее рассчитать высоту в интервале 40–160 лет для трех групп густоты:

$$H_i = (-2.701 \times 10^{-3} \times A^2 + 8.66 \times 10^{-1} \times A - 4.829) + (-5.4545 \times 10^{-6} \times A^2 - 7.2667 \times 10^{-4} \times A + 3.393 \times 10^{-2}) \times N_i + (2.1446 \times 10^{-8} \times A^2 - 2.1539 \times 10^{-6} \times A + 5.618 \times 10^{-5}) \times N_i^2 \quad (9)$$

Тесная связь параметров уравнений (4) и (5), описывающих зависимость диаметров, видовых чисел от

густоты насаждений в границах определенного класса возраста (табл. 2, 3), с возрастом также описывается полиномиальным уравнением 2-го порядка. Подстановкой найденных регрессий в уравнения (4), (5) получены обобщенные математические модели по диаметру и видовому числу:

$$D_i = (-1.1863 \times 10^{-3} \times A^2 + 8.9226 \times 10^{-1} \times A - 8.2407) + (2.0210 \times 10^{-5} \times A^2 + 1.3025 \times 10^{-3} \times A - 3.355 \times 10^{-2}) \times N_i + (4.1565 \times 10^{-8} \times A^2 - 5.3653 \times 10^{-6} \times A + 1.7219 \times 10^{-4}) \times N_i^2 \quad (10)$$

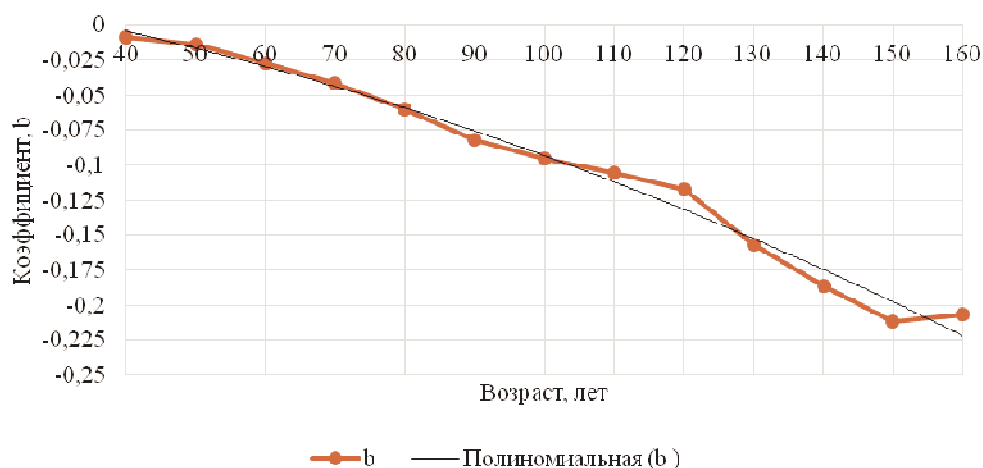


Рис. 4. Зависимость коэффициента (b) от возраста по высоте

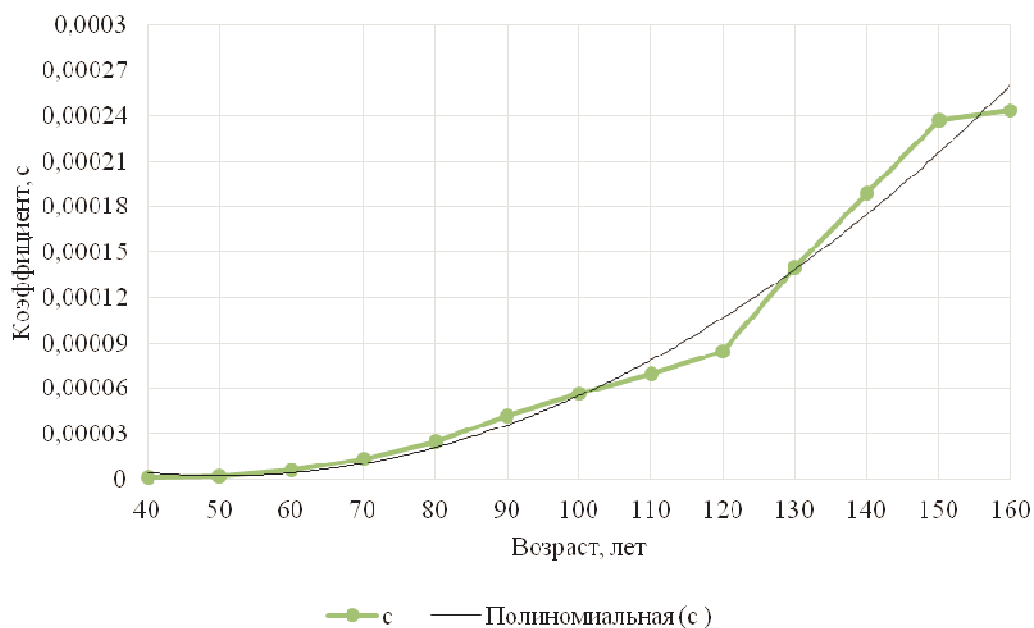


Рис. 5. Зависимость коэффициента (с) от возраста по высоте

$$F_i = (1.0442 \times 10^{-5} \times A^2 - 1.8110 \times 10^{-3} \times A + 5.0678 \times 10^{-1}) + (4.3056 \times 10^{-8} \times A^2 + 6.8242 \times 10^{-6} \times A - 1.4201 \times 10^{-4}) \times N_i + (5.6224 \times 10^{-11} \times A^2 - 8.4452 \times 10^{-9} \times A + 2.5391 \times 10^{-7}) \times N_i^2, \quad (11)$$

На четвертом этапе с помощью составленных уравнений регрессии (9) – (11) для каждого класса возраста и заданной густоты рассчитывались средние значения высоты, диаметра и видового числа. Суммы

площадей сечений, запас, средний прирост находили по общеизвестным в лесной таксации формулам [10]. Средний прирост крупной, средней и мелкой древесины определен по товарным таблицам. В итоге была составлена таблица хода роста дубовых насаждений для трех групп густоты, на основе которой определен оптимальный возраст технической спелости (табл. 4). В разработанной таблице хода роста она наступает в 150 лет. Максимальный средний прирост крупной и средней древесины в этом возрасте обеспечили 145 деловых стволов дуба.

Таблица 4

## Ход роста дубовых насаждений

| Возраст, лет | Высота, м | Диаметр, см | Видовое число, 10 <sup>-3</sup> | Число стволов, шт. | Сумма площадей сечений, м <sup>2</sup> | Запас, м <sup>3</sup> | Запас древесины по категориям крупности, м <sup>3</sup> |         |                   |        | Средний прирост, м <sup>3</sup> |         |         |
|--------------|-----------|-------------|---------------------------------|--------------------|----------------------------------------|-----------------------|---------------------------------------------------------|---------|-------------------|--------|---------------------------------|---------|---------|
|              |           |             |                                 |                    |                                        |                       | крупная                                                 | средняя | крупная + средняя | мелкая | крупная + средняя               | крупная | средняя |
| 80           | 13,8      | 15,1        | 491                             | 783                | 14,0                                   | 95,2                  | 0,0                                                     | 14,3    | 14,3              | 13,3   | 0,2                             | 0,0     | 0,2     |
|              | 23,0      | 28,7        | 477                             | 496                | 32,0                                   | 351,2                 | 49,2                                                    | 49,2    | 98,3              | 7,0    | 1,2                             | 0,6     | 0,6     |
|              | 28,7      | 35,6        | 467                             | 359                | 35,8                                   | 479,0                 | 105,4                                                   | 33,5    | 138,9             | 4,8    | 1,7                             | 1,3     | 0,4     |
| 90           | 16,5      | 20,2        | 489                             | 677                | 21,7                                   | 175,2                 | 5,3                                                     | 31,5    | 36,8              | 14,0   | 0,4                             | 0,1     | 0,4     |
|              | 23,9      | 31,0        | 475                             | 463                | 34,9                                   | 396,3                 | 71,3                                                    | 43,6    | 114,9             | 4,0    | 1,3                             | 0,8     | 0,5     |
|              | 31,6      | 40,5        | 461                             | 304                | 39,2                                   | 570,5                 | 142,6                                                   | 28,5    | 171,2             | 0,0    | 1,9                             | 1,6     | 0,3     |
| 100          | 16,2      | 19,7        | 495                             | 726                | 22,0                                   | 176,0                 | 5,3                                                     | 31,7    | 37,0              | 14,1   | 0,4                             | 0,1     | 0,3     |
|              | 22,9      | 30,6        | 476                             | 475                | 35,0                                   | 381,7                 | 68,7                                                    | 42,0    | 110,7             | 3,8    | 1,1                             | 0,7     | 0,4     |
|              | 34,2      | 45,1        | 457                             | 261                | 41,7                                   | 651,2                 | 175,8                                                   | 26,0    | 201,9             | 0,0    | 2,0                             | 1,8     | 0,3     |
| 110          | 18,1      | 22,1        | 504                             | 764                | 29,4                                   | 268,8                 | 21,5                                                    | 48,4    | 69,9              | 10,8   | 0,6                             | 0,2     | 0,4     |
|              | 22,7      | 31,2        | 476                             | 466                | 35,6                                   | 383,6                 | 69,0                                                    | 42,2    | 111,2             | 3,8    | 1,0                             | 0,6     | 0,4     |
|              | 36,4      | 49,3        | 454                             | 227                | 43,4                                   | 716,2                 | 237,1                                                   | 0,0     | 237,1             | 0,0    | 2,2                             | 2,2     | 0,0     |
| 120          | 19,5      | 26,0        | 497                             | 638                | 34,0                                   | 328,5                 | 59,1                                                    | 36,1    | 95,3              | 3,3    | 0,8                             | 0,5     | 0,3     |
|              | 25,6      | 36,3        | 468                             | 377                | 39,1                                   | 469,0                 | 117,2                                                   | 23,4    | 140,7             | 0,0    | 1,2                             | 1,0     | 0,2     |
|              | 38,4      | 53,2        | 453                             | 200                | 44,4                                   | 772,3                 | 208,5                                                   | 30,9    | 239,4             | 0,0    | 2,0                             | 1,7     | 0,3     |



| Возраст,<br>лет | Высота,<br>м | Диаметр,<br>см | Видовое<br>число,<br>10 <sup>-3</sup> | Число<br>стволов,<br>шт. | Сумма<br>площадей<br>сечений,<br>м <sup>2</sup> | Запас,<br>м <sup>3</sup> | Запас древесины по категориям<br>крупности, м <sup>3</sup> |         |                           |        | Средний прирост, м <sup>3</sup> |         |         |
|-----------------|--------------|----------------|---------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------|------------------------------------------------------------|---------|---------------------------|--------|---------------------------------|---------|---------|
|                 |              |                |                                       |                          |                                                 |                          | крупная                                                    | средняя | крупная<br>+ сред-<br>няя | мелкая | крупная<br>+ сред-<br>няя       | крупная | средняя |
| 130             | 20,0         | 28,1           | 493                                   | 550                      | 34,1                                            | 337,3                    | 74,2                                                       | 23,6    | 97,8                      | 3,4    | 0,8                             | 0,6     | 0,2     |
|                 | 24,8         | 36,1           | 470                                   | 366                      | 37,5                                            | 436,6                    | 96,0                                                       | 30,6    | 126,6                     | 4,4    | 1,0                             | 0,7     | 0,2     |
|                 | 39,3         | 56,7           | 458                                   | 178                      | 44,9                                            | 808,5                    | 334,1                                                      | 0,0     | 334,1                     | 0,0    | 2,6                             | 2,6     | 0,0     |
| 140             | 19,9         | 28,6           | 489                                   | 517                      | 33,1                                            | 322,7                    | 58,1                                                       | 35,5    | 93,6                      | 3,2    | 0,7                             | 0,4     | 0,3     |
|                 | 24,9         | 37,5           | 467                                   | 330                      | 36,4                                            | 422,6                    | 93,0                                                       | 29,6    | 122,6                     | 4,2    | 0,9                             | 0,7     | 0,2     |
|                 | 40,0         | 59,9           | 457                                   | 160                      | 45,1                                            | 823,5                    | 374,1                                                      | 0,0     | 374,1                     | 0,0    | 2,7                             | 2,7     | 0,0     |
| 150             | 19,2         | 28,1           | 488                                   | 492                      | 30,4                                            | 284,4                    | 51,2                                                       | 31,3    | 82,5                      | 2,8    | 0,5                             | 0,3     | 0,2     |
|                 | 24,2         | 38,1           | 467                                   | 302                      | 34,3                                            | 388,4                    | 85,4                                                       | 27,2    | 112,6                     | 3,9    | 0,8                             | 0,6     | 0,2     |
|                 | 40,2         | 62,8           | 463                                   | 145                      | 44,9                                            | 834,5                    | 413,4                                                      | 0,0     | 413,4                     | 0,0    | 2,8                             | 2,8     | 0,0     |
| 160             | 17,9         | 26,7           | 489                                   | 472                      | 26,3                                            | 230,0                    | 32,2                                                       | 32,2    | 64,4                      | 4,6    | 0,4                             | 0,2     | 0,2     |
|                 | 27,2         | 45,2           | 467                                   | 231                      | 37,0                                            | 470,7                    | 103,6                                                      | 33,0    | 136,5                     | 4,7    | 0,9                             | 0,6     | 0,2     |
|                 | 39,8         | 65,5           | 470                                   | 132                      | 44,5                                            | 832,7                    | 412,5                                                      | 0,0     | 412,5                     | 0,0    | 2,6                             | 2,6     | 0,0     |

### Заключение

Таким образом, проведенные исследования хода роста дубовых насаждений показали, что географический район не оказывает существенного влияния на характер изменения с возрастом основных таксационных показателей. При определенном соотношении численности стволов в природном фитоценозе могут быть созданы условия, дающие высокий лесорастительный эффект, выражающийся в максимальном приросте группы крупных и средних сортиментов в заранее заданных границах изреживания. При прочих равных условиях (одинаковый возраст) порослевые насаждения имеют меньшее количество стволов на гектаре по сравнению с семенными. Верхняя граница численности стволов установлена по данным семенных древостоев, нижняя — порослевых. В каждом возрастном интервале, в зависимости от количества стволов, имеются свои локальные оптимумы. Их можно использовать, как своеобразные ориентиры при достижении главной цели — максимального среднего прироста крупной и средней древесины. Поэтому основное внимание при проведении ухода следует сосредоточить на постепенном изреживании древостоя до 145 деловых стволов на один гектар.

### Литература

- Бугаев В.А., Мусиевский А.Л., Царалунга В.В. Дубравы европейской части России // Лесной журнал. 2004. № 2. С. 7-13.
- Добрынин А.П. Дубовые леса российского Дальнего Востока (биология, география, происхождения). Владивосток: Дальнаука, 2000. 260 с.
- Калининченко Н.П. Руководство по ведению хозяйства и восстановлению дубрав в равнинных лесах европейской части Российской Федерации. М.: ВНИИЛМ, 2000. 136 с.
- Середюк А.В., Выводцев Н.В. Составление стандартных нормативов для таксации дубовых насаждений // Системы Методы Технологии. 2017 № 2 (34) С. 157-164.

5. Выводцев Н.В. Середюк А.В. Составление стандартных нормативов для таксации дубовых насаждений [Электронные заметки] // Учен. заметки ТОГУ. 2017. Т. 8, № 1. С. 29-35. URL: <http://pnu.edu.ru/ejournal/pub/articles/1487/> (дата обращения: 12.08.2017).

6. Лесной реестр 2013: стат. сб. / сост. Р.Ю. Голунов, А.В. Станин, О.В. Гагарина, В.А. Шевалева, Д.В. Фомченков, С.В. Шалыгин, С.В. Данилова, Н.К. Данилов, Л.С. Телешов, Г.В. Кудрина, Е.В. Щанкина, А.С. Перезовова. М., 2014. 690 с.

7. Выводцев Н.В., Выводцева А.Н., Ресукэ Кобояси Сосна кедровая корейская в Хабаровском крае и перспективы ее восстановления. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2016. 206 с.

8. Общесоюзные нормативы для таксации лесов [Электронный ресурс], утв. Приказом Госкомлеса СССР от 28.02.1989 N 38 // Библиотека нормативно-правовых актов СССР: сайт. URL: [www/libussr.ru](http://www.libussr.ru) (дата обращения: 23.05.2017).

9. Справочник для таксации лесов Дальнего Востока / сост. В.Н. Корякин. Хабаровск: ДальНИИЛХ, 1990. 512 с.

10. Анучин Н.П. Лесная таксация. М.: Лесн. промыш-ленность, 1971. 512 с.

11. Васильев В.Н. Происхождения дальневосточных дубрав // Учен. зап. Ленингр. пед. ин-та им. Герцена. Л., 1948. Т. 73. С. 139-157.

12. Добрынин А.П. Дубовые леса российского Дальнего Востока (биология, география, происхождения). Владивосток: Дальнаука, 2000. 260 с.

13. Калининченко Н.П. Дубравы России. М.: ВНИИЦ лес-ресурс, 2000. 531 с.

14. Ерусалимский В.И. Как сохранить дубравы? // Лесн. хозяйство. 2000. № 5. С. 13-15.

15. Лесной реестр 2013: стат. сб. / сост. Р.Ю. Голунов, А.В. Станин, О.В. Гагарина, В.А. Шевалева, Д.В. Фомченков, С.В. Шалыгин, С.В. Данилова, Н.К. Данилов, Л.С. Телешов, Г.В. Кудрина, Е.В. Щанкина, А.С. Перезовова. М., 2014. 690 с.

16. Лосицкий К.Б. Продуктивность, воспроизводство и жизнестойкость дубовых лесов по зонам СССР // Дубравы и повышение их продуктивности // Сб. тр. ВНИИЛМ. М., 1981. С. 13-36.

17. Загребев В.В., Сухих В.И., Швиденко А.З., Гусев Н.Н., Мошкалева А.Г. Общесоюзные нормативы для таксации лесов. М.: Колос, 1992. 495 с.

18. Положенцев П.А., Савин И.М. О причинах отмирания дубрав // Лесн. хозяйство. 1976. № 5. С. 93-95.

19. Калинин Н.П. Руководство по ведению хозяйства и восстановлению дубрав в равнинных лесах европейской части Российской Федерации. М.: ВНИИЛМ, 2000. 136 с.

20. Шаталов В.Г. Руководство по улучшению состояния и повышению продуктивности дубрав в лесосеменной зоне европейской части Российской Федерации. Воронеж: ВГУ, 1997. 68 с.

## References

1. Bugaev V.A., Musievskii A.L., Tsaralunga V.V. Oak groves of the European part of Russia // Forest Journal. 2004. № 2. P. 7-13.

2. Dobrynin A.P. Oak woods of the Russian Distant East (biology, geography, origins). Vladivostok: Dal'nauka, 2000. 260 p.

3. Kalinichenko N.P. The guide to housekeeping and restoration of oak groves in the flat woods of the European part of the Russian Federation. M.: VNIILM, 2000. 136 p.

4. Seredyuk A.V., Vyvotsev N.V. Drawing up standard standards for valuation of oak plantings // Systems. Methods. Technologies. 2017 № 2 (34). P. 157-164.

5. Vyvotsev N.V. Seredyuk A.V. Drawing up standard standards for valuation of oak plantings. The Online scientific magazine "Scientific Notes PNU" // Uchen. zametki TOGU. 2017. T. 8, № 1. P. 29-35. URL: <http://pnu.edu.ru/ejournal/pub/articles/1487/> (data obrashcheniya: 12.08.2017).

6. Forest register of 2013. Statistical collection / sost. R.Yu. Golunov, A.V. Stanin, O.V. Gagarina, V.A. Shevaleva, D.V. Fomchenkov, S.V. Shalygin, S.V. Danilova, N.K. Danilov, L.S. Teleshov, G.V. Kudrina, E.V. Shchankina, A.S. Perevozova. M., 2014. 690 p.

7. Vyvotsev N.V., Vyvotseva A.N., Resuke Koboyasi. Pine cedar Korean in Khabarovsk Krai and the prospects of her restoration. Khabarovsk: Izd-vo Tikhookean. gos. un-ta, 2016. 206 p.

8. All-union standards for valuation of the woods [Elektronnyi resurs], utv. Prikazom Goskomlesa SSSR ot 28.02.1989 N 38 // Biblioteka normativno-pravovykh aktov SSSR: sait. URL: [www/libussr.ru](http://www.libussr.ru) (data obrashcheniya: 23.05.2017).

9. The reference book for valuation of the woods of the Far East / sost. V.N. Koryakin. Khabarovsk: Dal'NIILKh, 1990. 512 p.

10. Anuchin N.P. Forest valuation. M.: Lesn. proyshlennst', 1971. 512 p.

11. Vasil'ev V.N. Origins of the Far East oak groves // Uchen. zap. Leningr. ped. in-ta im. Gertsena. L., 1948. T. 73. P. 139-157.

12. Dobrynin A.P. Oak woods of the Russian Far East (biology, geography, origins). Vladivostok: Dal'nauka, 2000. 260 p.

13. Kalinichenko N.P. Oak groves of Russia. M.: VNIITs les-sresurs, 2000. 531 p.

14. Erusalimskii V.I. How to keep oak groves? // Lesn. khozyaistvo. 2000. № 5. P. 13-15.

15. Forest register of 2013. Statistical collection / sost. R.Yu. Golunov, A.V. Stanin, O.V. Gagarina, V.A. Shevaleva, D.V. Fomchenkov, S.V. Shalygin, S.V. Danilova, N.K. Danilov, L.S. Teleshov, G.V. Kudrina, E.V. Shchankina, A.S. Perevozova. M., 2014. 690 p.

16. Lositskii K.B. Efficiency, reproduction and resilience of the oak woods on zones of the USSR. Oak groves and increase in their efficiency // Sb. tr. VNIILM. M., 1981. P. 13-36.

17. Zagreev V.V., Sukhikh V.I., Shvidenko A.Z., Gusev N.N., Moshkalev A.G. All-union standards for valuation of the woods. M.: Kolos, 1992. 495 p.

18. Polozhentsev P.A., Savin I.M. About the reasons of dying off of oak groves // Lesn. khozyaistvo. 1976. № 5. P. 93-95.

19. Kalinichenko N.P. The guide to housekeeping and restoration of oak groves in the flat woods of the European part of the Russian Federation. M.: VNIILM, 2000. 136 p.

20. Shatalov V.G. The guide to improvement of a state and increase in efficiency of oak groves in a lesosotepny zone of the European part of the Russian Federation. Voronezh: VGU, 1997. 68 p.

## Исследование положения кармашков в стволе дерева лиственницы даурской

А.Ю. Охлопкова

ООО «Азия Лес» пер. Облачный, 78а, 11, г. Хабаровск, Россия

anna.okhlopkova@gmail.com

Статья поступила 14.06.2017, принята 15.09.2017

*В статье описаны полевые исследования положения кармашков в стволе дерева лиственницы даурской, проведенные с целью сбора статистических данных, их анализа и получения математических зависимостей с морфологическими параметрами дерева для последующего использования в математическом моделировании при решении задач по оптимизации объемно-ценностного выхода продукции лесопильно-деревообрабатывающих предприятий. Приведено обоснование исследований и сбора данных о положении и размерах кармашков с точки зрения поиска оптимального раскроя бревна для получения пиломатериалов более высокого качества. В основу работы по изучению кармашков как порока строения древесины положен анализ соответствующих требований основных российских и международных стандартов качества хвойных пиломатериалов. В статье пошагово проиллюстрирован процесс сбора необходимых данных. Выявлена зависимость положения кармашков от качественных зон ствола, а также от основных морфологических параметров ствола дерева. Вычислены границы скопления кармашков по толщине и длине ствола дерева. В результате исследования выявлено одинаковое количество кармашков с северной и южной сторон сердцевинной вырезки. Более половины обнаруженных кармашков находились в зонах, включавших прочие пороки строения древесины. Наиболее явная зависимость выявлена в отношении зон присучковой древесины, границ перехода от ядровой к заболонной и от заболонной к лубяной древесине.*

**Ключевые слова:** древесина; ствол дерева; кармашки; даурская лиственница.

## Study of the position of pitch pockets in the tree trunk of the Dahurian larch

A.Yu. Okhlopkova

“Asia Les” Ltd; 78a, 11, Oblachny Per., Khabarovsk, Russia

anna.okhlopkova@gmail.com

Received 14.06.2017, accepted 15.09.2017

*The article deals with the study of the position of pitch pockets in Dahurian larch tree trunk. It describes field research on defect of wood structure with a view to collecting statistical data, its analysis and obtaining mathematical dependences with morphological parameters of the tree for subsequent use of data in mathematical modeling when solving the problems of optimization of output of lumber and wood products industry. The article substantiates the research on data collection on the position and size of pitch pockets in Dahurian larch tree trunk to find the optimal cutting of logs for obtaining sawn wood of higher quality. The author gives a consistent and detailed description of the research method. The analysis of the requirements for the defect of the main Russian and international quality standards for soft timber serves as the basis for this research. The process of necessary data collection is illustrated step by step in the article. The results of the research of pitch pockets in Dahurian larch tree trunk are analyzed in detail. The dependence of the pockets' position on qualitative zones of the trunk, as well as on the main morphological parameters of tree trunk, is determined. The boundaries of pockets accumulation along the thickness and length of the tree trunk are calculated. As a result of the research, the same number of the pockets from the northern and southern sides of the core cut has been identified. More than half of the found pockets were in the areas that included other defects of wood structure. The most pronounced dependency is revealed in the areas of inferior wood, the boundaries of the transition from sound to sapwood and from sapwood to bastwood.*

**Key words:** wood; tree trunk; pockets; Dahurian larch.

### Введение

В результате исследований, проведенных на базе лесопильного завода ООО «Алмас», расположенного в Якутске [1], было выявлено, что 13,1 % пиломатериалов

радиального раскроя, произведенных из комлевых бревен, и 14,7 % экспортной продукции смешенного раскроя, произведенной из древесины лиственницы даурской, отбраковываются из-за наличия такого порока, как кармаш-

ки. Снижение наличия данного порока в конечной продукции приведет к повышению выхода высококачественной продукции и, следовательно, росту экономической эффективности лесопильного производства.

Причины возникновения кармашков до сих пор не получили единого научного обоснования. Не существует достаточно точных математических моделей для описания параметров их расположения, хотя данным вопросам уделялось значительное внимание иностранных ученых. Среди прочих можно назвать работы, посвященные наблюдению кармашков у псевдотсути Мензиса (ель Дугласа) [2], у сосны обыкновенной [3], сосны лучистой [4], у ели норвежской [5], а также использованию томографии для выявления кармашков [6]. В российской науке изучение лиственницы представлено в работах Н.А. Кадочникова, Э.И. Адамовича [7], А.Н. Шатерникова. Представляет интерес исследование В.Ф. Беденко о различном погашении радиоактивного излучения в зависимости от характеристики древесины. Впрочем, из перечисленных работ российских и советских ученых только Адамович приводит данные о положении кармашков, но без объяснения возможных причин их возникновения. В остальных работах изучаются смоляные ходы и смолотечение для получения живицы.

В качестве основных причин возникновения кармашков большинством иностранных авторов указываются три основные причины: ветровая нагрузка [8], засуха и внешнее повреждение. Большинство авторов отдают предпочтение предположению об избыточном напряжении от ветровой нагрузки [9]. Среди исследований отечественных ученых в области напряженно-деформированного состояния древесного ствола можно выделить работы [10, 11, 12, 13]. В одной из последних работ Глухих приведены вычисления основных напряжений в радиальном и тангенциальном направлениях [14]. В основу данной работы положена теория об уравновешенной системе ствола дерева как стержне переменного сечения с локальными зонами максимальных внутренних напряжений. В результате их циклического нагружения от ветровой нагрузки происходят микроповреждения волокон древесины, приводящие к образованию кармашков [15].

Таким образом, целесообразно проследить локализацию смоляных кармашков по радиусу сечения, а также по высоте ствола дерева.

Методика исследования. Согласно вышеизложенной гипотезе, наличие, положение и размерные характеристики пороков строения, а именно смоляных кармашков, в значительной степени определяются характеристиками ствола дерева и условиями произрастания (разветвленность кроны, ветровая нагрузка и нагрузка от осадков) при прочих равных генетических данных и условиях произрастания.

Для выявления данной зависимости было предпринято полевое исследование положения и размеров кармашков в стволе дерева лиственницы даурской, произ-

растающей в Якутии. Исследуемые параметры были соотнесены с розой ветров места заготовки образцов и данными о максимальных порывах ветра. Следует отметить, что максимальные порывы ветра наблюдаются в июле, в середине вегетативного периода. Место для заготовки было отведено Якутским лесничеством на 25-м км Вилюйского тракта. Образцы модельных деревьев были заготовлены на территории городского округа «Город Якутск» согласно ГОСТ 16483.6-80 «Древесина. Метод отбора модельных деревьев и кряжей для определения физико-механических свойств древесины насаждений».

На этапе отбора модельных деревьев определяются следующие параметры: класс роста; местонахождение корневой шейки; местонахождение сторон света (север, юг); диаметр на высоте груди (1,3 м).

У срубленных стволов рулеткой (ГОСТ 7503-98) были измерены: длина хлыста; расстояние от корневой шейки до первого мертвого сучка, до первого живого сучка и до места прикрепления кроны.

Все измеренные показатели были зафиксированы и занесены в протокол. После определения указанных параметров у модельных деревьев были обрублены все сучья и отделена вершинная часть неделовой древесины. Затем было отмечено направление сторон света на протяжении всей длины хлыста и произведены замеры диаметра в коре на расстоянии от корневой шейки  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{3}{4}$  длины ствола.

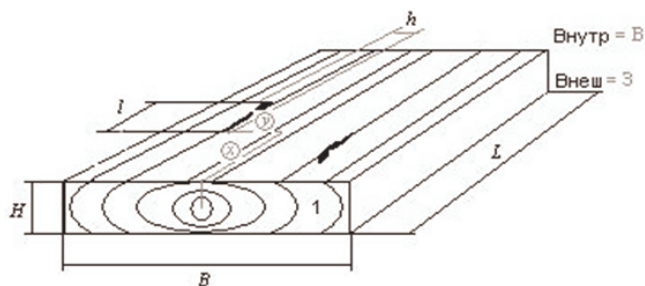
Результаты измерений были занесены в протокол исследования, после чего произведены разметка, маркировка и разделение ствола на равные отрезки (2-метровые кряжи). Разделка модельных деревьев также осуществлялась согласно ГОСТ 16483.6-80. Была произведена фотосъемка торцов всех кряжей (108 шт.) для цифровой обработки данных. В качестве исследовательских образцов выступали сердцевинные вырезки «север – юг». Для проведения распиловки применялся станок российского производства «Кедр-4» с узкой ленточной пилой «Uddeholm».

Исследуемый порок, кармашек, относится к группе пороков строения древесины и является нормируемым. Кармашки измеряют по глубине, ширине и длине и учитывают по количеству в штуках на 1 м длины или на всю сторону сортамента. Требования к пороку строения «кармашек» (*gum pocket*, *risen pocket*) в лесопильной продукции содержатся в наиболее распространенных нормативных документах Российской Федерации (ГОСТ 26002-76 и ГОСТ 8486-86), стран западной Европы и Скандинавии (EN1611-1, СТБА, Nordic Timber) и стран Северной Америки (NLGA, SPIB, NeLMA, WCLIB). Из анализа стандартов следует, что нормирование порока осуществляется по количеству, ширине и длине выхода кармашка на пласть.

С целью захвата всех качественных зон ствола дерева были выпилены сердцевинные вырезки в направлении «север – юг» из всех заготовленных чуряков. Толщина сердцевинной вырезки составляла 50 мм. Все полученные сердцевинные вырезки, промаркированные относи-



тельно сторон света и положения в стволе дерева, были рассмотрены на наличие смоляных кармашков.



**Рис. 1.** Схема разметки сердцевинной вырезки для снятия параметров исследуемого порока

Статистическая обработка массива данных была проведена при помощи специального программного обеспечения «Статистика» и «Origin Pro».

**Результаты исследования.** В результате исследований были изучены сердцевинные вырезки 53-х кражей, полученные из 10-ти отобранных модельных деревьев. Исследования проводились на обеих пластах выпиленных вырезок «север – юг». На указанных пластах были промаркированы и измерены 503 смоляных кармашка, размеры которых составляли более 9 мм в длину и от 0,5 мм в толщину. У отвечающих требованиям кармашков были измерены и запротоколированы следующие показатели: длина, мм; ширина или толщина, мм; расстояние от центра доски, мм; расстояние от вершинного торца доски, мм; положение относительно стороны света; характеристика зоны залегания при визуальной оценке качества.

Полученные массивы данных были обработаны стандартными статистическими методами с помощью программного обеспечения «Статистика». По собранным данным построены графики плотностей распределения кармашков, произведен их анализ.

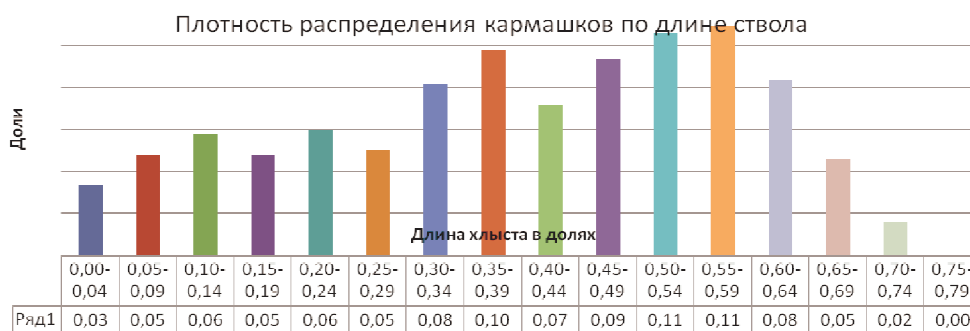
Анализ графиков распределения кармашков по группам длин и ширине позволяет говорить о том, что

длины кармашков в стволе дерева лиственницы даурской подчиняются законам нормального распределения.

Из анализа визуальной оценки качества пластей сердцевинных вырезок следует, что в зоне присучковой древесины располагаются кармашки, максимальная толщина которых находится в пределах от 1,5 до 2,5 мм, что на 0,5...1,0 мм больше максимальной толщины кармашков из других зон. Чаще максимальную толщину имеют кармашки, расположенные в древесине, пороки строения которой визуально не были определены.

Анализ диаграммы распределения кармашков по сторонам света позволяет сделать вывод о том, что показатели отличаются незначительно, в пределах 3 %, что можно объяснить высокими широтами территории, на которой произрастали наблюдаемые деревья (полярная ночь, полярный день), а главное, равным распределением ветровой нагрузки в вегетативный период — летние месяцы.

Замечено значительное расхождение в количестве кармашков от ствола к стволу, что говорит о различных условиях произрастания деревьев. При отборе модельных деревьев были отобраны как деревья, расположенные в массиве, так и стоящие отдельно. Наибольшее количество кармашков найдено в отдельно росшем дереве, имевшем значительное искривление в прикорневой зоне. Меньшее количество кармашков было зафиксировано в стволах, выросших в глубине массива, т. е. в окружении других деревьев, большее количество — в стволах, произраставших на опушке древостоя.



**Рис. 2.** Распределение кармашков по относительной длине хлыста, суммарно для всех хлыстов

Анализ распределения по относительной длине ствола суммарно для всех 10-ти хлыстов выявил увеличение количества кармашков в срединной зоне ствола дерева, в местах отмирания ветвей (зона выход несросшихся сучков на поверхность ствола) и крепления

кроны. Значительно меньше кармашков в зоне живых ветвей — в вершине дерева. Средние показатели по количеству сучков соответствуют нижней части ствола дерева.

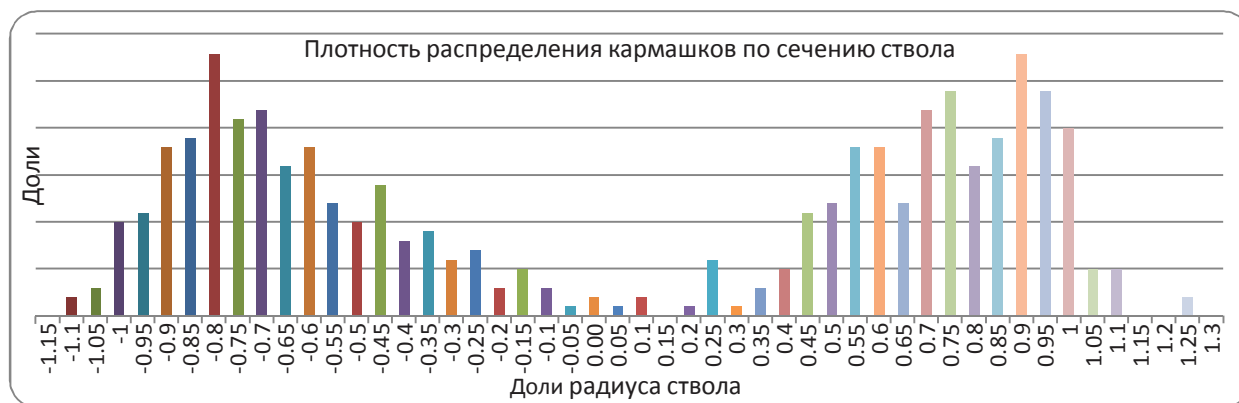


Рис. 3. Распределение кармашков по сечению ствола

На рис. 4 изображено распределение количества кармашков по относительной толщине ствола.

Отметим, что значения, расположенные за границей диаметра, менее  $-1$  и более  $1$ , — это кармашки в присучковой древесине, выступающей за пределы среднего диаметра в месте проведения замера.

Прежде всего, из анализа рисунка следует, что количество кармашков минимально в сердцевинной зоне ствола и возрастает по мере приближения к границе спелой древесины с заболонью, затем в заболонной зоне оно достигает максимума и стремительно уменьшается.

Также следует отметить, что пиковые значения количества кармашков из «беспорочной» древесины смещены ближе к центру ствола и лежат в пределах  $0,3...0,85$  долей радиуса ствола дерева. Максимальные значения кармашков присучковой древесины находятся в пределах от  $0,45$  до  $0,95$  долей радиуса ствола. Это объясняется тем, что смоляные кармашки, лежащие в пределах  $0,45...0,95$  долей ствола, возникли вследствие возникновения местных зон напряжения, а кармашки в пределах  $0,3...0,85$  долей радиуса ствола — вследствие одновременного снижения деформативных свойств древесины в указанной зоне и максимального изгибающего момента.

Анализ распределения количества смоляных кармашков в зависимости от качественных характеристик сопряженных зон показал, что  $24,45\%$  кармашков расположены в «беспорочной» древесине либо в древесине, в которой наличие порока визуалью не определяется. Также необходимо заметить, что  $53,88\%$  кармашков находились в зоне со вторым пороком, а  $21,67\%$  — в зонах с тремя и более пороками.

Из анализа гистограммы следует, что наибольшее количество смоляных кармашков соответствует наличию такого порока, как сучки. Если объединить в одну группу кармашки из присучковой древесины, кармашки, расположенные при мутовках и кластерных сучках, а также около крупных ветвей и сучков, то их процент составит  $53,28$ . Процент кармашков заболонной и околозаболонной древесины занимает 2-е место и составляет  $35,39$ , что может служить косвенным подтверждением теории о значительном влиянии напряженно-деформированного состояния древесины на возникновение и расположение кармашков в стволе дерева, так

как присучковая древесина принимает внешние нагрузки, направленные на ветви дерева, а заболонная древесина испытывает максимальные растягивающие и сжимающие деформации при воздействии ветровой нагрузки на ствол дерева.

### Выводы

1. Количество кармашков различается в зависимости от формы ствола (прямой, с искривлением), ветвистостью, местоположением дерева (в глубине массива или на опушке).
2. Распределение длин и толщин кармашков в стволах лиственницы даурской подчиняется законам нормального распределения.
3. Разница в количестве кармашков, приходящихся на северную и южную стороны ствола, незначительна.
4. Распределение кармашков по длине ствола согласуется с местоположением его качественных зон, таких как комлевая часть, зона образования мутовок и залегания крупных ветвей, место крепления кроны. Максимальное количество кармашков приходится на вторую из трех секций по длине ствола.
5. По толщине ствола количество кармашков максимально в зоне, близкой к границе спелой древесины и заболони, примерно  $0,45...0,95$  отношения радиуса заболони к радиусу ствола.
6. Наличие и, вероятнее всего, возникновение кармашков связано с наличием и (или) возникновением других пороков древесины.
7. Замечена закономерность — обязательное наличие кармашков в присучковой древесине крупных ветвей.

### Литература

1. Докторов И.А., Охлопкова А.Ю. К вопросу оптимизации объемно-ценностного выхода пиломатериалов из древесины лиственницы даурской // Мат-лы II Всерос. науч.-практ. конф. «Современные проблемы строительства и жизнеобеспечения: безопасность, качество, энерго- и ресурсосбережение». Якутск, 2011. С.11-15.
2. Erdtman H., Kimland B., Norin T., Daniels P.J.L. The constituents of the pocket resin from douglas fir *pseudotsuga menziesii* g // Acta Chemica Scandinavica. 1968. № 22 (3). P. 938-942.
3. Temnerud E., Valinger E., Sundberg B. Induction of Resin Pockets in Seedlings of *Pinus sylvestris* L. by Mechanical

- Bending Stress during Growth // *Holzforschung*. 1999. Vol. 53, № 4. P. 235-264.
4. Cown D.J. (1973). Resin pockets: their occurrence and formation in New Zealand forests // *New Zealand Journal of Forestry*. 1973. № 18 (2). P. 233-251.
  5. Gjerdrum P., Bernabei M. Three-dimensional model for size and location of resin pockets in stems of Norway spruce // *Holz als Roh- und Werkstoff*. 2007. № 65 (3). P. 201-208.
  6. Oja J., Temnerud E. (1999) The appearance of resin pockets in CT-images of Norway spruce (*Picea abies* (L.) Karst.) // *Holz als Roh- und Werkstoff*. 1999. Vol. 57. P. 400-406.
  7. Адамович Э.И. Смоляные карманы и причины образования их у хвойных деревьев // *Тр. Молотовского с/х ин-та им. Д.М. Прянишникова*. Молотов, 1954. Вып. 24. С. 14-17.
  8. Temnerud E. Formation and prediction of resin pockets in *Picea abies* (L.) karst. Doctoral thesis, Swedish University of Agricultural Sciences, Uppsala. 1997.
  9. James K. DYNAMIC LOADING OF TREES // *Journal of Arboriculture*. 2003. Vol. 29 (3): May. P. 87-92.
  10. Кузнецов А.И. Внутренние напряжения в древесине. Л.: Гослесбумиздат, 1950.
  11. Ашкенazi Е.К. Анизотропия древесины и древесных материалов. М.: Лесн. промышленность, 1978. 224 с.
  12. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела: моногр. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Наука, 1977. 416 с.
  13. Глухих В.Н., Акопян А.Л. Начальные напряжения в древесине: моногр. СПб.: СПбГАСУ, 2016. 95 с.
  14. Глухих В.Н., Черных А.Г. Анизотропия древесины. Технологический аспект. СПб.: СПбГАСУ, 2013. 240 с.
  15. Глухих В.Н., Охлопкова А.Ю. Формирование кармашков в стволах деревьев лиственницы даурской // *Лесной журнал*. № 5, 2017. С. 35-52.
  16. kachestvo, energo- i resursosberezhenie». Yakutsk, 2011. P. 11-15.
  17. Erdtman H., Kimland B., Norin T., Daniels P.J.L. The constituents of the pocket resin from douglas fir *pseudotsuga menziesii* g // *Acta Chemica Scandinavica*. 1968. № 22 (3). P. 938-942.
  18. Temnerud E., Valinger E., Sundberg B. Induction of Resin Pockets in Seedlings of *Pinus sylvestris* L. by Mechanical Bending Stress during Growth // *Holzforschung*. 1999. Vol. 53, № 4. P. 235-264.
  19. Cown D.J. (1973). Resin pockets: their occurrence and formation in New Zealand forests // *New Zealand Journal of Forestry*. 1973. № 18 (2). P. 233-251.
  20. Gjerdrum P., Bernabei M. Three-dimensional model for size and location of resin pockets in stems of Norway spruce // *Holz als Roh- und Werkstoff*. 2007. № 65 (3). P. 201-208.
  21. Oja J., Temnerud E. The appearance of resin pockets in CT-images of Norway spruce (*Picea abies* (L.) Karst.) // *Holz als Roh- und Werkstoff*. 1999. Vol. 57. P. 400-406.
  22. Adamovich E.I. Resin pockets and the reasons for their formation in coniferous trees // *Tr. Molotovskogo s/kh in-ta im. D.M. Pryanishnikova*. Molotov, 1954. Vyp. 24. P. 14-17.
  23. Temnerud, E Formation and prediction of resin pockets in *Picea abies* (L.) karst. Doctoral thesis, Swedish University of Agricultural Sciences, 1997. Uppsala.
  24. Ken James DYNAMIC LOADING OF TREES *Journal of Arboriculture* 29 (3). May 2003.
  25. Kuznetsov A.I. Internal stresses in the wood. L.: Goslosbumizdat, 1950.
  26. Ashkenazi E.K. Anisotropy of wood and wood materials. M.: Lesn. promyshlennost', 1978. 224 p.
  27. Lekhnitskii S.G. The theory of elasticity of an anisotropic body. Izd. 2-e, pererab. i dop. M.: Nauka, 1977. 416 p.
  28. Glukhikh V.N., Akopyan A.L. The initial stress in the wood: monogr. SPb.: SPbGASU, 2016. 95 p.
  29. Glukhikh V.N., Chernykh A.G. Anisotropy of wood. Technological aspect. SPb.: SPbGASU, 2013. 240 p.
  30. Glukhikh V.N., Okhlopova A.Yu. Formation of pockets in the trunks of larch trees of the Dahurian // *Forest Journal*. № 5, 2017. P. 35-52.

#### References

## Теоретический расчет конусного индекса заболоченного грунта

Е.Г. Хитров<sup>1 a</sup>, М.Н. Дмитриева<sup>1 b</sup>, В.А. Лухминский<sup>1 c</sup>, А.М. Хахина<sup>2 d</sup>,  
И.В. Григорьев<sup>3 e</sup>, В.А. Иванов<sup>4 f</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет им. С.М. Кирова, пер. Институтский 5, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ул. Политехническая 29, Санкт-Петербург, Россия

<sup>3</sup>Якутская государственная сельскохозяйственная академия, ш. Сергеляхское 3, Якутск, Россия

<sup>4</sup>Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>yegorkhitrov@gmail.com, <sup>b</sup>maryndmitrieva@gmail.com, <sup>c</sup>vladl1112@yandex.ru,

<sup>d</sup>hahin@mail.ru, <sup>e</sup>silver73@inbox.ru, <sup>f</sup>ivanovva55@mail.ru

Статья поступила 1.10.2017, принята 16.10.2017

Целью исследования является получение зависимости, связывающей сопротивление заболоченного почвогрунта вдавливаю конического индентора с модулем деформации грунта. Результаты получены на базе экспериментальных сведений о физико-механических свойствах заболоченных грунтов и теоретических зависимостей механики контактного взаимодействия. При получении расчетных зависимостей использованы численные методы аппроксимации данных. На первом этапе исследования по результатам аппроксимации статистических сведений о физико-механических свойствах покрытия мохового, травяного, лесного и осушенного болота получены линейная зависимость удельного сцепления заболоченного почвогрунта от модуля деформации, логарифмическая зависимость угла внутреннего трения заболоченного почвогрунта от модуля деформации и линейная зависимость модуля сдвига заболоченного почвогрунта от модуля деформации. На втором этапе выполнен теоретический расчет конусного индекса с использованием зависимостей, полученных предыдущими исследователями, апробированных и подтвержденных экспериментально для глинистых и суглинистых грунтов, а также для лесных почвогрунтов. Расчет выполнен при диаметре основания конуса 35,7 мм, длине конической части пенетromетра 31 мм, угле при вершине конуса 30° с использованием выражений для угла внутреннего трения, внутреннего сцепления и модуля сдвига через модуль деформации, полученных на первом этапе. По результатам аппроксимации расчетных данных получена линейная зависимость для оценки конусного индекса по модулю деформации заболоченного почвогрунта (также приводится формула для оценки модуля деформации заболоченного почвогрунта по конусному индексу). Коэффициент пропорциональности в полученной зависимости, равный 1,1319, сравнен с известным ранее экспериментальным значением коэффициента пропорциональности органо-минеральных глинистых грунтов (шлов), находящимся в пределах от 0,4 до 4. На основании результатов сравнения сделан вывод о том, что полученная линейная зависимость в целом не противоречит опубликованным ранее экспериментальным данным.

**Ключевые слова:** конусный индекс; модуль деформации; заболоченный почвогрунт; физико-механические свойства грунта; контактная задача.

## Theoretical estimation of wetland soil cone index

E.G. Khitrov<sup>1 a</sup>, M.N. Dmitrieva<sup>1 b</sup>, V.A. Lukhminskij<sup>1 c</sup>, A.M. Khakhina<sup>2 d</sup>,  
I.V. Grigorev<sup>3 e</sup>, V.A. Ivanov<sup>4 f</sup>

<sup>1</sup>St. Petersburg State Forest Technical University under name of S.M. Kirov; 5, Institutsky Per., St. Petersburg, Russia

<sup>2</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University; 29, Polytechnicheskaya St., St. Petersburg, Russia

<sup>3</sup>Yakutsk State Agricultural Academy; 3rd km, 3, Sergelyakhskoe Highway, Yakutsk, Russia

<sup>4</sup>Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>yegorkhitrov@gmail.com, <sup>b</sup>maryndmitrieva@gmail.com, <sup>c</sup>vladl1112@yandex.ru,

<sup>d</sup>hahin@mail.ru, <sup>e</sup>silver73@inbox.ru, <sup>f</sup>ivanovva55@mail.ru

The article was received 1.10.2017, adopted 16.10.2017

The aim of the study is to obtain a relationship linking wetland soil resistance to indentation of the conical indenter and the soil deformation modulus. The research results are obtained on the basis of experimental data on the physical and mechanical properties of wetland soils and theoretical dependencies of contact mechanics. When obtaining the calculated dependencies, numerical methods of data approximation are used. In the first stage, the study obtains a linear dependence of the inner cohesion of wetland soil of the deformation modulus, logarithmic dependence of the angle of internal friction of wetland soil on the module of deformation and linear dependence of the shear modulus deformation of wetland soil of the deformation modulus. The dependencies come as a result of approximation of statistical data on the physical and mechanical properties of moss, grass, forest and dry swamp. The second stage provides calculation of the cone index with the theoretical dependencies, obtained by previous researchers and verified experimentally for clay and loam soils, as well as for forest soils. Calculation is made with a base cone diameter of 35,7 mm, the length of the conical portion penetrometer 31 mm, the cone apex angle of 30° using the expressions for the angle of internal friction,



cohesion and shear modulus through deformation modulus obtained in the first stage. As a result of the calculated data approximation, the study obtains a linear dependence to assess the cone index of wetland soil with deformation modulus (as well as a formula for estimating deformation modulus of wetland soil with cone index). The proportionality factor in the resulting dependence equals to 1,1319, compared with previously known experimental value of the coefficient for organic-clay soils (silt), ranging from 0,4 to 4. Basing on the comparison of the results, the paper concludes that, in general, linear relationship, obtained in the paper, is consistent with experimental data published previously.

**Keywords:** cone index; deformation modulus; waterlogged soils; physical and mechanical properties of soil; contact problem.

## Введение

В зарубежных исследованиях представлено множество моделей для прогноза тягово-сцепных свойств и глубины колеи, полученных при помощи WES-метода.

WES-метод предполагает построение моделей либо по результатам полевых испытаний техники, либо по экспериментальным данным, полученным на модельных стендах.

При этом основной характеристикой почвогрунта является показатель сопротивления вдавливанию конического индентора — конусный индекс (*cone index*), определяемый экспериментально при помощи стандартизованного прибора (пенетromетра) и представляющий собой отношение усилия вдавливания пенетromетра к площади горизонтальной проекции конической части наконечника пенетromетра. Конусный индекс является интегральной характеристикой прочностных свойств почвогрунта.

Результаты экспериментальных замеров тягово-сцепных свойств или глубины колеи аппроксимируют функциями конусного индекса почвогрунта и движителя машины (приведенная нагрузка, геометрические параметры движителя, жесткость). Эти приближенные функции и называются WES-моделями.

У WES-моделей есть очевидные достоинства: они просты в использовании и близки к опытным данным. Но для их построения необходимы обширные, трудоемкие эксперименты. Сугубо эмпирический характер затрудняет анализ и обобщение взаимосвязей факторов, включаемых в модели, и исследуемых показателей процесса взаимодействия движителя машины с почвогрунтом.

В отечественной школе разработан теоретический аппарат, базирующийся на решениях ряда задач о вдавливании штампа (как модели движителя) в деформируемое полупространство (как модели почвогрунта). Теория позволяет учесть как геометрию, так и жесткость штампа, что делает возможными расчеты для шин различной конструкции. В расчетных зависимостях свойства почвогрунта характеризуют несколько показателей — модуль деформации, удельное сцепление, угол внутреннего трения, модуль сдвига, удельный вес, толщину деформируемого слоя.

Теоретические зависимости нуждаются в экспериментальной проверке. Можно предположить, что источником сведений для проверки могут являться WES-модели. Но для этого необходимо соотнести характеристики почвогрунта в рамках двух подходов, т. е. принять зависимость для расчета конусного

индекса по физико-механическим свойствам почвогрунта, использующимся в теории.

Целью настоящей работы является получение зависимости, связывающей сопротивление заболоченного почвогрунта вдавливанию конического индентора с модулем деформации грунта.

**Материалы и методы исследования.** Результаты исследования получены на базе экспериментальных сведений о физико-механических свойствах заболоченных грунтов и теоретических зависимостей механики контактного взаимодействия. При получении расчетных зависимостей использованы численные методы аппроксимации данных.

**Результаты исследования. Физико-механические свойства заболоченного грунта.** Данные о физико-механических свойствах заболоченных грунтов по [1] представлены в табл. 1.

Таблица 1

Физико-механические свойства заболоченных грунтов

| Вид болота | Характеристика дернового покрова              | $\varphi$ , ° | C, кПа | E, МПа    | G, МПа    |
|------------|-----------------------------------------------|---------------|--------|-----------|-----------|
| Моховое    | Преобладают сфагновые мхи без кустарника      | 12–14         | 5–8    | 0,26–0,29 | 0,36–0,43 |
|            | Преобладают сфагновые мхи с кустарником       | 13–16         | 10–17  | 0,36–0,43 | 0,48–0,63 |
|            | Преобладают гипновые мхи с кустарником        | 11–15         | 8–14   | 0,29–0,34 | 0,43–0,57 |
| Травяное   | Осоковый покров с развитыми осоковыми кочками | 18–20         | 26–45  | 1,05–1,58 | 0,84–1,26 |
|            | Осоковый покров с межкочечными понижениями    | 3–8           | 4–14   | 0,14–0,24 | 0,34–0,57 |
| Лесное     | Березово-лесной в межкочечных понижениях      | 5–7           | 4–10   | 0,09–0,14 | 0,34–0,48 |
| Осушенное  | Гипново-осоково-лесной                        | 16–20         | 30–50  | 0,65–1,4  | 0,93–1,38 |

Данные, представленные в табл. 2, проиллюстрированы графиками на рис. 1–3.

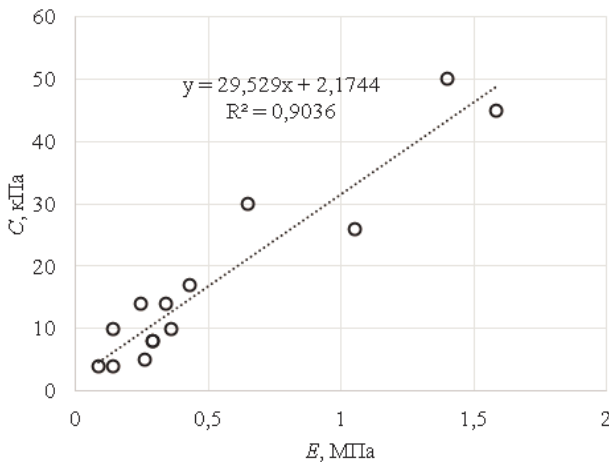


Рис. 1. Зависимость удельного сцепления заболоченного почвогрунта от модуля деформации

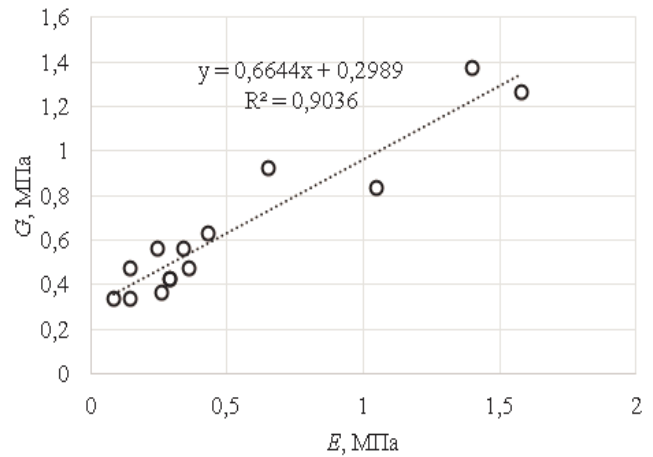


Рис. 3. Зависимость модуля сдвига заболоченного почвогрунта от модуля деформации

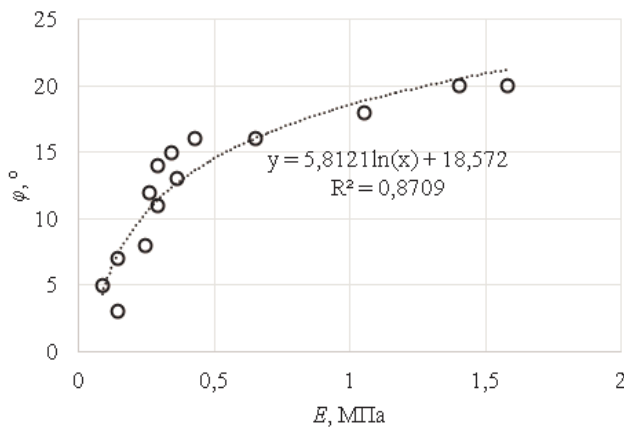


Рис. 2. Зависимость угла внутреннего трения заболоченного почвогрунта от модуля деформации

Величины  $C$  [кПа],  $\varphi$  [°] и  $G$  [МПа] можно с удовлетворительной точностью выразить через модуль деформации  $E$  [МПа] при помощи следующих аппроксимированных зависимостей:

$$C = 29,529E + 2,1744 \quad (1)$$

$$\varphi = 5,8121 \ln E + 18,572 \quad (2)$$

$$G = 0,6644E + 0,2989 \quad (3)$$

**Расчет конусного индекса.** Конусный индекс определяется, как правило, опытным путем при помощи специального прибора — стандартного пенетromетра, представляющего собой металлический стержень с коническим наконечником (эскиз представлен на рис. 4).

Ручной пенетromетр вдавливают на определенную глубину  $Z$  ( $Z \approx 2L$ ), и при помощи индикатора измеряют усилие вдавливания  $F_Z$ . Конусный индекс определяется путем деления зарегистрированного значения усилия вдавливания на площадь проекции наконечника на плоскость вдавливания [2].

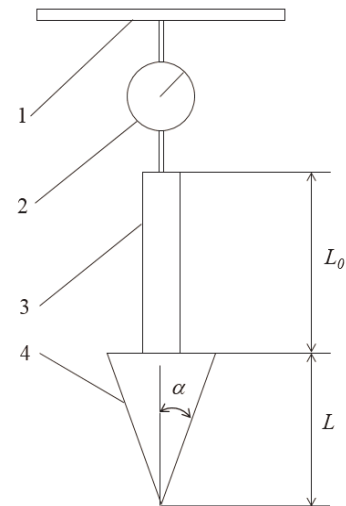


Рис. 4. Эскиз конусного пенетromетра: 1 — рукоять; 2 — индикатор усилия вдавливания; 3 — металлический стержень; 4 — металлический наконечник

Геометрические параметры стандартных ручных конусных пенетromетров по ГОСТ 19912-2012 и международному стандарту ISO 22476-1 представлены в табл. 2.

Известны работы, например [2], в которых приводятся зависимости для расчета конусного индекса с использованием фундаментальных механических характеристик грунта, а именно угла внутреннего трения, внутреннего сцепления и модуля сдвига.

Таблица 2

Геометрические параметры стандартных ручных конусных пенетromетров

| Параметр | ГОСТ 19912-2012 | ISO 22476-1 |
|----------|-----------------|-------------|
| $L$      | 31 мм           | 1,48 "      |
| $d$      | 35,7 мм         | 1,71 "      |
| $\alpha$ | 30 °            | 30 °        |

В таблице обозначены:  $d$  — диаметр основания конуса;  $L$  — длина конической части пенетromетра;  $\alpha$  — угол при вершине конуса.

Расчетная схема процесса вдавливания конуса пенетromетра в грунт представлена на рис. 5.

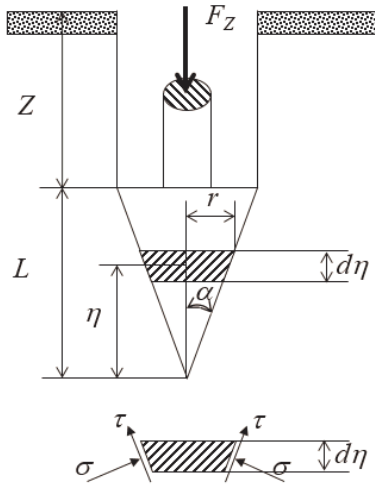


Рис. 5. Расчетная схема процесса вдавливания конусного пенетromетра в грунт

Усилие вдавливания  $F_Z$  определяется по формуле [2, 3]:

$$F_Z = \int_0^L (\sigma \operatorname{tg} \alpha + \tau) \cdot 2\pi \eta \operatorname{tg} \alpha d\eta, \quad (4)$$

где  $\sigma$  — нормальная к плоскости конуса составляющая сопротивления вдавлыванию;  $\tau$  — касательная к плоскости конуса составляющая сопротивления вдавлыванию;  $\eta$  — координата элементарного поперечного сечения конуса.

Нормальная составляющая сопротивления вдавлыванию определяется по формуле [2]:

$$\sigma = 3 \frac{1 + \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} (q + C \operatorname{ctg} \varphi) \cdot \left( \frac{G}{C + q \operatorname{tg} \varphi} \right)^{\frac{4 \sin \varphi}{3(1 + \sin \varphi)}} - C \operatorname{ctg} \varphi, \quad (5)$$

$$q = (Z + L - \eta) \cdot \gamma,$$

где  $\gamma$  — объемный вес грунта;  $G$  — модуль сдвига грунта.

Касательная составляющая сопротивления вдавлыванию определяется по формуле [2]:

$$\tau = C + \sigma \operatorname{tg} \varphi \quad (6)$$

Непосредственно конусный индекс  $CI$  рассчитывается при известном значении  $F_Z$  по формуле [2]:

$$CI = \frac{4F_Z}{\pi d^2} \quad (7)$$

Аналитическое выражение для расчета конусного индекса имеет вид [2, 4]:

$$CI = -C \cot \varphi + \Theta \cdot \frac{24G^m (\tan \alpha + \tan \varphi) (1 + \sin \varphi) \tan \alpha}{d^2 \gamma^2 (m - 2)(m - 3)(3 - \sin \varphi) \tan^3 \varphi} \quad (8)$$

$$\Theta = \{C + (Z + L) \cdot \gamma \tan \varphi\}^{3-m} - \{C + Z \cdot \gamma \tan \varphi\}^{2-m} \cdot \{C + (Z + 3L - Lm) \cdot \gamma \tan \varphi\}$$

Ранее зависимость (8) была апробирована и подтверждена экспериментально для глинистых и суглинистых грунтов [2], а также для лесных почвогрунтов [4, 5].

Ранее было показано [4], что удельный вес почвогрунтов  $\gamma$  в расчетах по формуле (8) можно принять постоянной величиной, равной  $14 \text{ кН/м}^3$ , без существенной потери точности.

Результаты расчета конусного индекса по формуле (8), в которой физико-механические свойства почвогрунта выражены по зависимостям (1) – (3), представлены графиком на рис. 6.

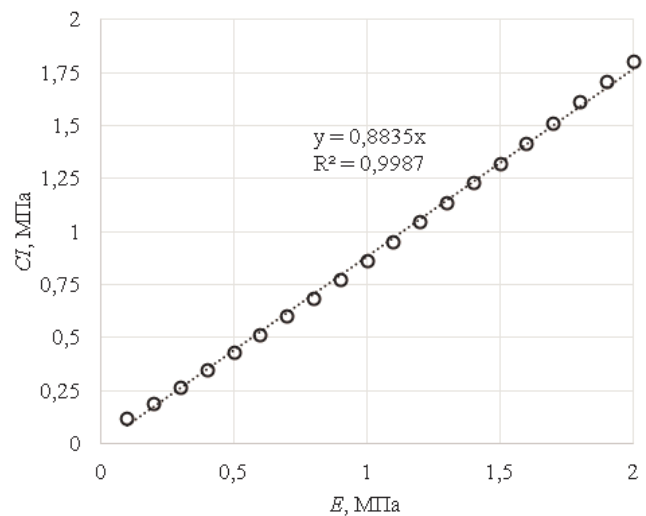


Рис. 6. Зависимость конусного индекса при вдавлывании пенетromетра в заболоченный почвогрунт от модуля деформации

По результатам аппроксимации расчетных данных получим зависимость для оценки конусного индекса по модулю деформации заболоченного почвогрунта:

$$CI = 0,8835 E. \quad (9)$$

Формулу для оценки модуля деформации заболоченного почвогрунта получим, выразив модуль деформации из зависимости (9):

$$E = 1,1319 CI. \quad (10)$$

Отметим, что в работах [6–9] также приводится зависимость для оценки модуля деформации грунта по конусному индексу в виде линейной функции:

$$E = a_K CI \quad (11)$$

Значения коэффициента  $a_K$  в формуле (11) представлены в табл. 3.

Таблица 3

Коэффициент пропорциональности при расчете модуля деформации грунта по конусному индексу [6–9]

| Грунты                                           | Сопротивление грунта внедрению конуса $C_I$ , МПа | Коэффициент пропорциональности $a_K$ |
|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------------------|
| Суглинки и глины низкой пластичности             | $< 0,7$                                           | 3–8                                  |
|                                                  | 0,7–2                                             | 2–5                                  |
|                                                  | $> 2$                                             | 1–2,5                                |
| Суглинки легкие, супеси                          | $< 2$                                             | 3–6                                  |
|                                                  | $> 2$                                             | 1–3                                  |
| Суглинки тяжелые, глины высокой пластичности     | $< 2$                                             | 2–6                                  |
| Органоминеральные глинистые грунты               | $< 1,2$                                           | 2–8                                  |
| Торф и органо-минеральные глинистые грунты (илы) | $< 0,7$                                           |                                      |
|                                                  | $50 < W < 100$                                    | 1,5–4                                |
|                                                  | $100 < W < 200$                                   | 1–1,5                                |
|                                                  | $W > 200$                                         | 0,4 – 1                              |

Отметим, что по табл. 3 коэффициент пропорциональности органоминеральных глинистых грунтов (илов) находится в пределах от 0,4 до 4. В нашем случае для заболоченных почвогрунтов расчетным путем получен коэффициент пропорциональности в формуле (10), равный 1,1319, что в целом не противоречит опытным данным, представленным в табл. 3.

Считаем целесообразным проведение в дальнейшем экспериментальных расчетов с целью верификации математических моделей (9), (10).

#### Литература

1. Агейкин Я.С. Проходимость автомобилей. М.: Машиностроение, 1981. 232 с.
2. Rohani B., Baladi G.Y. Correlation of mobility cone index with fundamental engineering properties of soil. U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, 1981. 41 p.
3. Vesic A.S. Expansion of Cavities in Infinite Soil Mass // Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. 1972. № 98. 113-123 p.
4. Хитров Е.Г., Григорьев И.В., Хахина А.М. Повышение эффективности трелевки обоснованием показателей работы лесных машин при оперативном контроле свойств почвогрунта. СПб.: СПбГЛТУ, 2015. 146 с.

5. Устинов В.В. Экспериментальные исследования сопротивления почвогрунта при вдавливании конического индентора // Лесотехнический журнал. 2016. Т. 6, № 3 (23). С. 188-196.

6. Зиангиров Р.С. Каширский В.И. Оценка деформационных свойств дисперсных грунтов по данным статического зондирования. Основания, фундаменты и механика грунтов. 2005. № 1. С. 12-16.

7. Sandven N., Senneset K., Janbu N. Interpretation of piezocone tests in cohesive soils. Penetration Testing 1988, ISOPT-1, Rotterdam. P. 939-953.

8. Senneset K., Janbu N., Svano G. Strength and deformation parameters from cone penetration tests. Proceedings of the European Symposium on Penetration Testing. ESOPT – I. Amsterdam, 1982. Vol. 2. P. 863-870.

9. Van Impe W.F. The evaluation deformation and bearing capacity parameters of foundations from static CPT-results // Proc. Fourth Int. Geotechnical seminar // Filed instrumentation and in-site measurements. Singapore, 1986. P. 51-70.

#### References

1. Ageikin Ya.S. Passability of cars. M.: Mashinostroenie, 1981. 232 p.
2. Rohani B., Baladi G.Y. Correlation of mobility cone index with fundamental engineering properties of soil. U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, 1981. 41 p.
3. Vesic A.S. Expansion of Cavities in Infinite Soil Mass // Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. 1972. № 98. 113-123 p.
4. Khitrov E.G., Grigor'ev I.V., Khakhina A.M. Improving the efficiency of logging justification performance forest machines in operational control of soil-ground properties. SPb.: SPbGLTU, 2015. 146 p.
5. Ustinov V.V. Experimental studies of soil resistance with indentation of a conical indenter // Lesotekhnicheskii Zhurnal. 2016. Т. 6, № 3 (23). P. 188-196.
6. Ziangirov R.S., Kashirskii V.I. Evaluation of the deformation properties of dispersed soils according to static sensing data // Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2005. № 1. P. 12-16.
7. Sandven N., Senneset K., Janbu N. Interpretation of piezocone tests in cohesive soils. Penetration Testing 1988, ISOPT-1, Rotterdam. P. 939-953.
8. Senneset K., Janbu N., Svano G. Strength and deformation parameters from cone penetration tests. Proceedings of the European Symposium on Penetration Testing. ESOPT - I. Amsterdam, 1982. Vol. 2. P. 863-870.
9. Van Impe W.F. The evaluation deformation and bearing capacity parameters of foundations from static CPT-results // Proc. Fourth Int. Geotechnical seminar // Filed instrumentation and in-site measurements. Singapore, 1986. P. 51-70.



## Исследование влияния физических свойств и строения древесины сосны на ее прочность

А.А. Тамби<sup>1 a</sup>, О.В. Юркова<sup>2 b</sup>, О.А. Куницкая<sup>3 c</sup>, М.В. Степанищева<sup>4 d</sup>

<sup>1</sup>ООО «ТИС», пр. Товарищеский д. 22, кор. 3, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет им. С.М. Кирова, пер. Институтский 5, Санкт-Петербург, Россия

<sup>3</sup>Якутская государственная сельскохозяйственная академия, ш. Сергеляхское 3, Якутск, Республика Саха (Якутия)

<sup>4</sup>Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>a\_tambi@mail.ru, <sup>b</sup>olesya\_yurkova@tiswood.ru, <sup>c</sup>ola.ola07@mail.ru, <sup>d</sup>marina01031977@inbox.ru

Статья поступила 1.10.2017, принята 16.10.2017

*В производстве материалов, изделий и конструкций из древесины необходимо учитывать ее физические свойства и строение. Основными факторами, которые оказывают влияние на технологические и эксплуатационные свойства выпускаемой продукции, являются плотность и прочность древесины. Помимо того что плотность вариативна в рамках одной породы, она неравномерно распределяется по всему объему. Прочность древесины имеет тесную связь с плотностью, однако на характер ее изменения также оказывает влияние угол направления волокон. Совместная оценка этих факторов позволит повысить качественный и спецификационный выход продукции путем исключения из производственного процесса древесины с заведомо несоответствующими свойствами, что особенно важно при изготовлении конструкционных пиломатериалов.*

*На основании результатов исследований установлено местоположение имеющих разную прочность зон древесины в объеме хлыста сосны. Прогнозирование прочностных свойств позволит увеличить выход конструкционных пиломатериалов путем обоснования схем раскроя хлыстов и бревен. Кроме того, были определены закономерности изменения угла наклона волокон древесины в объеме хлыста сосны при распиловке вдоль центральной оси формируемых из него пиловочных бревен. Полученные математические модели повышают достоверность прогнозирования и оценки механических свойств при прочностной сортировке пиломатериалов, а их внедрение в технологические процессы лесозаготовительных и лесопильных предприятий способствует увеличению выхода пиломатериалов с заданными свойствами. Применение на практике результатов исследования позволяет обеспечить рациональное использование и сохранение древесины, а также снижение стоимости конструкционных пиломатериалов.*

**Ключевые слова:** плотность древесины; угол наклона волокон; прочность пиломатериалов.

## Research of the influence of the physical properties and structure of pine wood on its strength

A.A. Tambi<sup>1 a</sup>, O.V. Yurkova<sup>2 b</sup>, O.A. Kunitskaya<sup>3 c</sup>, M.V. Stepanishcheva<sup>4 d</sup>

<sup>1</sup>"TIS" Ltd; 22, Tovarishcheskiy Per., Building #3, St. Petersburg, Russia

<sup>2</sup>St. Petersburg State Forest Technical University under name of S.M. Kirov; 5, Institutsky Per., St. Petersburg, Russia

<sup>3</sup>Yakutsk State Agricultural Academy; 3rd km, 3, Sergelyakhskoe Highway, Yakutsk, Russia

<sup>4</sup>Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>a\_tambi@mail.ru, <sup>b</sup>olesya\_yurkova@tiswood.ru, <sup>c</sup>ola.ola07@mail.ru, <sup>d</sup>marina01031977@inbox.ru

Received 1.10.2017, accepted 16.10.2017

*In the production of materials, products and constructions made of wood, it is necessary to know the physical properties and structure of wood. The main factors that influence the technological and operational requirements of the products are their density and strength. In addition to the fact that the density is variable within a type of wood, it is not evenly located throughout the volume. The strength of wood is strongly dependent on the density. Nevertheless, it is also influenced by the slope of the wood fibers. Joint assessment of these factors will allow to increase the qualitative and specification output of products by excluding wood with obviously inappropriate properties from the production process, which is especially important in the production of structural lumber. The results of the research set the location of the wood in the volume of the pine trunks with different strength. Forecasting strength properties will increase the amount of structural sawn timber by justifying schemes for cutting tree lengths and logs. The regularities of the change in the angle of inclination of wood fibers in the volume of the pine whip were determined when cutting saw logs formed from it along the central axis. The received mathematical models allow to increase reliability of an estimation of mechanical properties at strong sorting of saw-timbers. Their introduction in technological processes of timber cutting and sawmill enterprises will allow to increase an output of saw-timbers with the required properties. The use of research results allows ensuring the rational use and preservation of wood, which will reduce the cost of structural sawn timber.*

**Key words:** wood density; slope of wood fibers; strength of sawn timber.

## Введение

Промышленными предприятиями Российской Федерации выпускается большое количество материалов, изделий и конструкций из древесины, отличающихся как назначением, так и условиями эксплуатации. Помимо видимых пороков древесины, определяющих сорт пиломатериалов в соответствии со стандартами РФ, при изготовлении ответственных конструкций необходимо учитывать изменчивость физико-механических характеристик древесины, проявляющихся даже в рамках одной породы [1–8]. Прочностные свойства сортиментов в зависимости от их назначения регламентируются соответствующими ГОСТ и СП, предъявляющими к древесине дополнительные, как правило, более жесткие требования, чем стандарты на продукцию первичной механической обработки.

Основными факторами, оказывающими влияние на технологические и эксплуатационные свойства продукции из древесины, являются ее плотность и прочность при соответствующем уровне влажности. Известно [1, 2, 9], что плотность древесины неравномерно распределяется в объеме круглых лесоматериалов. Разработанные денситограммы основных пород древесины [10, 11] в совокупности с применением современных методов неразрушающего контроля на базе компьютерной и магнитно-резонансной томографии [12, 13] позволяют достоверно определить изменение плотности в объеме сортиментов из древесины.

Установлено [14–19], что прочность древесины имеет тесную связь с плотностью, однако на характер ее изменения оказывают влияние не только возраст древесины и

наличие пороков, но и положение сортимента в сердцевинной, ювенильной, ядровой или заболонной зоне [20], а также угол наклона волокон древесины [1–3].

Необходимость использования в строительстве конструкционных пиломатериалов с нормируемыми прочностными характеристиками регламентируется ГОСТ 20850-2014 «Конструкции деревянные клееные. Общие технические условия», что требует совершенствования производственных процессов распиловки круглых лесоматериалов, направленного на увеличение выхода пиломатериалов с заданными физико-механическими характеристиками.

Повышение прочностных свойств пиломатериалов возможно путем внедрения предварительной оценки свойств круглых лесоматериалов на этапе выполнения лесозаготовительных работ [9], а также при составлении схем раскряжки с учетом распределения физико-механических свойств в объеме круглых лесоматериалов.

Целью исследования являются определение влияния строения древесины на ее механические характеристики, а также выявление качественных зон в объеме круглых лесоматериалов, обладающих различной прочностью.

**Методика исследований.** Объектом исследования стали хлысты сосны, заготовленной в Ленинградской области. Для проведения испытаний выполнена их раскряжка с шагом 2 м, в результате чего получены секции длиной 300 мм. Из них выпилены образцы прямоугольной формы размерами 20х20х300 мм (рис. 1).

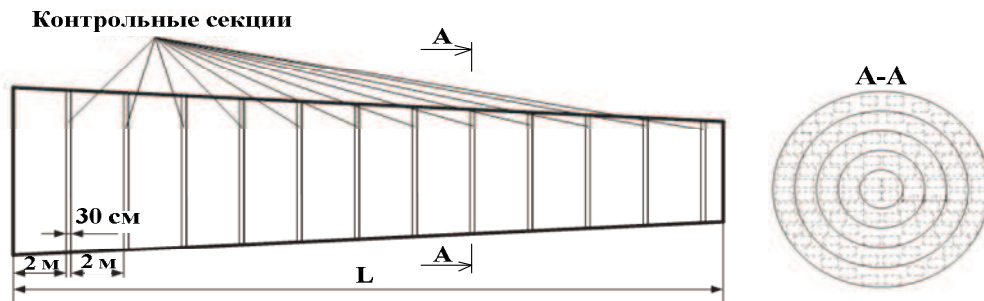


Рис. 1. Схема получения контрольных образцов

Полученные образцы были высушены до влажности  $12 \pm 1 \%$ , после чего по формуле (1) определена их плотность,  $\text{кг/м}^3$ :

$$\rho_{12} = \frac{m_{12}}{b \cdot h \cdot l}, \quad (1)$$

где  $m_{12}$  — масса испытуемого образца при влажности  $W = 12 \pm 1 \%$ , кг;  $h$  — высота образца, м;  $b$  — ширина образца, м;  $l$  — длина образца, м.

Распиловка раскряжеванных сортиментов выполнялась вдоль центральной оси с целью моделирования реальных условий раскряжки бревен в процессе лесопиления. У каждого образца в соответствии с методикой ГОСТ 2140-81 «Видимые пороки древесины. Классификация, термины и определения, способы измерения» определялся наклон волокон по пласти и кромке в соответствии со схемой рис. 2. Пересчет экспериментальных значений выполнялся по формуле (2):

$$z = \frac{a}{b} \cdot 100, \%, \quad (2)$$

где  $z$  — наклон волокон, %;  $b$  — длина общего направления волокон;  $a$  — отклонение волокон от продольной оси.



Рис. 2. Схема измерения наклона волокон: 1 — тангентальный наклон волокон в пиломатериале; 2 — радиальный наклон волокон на радиальной поверхности пиломатериала

Определение прочности древесины при статическом изгибе выполнялось с использованием разрывной машины Р-5 в соответствии с известной методикой [1]. Прочность древесины определяли по формуле (3), МПа. Схема нагружения образца при статическом изгибе приведена на рис. 3.

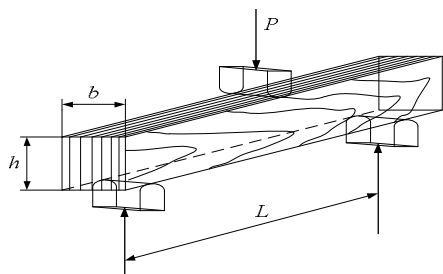


Рис. 3. Схема испытания древесины при статическом изгибе

$$\sigma_w = \frac{3P_{\max}L}{2bh^2}, \text{ МПа} \quad (3)$$

где  $P_{\max}$  — максимальная нагрузка, Н;  $L$  — расстояние между центрами опор,  $L = 240$  мм;  $b$  — ширина образца, мм,  $b = 20$  мм;  $h$  — высота образца, мм,  $h = 20$  мм.

Математическая обработка полученных результатов произведена в соответствии с методикой [21] с использованием инструментов программного комплекса Statistica v.10. В нем же методом наименьших квадратов с использованием инструмента «карты линий уровня» рассчитан полигон распределения прочности в объеме хлыста.

**Результаты исследований и их анализ.** На основании проведенных исследований определены числовые параметры коэффициентов уравнения П.Н. Хухрянского [22] для условий Ленинградской области, описывающего связь между прочностью и плотностью древесины:

$$\tau = 0,36 \cdot \rho - 90,55, \text{ МПа} \quad (4)$$

где  $\tau$  — прочность древесины, МПа;  $\rho$  — плотность древесины, кг/м<sup>3</sup>.

Уравнение (4) корректно описывает связь средних значений плотности и прочности древесины,  $R^2 = 0,98$  (рис. 4), но, поскольку коэффициент вариации для отдельных значений достигает 23,3 %, в математическую модель необходимо введение дополнительных факторов, учитывающих влияние на прочность структуры древесины.

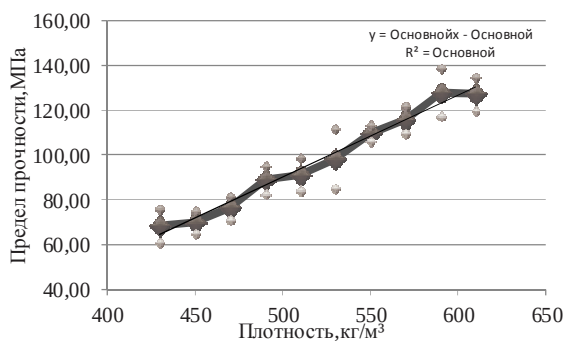


Рис. 4. Влияние плотности древесины на ее прочность при статическом изгибе

Известно, что на прочность древесины оказывает влияние наличие искусственного косослоя [1, 3] (табл. 1), а также изменение угла наклона волокон, измеренного на торце образцов [1].

Таблица 1

Влияние искусственного косослоя на прочность древесины сосны [3]

| Свойства древесины                 | Прочность косослойной древесины, %, от прочности прямослойной древесины при наклоне волокон |      |      |      |
|------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|------|------|------|
|                                    | 5                                                                                           | 9    | 17,5 | 27   |
| Прочность при сжатии вдоль волокон | 99,5                                                                                        | 96,5 | 90,5 | 80,0 |
| Прочность при статическом изгибе   | 94,0                                                                                        | 90,5 | 66,0 | 51,5 |

В соответствии со схемой испытаний (рис. 2) были определены закономерности изменения угла наклона волокон древесины в объеме хлыста сосны при распиловке формируемых из него пиловочных бревен вдоль центральной оси. Установлено, что наклон волокон по пласти в среднем изменяется в диапазоне от 0 до 3 %, по кромке — от 0 до 10 %.

Схемы изменения наклона волокон в объеме хлыста сосны приведены на рис. 5, 6.

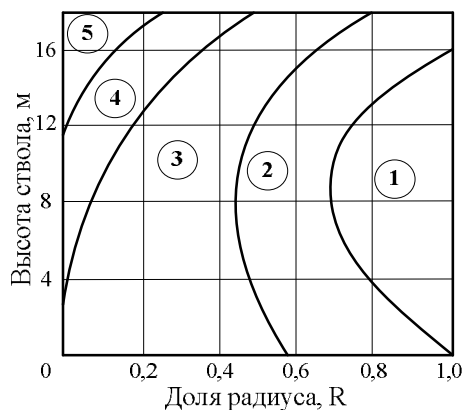


Рис. 5. Изменение угла наклона волокон по пласти образцов в объеме ствола дерева, %: 1 — менее 1,3; 2 — 1,3–2,3; 3 — 2,3–3,5; 4 — 3,5–5; 5 — более 5

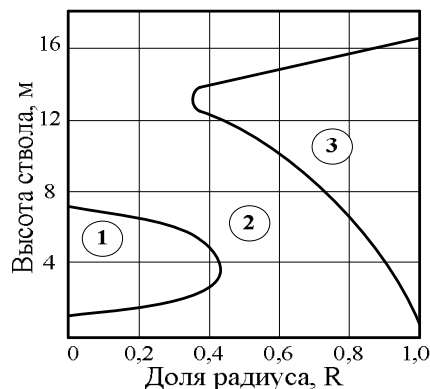


Рис. 6. Изменение угла наклона волокон по кромке образцов в объеме ствола дерева, %: 1 — более 7; 2 — 3–7; 3 — менее 3

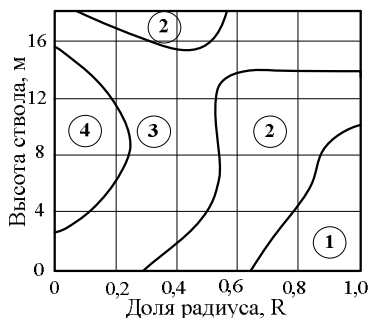
Анализ рис. 5, 6 и данных табл. 1 позволяет сделать вывод о необходимости включения в математическую модель оценки прочности древесины (4) факторов, учитывающих наклон волокон.

Введение их в математическую модель (4) позволяет увеличить точность оценки прочности древесины, МПа, на 6,5 % — уравнение (5),  $R^2 = 0,75$ .

$$y = -94,6 - 0,3x_1 - 0,82x_2 + 0,37x_3 + 0,05x_4, \text{ МПа}, \quad (5)$$

где  $x_1$  — угол наклона волокон по кромке, %, 0–7;  $x_2$  — угол наклона волокон по пласти, %, 0–10;  $x_3$  — плотность древесины, 400–650 кг/м<sup>3</sup>;  $x_4$  — угол наклона волокон на торце, 60–90°.

В результате исследований получена схема распределения прочности древесины в объеме хлыста сосны. С ее помощью может быть выполнена предварительная оценка механических свойств пиломатериалов, основанная на их местоположении в объеме хлыста при влажности  $12 \pm 1$  % (рис. 7). Влияние местоположения сортимента в объеме хлыста на прочность древесины может быть описано уравнением (6),  $R^2 = 0,71$ .



**Рис. 7.** Распределение прочности древесины в объеме ствола сосны, МПа: 1 — более 100; 2 — 80–100; 3 — 65–80; 4 — менее 64

$$y = 48,6 - 0,57x_1 + 81,4x_2, \text{ МПа}, \quad (6)$$

где  $x_1$  — высота ствола дерева, м,  $0 < x_1 < 20$ ;  $x_2$  — доля радиуса хлыста, *о.е.*,  $0 < x_2 < 1$ .

Определенная закономерность изменения прочности древесины в объеме хлыста позволяет прогнозировать свойства формируемых сортиментов на этапе лесозаготовительных работ и может применяться при обосновании схем раскряжевки круглых лесоматериалов в зависимости от назначения конечной продукции. Кроме того, использование математической модели (6) позволит лесопильным предприятиям формировать схемы раскряжки пиловочных бревен с учетом качественных характеристик сырья, что обеспечит увеличение объемного выхода конструкционных пиломатериалов.

#### Выводы и перспективы дальнейших исследований

1. Прочность древесины сосны обладает высокой вариативностью в объеме хлыста, что должно учитываться при разработке схем раскряжки круглых лесоматериалов.

2. В результате проведенных исследований определены коэффициенты классического уравнения П.Н. Хухрянского для условий Ленинградской области, описывающие связь между прочностью и плотностью древесины.

3. Введение в известную модель уточняющих факторов, учитывающих влияние наклона волокон древесины, позволило повысить точность оценки прочности на 6,5 %.

4. На основании экспериментальных данных составлена схема распределения прочности в объеме хлыста сосны для условий Ленинградской области.

5. Внедрение полученных моделей в технологические процессы лесозаготовительных и лесопильных предприятий позволит увеличить выход конструкционных пиломатериалов с заданными механическими характеристиками.

6. Представляется перспективным проведение дальнейших исследований с целью анализа влияния прироста и тангенциального наклона волокон, а также микростроения древесины на ее механические характеристики.

#### Литература

1. Уголев Б.Н. Древесиноведение с основами товароведения. М.: Лесн. промышленность, 2005. 366 с.
2. Волынский В.Н. Взаимосвязь и изменчивость показателей физико-механических свойств древесины. 2-е изд. Архангельск: АГТУ, 2006. 196 с.
3. Леонтьев Н.Л. Таблицы физико-механических свойств древесных пород СССР. Технический бюллетень ЦНИИМОД №17/130. М., 1940.
4. Karlman L., Morling T., Martisson O. Wood Density, Annual Ring Width and Latewood Content in Larch and Scots Pine. Eurasian J. For. Res. 2005. Vol. 8-2. P. 91-96.
5. Ivkovic M., Washington J.G., Aljoy Abarquez, Jugollic, Michael B. Powell, Harry X. Wu. Prediction of wood stiffness, strength, and shrinkage in juvenile wood of radiata pine. Wood Sci Technol (2009) 43:237–257 DOI 10.1007/s00226-008-0232-3.
6. Longuetaud F., Mothe F., Leban J.M., Mäkelä A. Picea abies sapwood width: variations within and between trees. Scand J. For. Res. 2006. № 21 (1). P. 41–53. doi:10.1080/02827580500518632.
7. Lahtela V., Kärki T. Improving the UV and water-resistance properties of Scots pine (Pinus sylvestris) with impregnation modifiers // European Journal of Wood and Wood Products, July. 2014, Vol. 72, Is. 4. P. 445–452.
8. Butterfield B. (2006). The structure of wood: form and function. In: Walker, J.C.F., eds, Primary wood processing, 2nd edn. P. 1–22. Springer, Dordrecht.
9. Тамби А.А., Чубинский А.Н. Оценка соответствия плотности древесины требованиям к продукции деревообрабатывающих производств // Лесной журнал. 2016. № 3. С. 124–134.
10. Чубинский А.Н., Тамби А.А., Хитров Е.Г., Шимкевич Ю.А., Семишкур С.О. Обоснование объемного выхода пиломатериалов для клееных деревянных конструкций на основе физических свойств древесины // Изв. С.-Петерб. гос. лесотехн. акад. 2014. № 206. С. 146–154.
11. Чубинский А.Н., Тамби А.А., Хитров Е.Г., Чаузов К.В., Швеи В.Л., Бахшиева М.А., Быков Д.Ю. Обоснование объемного выхода конструкционных сосновых и еловых пиломатериалов // Изв. С.-Петерб. лесотехн. акад. 2016. № 214. С. 247–259.
12. Chubinskii A.N., Tambi A.A., Teplov A.V., Anan'eva N.I., Semishkur S.O., Bakhshieva M.A. Physical Nondestructive Methods for the Testing and Evaluation of the Structure of Wood Based Materials // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2014. Vol. 50, № 11. P. 693–700. DOI: 10.1134/S1061830914110023.



13. Чубинский А.Н., Тамби А.А., Федяев А.А., Федяева Н.Ю., Кульков А.М. Направления использования физических методов контроля структуры и свойств древесины // Системы Методы Технологии. 2015. № 2 (26). С. 152-158.

14. Юркова О.В., Никульшин С.С., Аношин Д.А., Семишкур С.О., Тамби А.А., Чубинский А.Н. Исследование прочности древесины хвойных пород ленинградской области // Актуальные проблемы и перспективы развития лесопромышленного комплекса: сб. науч. тр. / КГТУ. Кострома, 2015. С. 48-50.

15. Varivodina I., Kosichenko N., Varivodin V., Sedliačik J. Interconnections among the rate of growth, porosity and wood water absorption // Wood Research. 2010. № 55 (1). P. 59-66.

16. Ross R.J., Pellerin R.F. Nondestructive Testing for Assessing Wood Members in Structures: A Review. Gen. Tech. Rep. FPL-GTR-70. Madison, WI, 1994. 40 p.

17. Samson M. Potential of finger-jointed lumber for machine stress-rated lumder grades // Forest Products Journal. 1985. № 7-8. P. 422-425.

18. Kretschmann D.E. Mechanical properties of wood. In: Wood handbook – Wood as an engineering material, chapter 5. Madison: Forest Products Laboratory. 2010.

19. Тутурин С.В. Механическая прочность древесины // Физическая мезомеханика. 2004. Вып. 6, Т. 7. С. 85-88.

20. Бахшиева М.А., Чубинский Н.А. Анализ строения и свойств ювенильной древесины на качество пиломатериалов // Изв. С.-Петерб. лесотехн. акад. 2016. № 216. С. 202-214.

21. Пижурич А.А., Розенблит М.С. Исследования процессов деревообработки. М.: Лесн. промышленность, 1984. 232 с.

22. Хухрянский П.Н. Прочность древесины. М.: Гослесбумиздат, 1955. 152 с.

#### References

1. Ugolev B.N. Wood Science with the Basics of Commodity Science. M.: Lesn. promyshlennost', 2005. 366 p.

2. Volynskii V.N. Interrelation and variability of indicators of physical and mechanical properties of wood. 2-e izd. Arkhangel'sk: AGTU, 2006. 196 p.

3. Leont'ev N.L. Tables of physico-mechanical properties of tree species of the USSR. Tekhnicheskii byulleten' TsNIIMOD № 17/130. M., 1940.

4. Karlman L., Morling T., Martisson O. Wood Density, Annual Ring Width and Latewood Content in Larch and Scots Pine. Eurasian J // For. Res. 2005. Vol. 8-2. P. 91-96.

5. Ivković M., Washington J.G., Aljoy Abarquez, Jugoilic, Michael B. Powell, Harry X. Wu. Prediction of wood stiffness, strength, and shrinkage in juvenile wood of radiata pine. Wood SciTechnol (2009) 43:237-257DOI 10.1007/s00226-008-0232-3.

6. Longuetaud F., Mothe F., Leban J.M., Mäkelä A. Picea sapwood width: variations within and between trees. Scand // J. For. Res. 2006. № 21 (1). P. 41-53. doi:10.1080/02827580500518632.

7. Lahtela V., Kärki T. Improving the UV and water-resistance properties of Scots pine (Pinus sylvestris) with impreg-

nation modifiers // European Journal of Wood and Wood Products, July. 2014, Vol. 72, Is. 4. P. 445-452.

8. Butterfield B. (2006). The structure of wood: form and function. In: Walker, J.C.F., eds, Primary wood processing, 2nd edn. P. 1-22. Springer, Dordrecht.

9. Tambi A.A., Chubinskii A.N. Evaluation of the conformity of the density of wood with the requirements for the products of woodworking industries // Forest Journal. 2016. № 3. P. 124-134.

10. Chubinskii A.N., Tambi A.A., Khitrov E.G., Shimkevich Yu.A., Semishkur S.O. Substantiation of bulk output of sawn timber for glued wooden structures on the basis of physical properties of wood // Izvestia SPbLTA. 2014. № 206. P. 146-154.

11. Chubinskii A.N., Tambi A.A., Khitrov E.G., Chazov K.V., Shvets V.L., Bakhshieva M.A., Bykov D.Yu. Substantiation of the volume output of structural pine and spruce timbers // Izvestia SPbLTA. 2016. № 214. P. 247-259.

12. Chubinskii A.N., Tambi A.A., Teppoev A.V., Anan'eva N.I., Semishkur S.O., Bakhshieva M.A. Physical Non-destructive Methods for the Testing and Evaluation of the Structure of Wood Based Materials // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2014. Vol. 50, № 11. P. 693-700. DOI: 10.1134/S1061830914110023.

13. Chubinskii A.N., Tambi A.A., Fedyaev A.A., Fedyaeva N.Yu., Kul'kov A.M. Directions of using physical methods for controlling the structure and properties of wood // Systems. Methods. Technologies. 2015. № 2 (26). P. 152-158.

14. Yurkova O.V., Nikul'shin S.S., Anoshin D.A., Semishkur S.O., Tambi A.A., Chubinskii A.N. Investigation of the strength of coniferous wood in the Leningrad Region // Aktual'nye problemy i perspektivy razvitiya lesopromyshlennogo kompleksa: sb. nauch. tr. / KGTU. Kostroma, 2015. P. 48-50.

15. Varivodina I., Kosichenko N., Varivodin V., Sedliačik J. Interconnections among the rate of growth, porosity and wood water absorption // Wood Research. 2010. № 55 (1). P. 59-66.

16. Ross R.J., Pellerin R.F. Nondestructive Testing for Assessing Wood Members in Structures: A Review. Gen. Tech. Rep. FPL-GTR-70. Madison, WI, 1994. 40 p.

17. Samson M. Potential of finger-jointed lumber for machine stress-rated lumder grades // Forest Products Journal. 1985. № 7-8. P. 422-425.

18. Kretschmann D.E. Mechanical properties of wood. In: Wood handbook - Wood as an engineering material, chapter 5. Madison: Forest Products Laboratory. 2010.

19. Tuturin S.V. Mechanical strength of wood // Physical Mesomechanics. 2004. Vyp. 6, T. 7. P. 85-88.

20. Bakhshieva M.A., Chubinskii N.A. Analysis of the structure and properties of juvenile wood for sawnwood quality // Izvestia SPbLTA. 2016. № 216. P. 202-214.

21. Pizhurin A.A., Rozenblit M.S. Research of woodworking processes. M.: Lesn. promyshlennost', 1984. 232 p.

22. Khukhryanskii P.N. Strength of wood. M.: Goslesbumizdat, 1955. 152 p.

## Исследование свойств твердых древесноволокнистых плит на основе модифицированных составов древесноволокнистой массы

И.Н. Челышева<sup>a</sup>, Н.П. Плотников<sup>b</sup>, Н.О. Балашов<sup>c</sup>

Братский государственный университет, ул. Макаренко, 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>irinachelysheva@yandex.ru, <sup>b</sup>n-plotnikov@mail.ru, <sup>c</sup>tdo@brstu.ru

Статья поступила 13.10.2017, принята 18.10.2017

*Производство древесноволокнистых плит (ДВП) обуславливает вовлечение в переработку низкосортной древесины и древесных отходов, не находящихся иного рационального применения. Ресурсы древесного сырья в России вполне достаточны для многократного роста отечественного производства ДВП, однако внутренний рынок для этой продукции относительно мал. Объективной перспективой является экспорт, выход на мировые рынки. Для этого продукция должна быть конкурентоспособной в отношении цены, экологичности и качества. Таким образом, повышение эффективности производства за счет вовлечения в технологию утилизируемых отходов — одна из важнейших задач, поэтому вполне своевременно и актуально использование в качестве части сырья для производства ДВП волокносодержащих отходов целлюлозного производства — «непровара». Цель исследования заключалась в разработке технологии производства твердых ДВП с осветленным покровным слоем при использовании «непровара» вместо части древесного волокна. В результате установлена возможность осветления ДВП с увеличением степени белизны с 12 до 20 % без ухудшения физико-механических показателей плит. Определены оптимальный состав композиции древесноволокнистой массы с использованием части «непровара» и параметры режимов технологического процесса производства ДВП, обеспечивающих получение плит, соответствующих требованиям действующего стандарта (ГОСТ 4598-96). Использование «непровара» позволяет сэкономить 10–15 % сырья, а технология осветления ДВП обеспечивает расширение рынка сбыта готовой продукции.*

**Ключевые слова:** древесноволокнистая плита; «непровар»; отбеливание; математическая модель; утилизация; композиция.

## The study of solid fiberboard properties based on modified composition of wood fiber pulp

I.N. Chelysheva<sup>a</sup>, N.P. Plotnikov<sup>b</sup>, N.O. Balashov<sup>c</sup>

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>irinachelysheva@yandex.ru, <sup>b</sup>n-plotnikov@mail.ru, <sup>c</sup>tdo@brstu.ru

Received 13.10.2017, adopted 18.10.2017

*The production of fibreboard leads to the involvement of low-grade wood and wood waste that are not being used rationally. Resources of wood raw materials in Russia are quite sufficient for multiple growth of domestic production of fiberboards but the domestic market for these products is relatively small. The objective prospect is export. But, in this case, the products must be competitive in relation to price, environmental friendliness and quality. Increasing the efficiency of production through the involvement of recyclable wastes into the technology is one of the most important tasks. Therefore, it is quite timely and relevant to use fiber-containing waste cellulose product - undercooked pulp - as a part of raw materials for fiberboard production. The purpose of the study is to develop a technology for the production of solid fiberboard with a clarified coating layer by using undercooked pulp instead of a part of wood fiber. As a result, it has been established that the fiberboard can be clarified with an increase in the degree of whiteness from 12 to 20% without worsening the physical-mechanical parameters of the fibreboard. The optimum composition of the wood fiber mass with the part of undercooked pulp and the parameters of the technological process regimes of the fiberboard production, which ensure the production meeting the requirements of the current standard (GOST 4598-96), are determined. The use of undercooked pulp can save up to 10-15% of raw materials, and the technology of lightening the fiberboard ensures the expansion of the market for the sale of finished products.*

**Keywords:** fibreboard; undercooked pulp; bleaching; mathematical model; recycling; composition.

### Введение

«Мокрый» способ производства древесноволокнистых плит (ДВП) характеризуется значительным водопотреблением и загрязнением стоков мелкими древесными волокнами, продуктами гидролиза древесины и компонентами проклеивающих составов. Сложный физико-химический состав загрязнений требует значительных затрат на эксплуатацию очистных сооружений с использованием практически всех методов очистки, при этом получаемые волокносодержащие осадки очи-

стки промышленных стоков применяются в технологии твердых ДВП лишь ограниченно [1–4].

Утилизация производственных отходов тесно связана с возможностью снизить загрязнение биосферы, повысить эффективность производства продукции, сохранить лесные массивы [5–7].

**Общие положения. Постановка задачи исследования.** Цель исследований — совершенствование технологии получения твердых ДВП за счет замены неко-

торой части древесного волокна на «непровар» — отход целлюлозного производства.

Для решения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- исследовать процесс получения ДВП с добавлением «непровара»;
- определить оптимальный расход «непровара»;
- произвести оценку влияния переменных факторов на качество ДВП и сделать выводы об оптимальных сочетаниях переменных факторов;
- разработать технологию производства ДВП с добавлением «непровара».

**Методическая часть.** Для получения образцов твердых ДВП с использованием «непровара» в качестве части сырья использовалось оборудование лаборатории завода ДВП.

Условия проведения экспериментов:

1. Степень помола — 22 ДС.
2. Концентрация волокна в волокнистой массе — 1,1–1,5 %.
3. Массовая доля связующего — 0; 0,5; 1 % к массе абсолютно сухого волокна.
4. Количество парафиновой эмульсии — 0,4; 0,8; 1,2 % к массе абсолютно сухого волокна.
5. Количество «непровара» — 10; 12,5; 15 % к массе абсолютно сухого волокна.
6. Водородный показатель pH = 3,9÷4,5.
7. Масса абсолютно сухого волокна в одной отливке — 233 г.
8. Толщина ДВП — 3,2±0,3 мм.
9. Давление подпрессовки  $P = 1$  МПа.
10. Продолжительность подпрессовки — 7 сек.
11. Температура плит горячего пресса  $T_{гр} = 190$  °C.
12. Давление прессования («отжим») — 26 МПа.
13. Давление прессования («сушка») — 4 МПа.
14. Давление прессования («закалка») — 9 МПа.
15. Время прессования (полный цикл) — 10 мин.
16. Температура в закалочной камере —  $T_{зак} = 150$  °C.
17. Время закалки — 2 ч.
18. Влажность (относительная) воздуха — 65±5 %.
19. Температура воздуха — 18±2 %.

Исходное древесное волокно определенной степени помола помещалось в специальную ванну, где после перемешивания определялась концентрация находящейся в ванне древесноволокнистой массы. Параллельно проводилось определение массовой доли «непровара», парафиновой эмульсии и фенолформальдегидной смолы. После определения количества древесного волокна на одну отливку композиция помещалась в специальную емкость, куда добавлялся «непровар» при постоянном перемешивании массы. Затем в полученную массу добавлялась вода до необходимой концентрации волокна в массе. В емкость вводилось необходимое количество фенолформальдегидной смолы, парафина и осадителя ( $H_2SO_4$ ) до определенного показателя pH [8–9].

Получившаяся масса выливалась на сетку отливной машины, разбавлялась водой в баке отливной машины, тщательно перемешивалась для равномерного распре-

деления волокна на сетке, и затем вода сливалась путем открывания клапана.

Получившаяся отливка размером 270×270 мм перемещалась на сетку, укладывалась на глянцевый лист и подпрессовывалась в холодном прессе определенное время при заданном давлении [10–12].

Получившиеся образцы прессовались в производственном горячем прессе при технологическом режиме, применяемом в производстве.

Готовые образцы после кондиционирования в течение суток распиливались согласно ГОСТ 19592-80 «Плиты древесноволокнистые. Методы испытаний»

После проведения всех испытаний твердых ДВП с использованием «непровара» в качестве части сырья для дальнейших исследований были отобраны образцы, физико-механические показатели которых соответствуют ГОСТ 4598.

Исходное древесное волокно для покровного слоя определенной степени помола помещалось в специальную ванну, где после перемешивания определялась концентрация находящейся в ванне древесноволокнистой массы.

Рассчитанное количество древесного волокна для покровного слоя на одну отливку, помещалось в специальную емкость, куда добавлялся гипохлорит натрия при постоянном перемешивании массы. Полученная масса оставлялась на 45 мин, при этом соблюдалось условие, чтобы температура древесноволокнистой массы не опускалась ниже 50 °C. Далее масса промывалась под теплой водой. После промывания древесноволокнистая масса возвращалась в емкость, куда добавлялась вода до необходимой концентрации волокна в массе. В емкость вводилось необходимое количество фенолформальдегидной смолы, парафина и осадителя ( $H_2SO_4$ ) до определенного показателя pH.

За время прохождения реакции осветления покровного слоя гипохлоритом натрия производилась отливка ковра основного слоя по приведенной выше технологии [13–15].

Готовые образцы после кондиционирования в течение суток распиливались согласно ГОСТ 19592-80 «Плиты древесноволокнистые. Методы испытаний».

Испытания образцов проводились в лаборатории производства ДВП ОАО «Илим-Братск ДОК» в соответствии с ГОСТ 19592-80.

Оборудование, приборы и материалы: аппарат «Дефибратор-секунда», холодный пресс, камера термообработки, сушильный шкаф, универсальная испытательная машина Р-0,5, пресс горячего прессования, лабораторные весы ВЛР-500, толщиномер, штангенциркуль, металлическая линейка, фильтровальная бумага, ионметр «рН-340», посуда лабораторная, сетки проволочные.

**Результаты исследований.** Цель исследований — разработка математической модели, описывающей процесс получения твердых ДВП с добавлением в качестве части сырья отхода целлюлозного производства — «непровара».

В качестве переменных факторов проведения эксперимента на основании предварительно проведенных

однофакторных экспериментов были приняты следующие: X1, X2, X3.

X1 — количество «непровара». В результате предварительных испытаний было выбрано оптимальное значение вводимого «непровара» в композицию плиты в количестве от 10 до 15 % к массе абсолютно сухого волокна.

X2 — количества парафина. Парафин является основным материалом для пропитки плит, придающим их гидрофобность. Небольшие дозы этого материала (около 1 %) резко повышают водостойкость плит, однако добавление большого количества парафина снижает их прочность. В связи этим добавление парафина производилось в количестве 0,4; 0,8 и 1,2 % к массе абсолютно сухого волокна.

X3 — количество упрочняющей добавки — фенолформальдегидной смолы. Фенолформальдегидная смола марки СФЖ-3013 применяется для увеличения прочности древесноволокнистой плиты. В состав композиции смолы СФЖ-3013 вводилась в соотношениях 0; 0,5 и 1 % к массе абсолютно сухого волокна.

В качестве выходных величин (Y1, Y2, Y3, Y4) были выбраны физико-механические показатели ДВП:

Y1 — предел прочности при изгибе, МПа;

Y2 — разбухание по толщине, %;

Y3 — влажность, %;

Y4 — водопоглощение лицевой поверхности, %.

Постоянные факторы эксперимента представлены в табл. 1.

Уровни варьирования переменных факторов и интервалы варьирования представлены в табл. 2

Целью экспериментального исследования является получение эмпирической математической модели объекта, т. е. отыскание зависимости каждой из выходных величин объекта от варьируемых факторов.

Проведение эксперимента осуществляется по определенному плану, в котором обозначены все возможные сочетания переменных факторов. Такой план называется матрицей планирования эксперимента. Мат-

рица планирования эксперимента по В-плану 2-го порядка представлена в натуральных и кодированных обозначениях (табл. 3).

Таблица 1

Постоянные факторы эксперимента

| Наименование                           | Значение |
|----------------------------------------|----------|
| Концентрация волокна, %                | 2,0      |
| Показатель концентрации ионов водорода | 4,2±0,3  |
| Масса а.с.в. в отливке, г              | 233      |
| Давление подпрессовки, МПа             | 1,0      |
| Температура плит пресса, °С            | 190      |
| Время прессования (цикл), мин          | 10       |
| Давление прессования «отжим», Мпа      | 5,2      |
| Давление прессования «сушка», Мпа      | 1,2      |
| Давление прессования «закалка», Мпа    | 2,5      |
| Влажность (относительная) воздуха, %   | 65±5     |
| Температура воздуха, °С                | 18 ±2    |

Таблица 2

Переменные факторы и уровни их варьирования

| Факторы               | Уровень обозначения | «непровар»     | парафин        | СФЖ-3013       |
|-----------------------|---------------------|----------------|----------------|----------------|
|                       |                     | X <sub>1</sub> | X <sub>2</sub> | X <sub>3</sub> |
| Базовый уровень       | 0                   | 12,5           | 0,8            | 0,5            |
| Интервал варьирования | ΔX <sub>i</sub>     | 2,5            | 0,4            | 0,5            |
| Верхний уровень       | +                   | 15             | 1,2            | 1,0            |
| Нижний уровень        | –                   | 10             | 0,4            | 0              |

Таблица 3

Матрица планирования

| № опыта | Количество «непровара» | Количество парафина | Количество СФЖ-3013 | X <sub>1</sub> , % | X <sub>2</sub> , % | X <sub>3</sub> , % |
|---------|------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|         | X <sub>1</sub>         | X <sub>2</sub>      | X <sub>3</sub>      |                    |                    |                    |
| 1       | –1                     | –1                  | –1                  | 10                 | 0,4                | 0                  |
| 2       | +1                     | –1                  | –1                  | 15                 | 0,4                | 0                  |
| 3       | –1                     | +1                  | –1                  | 10                 | 1,2                | 0                  |
| 4       | +1                     | +1                  | –1                  | 15                 | 1,2                | 0                  |
| 5       | –1                     | –1                  | +1                  | 10                 | 0,4                | 1                  |
| 6       | +1                     | –1                  | +1                  | 15                 | 0,4                | 1                  |
| 7       | –1                     | +1                  | +1                  | 10                 | 1,2                | 1                  |
| 8       | +1                     | +1                  | +1                  | 15                 | 1,2                | 1                  |
| 9       | –1                     | 0                   | 0                   | 10                 | 0,8                | 0,5                |
| 10      | +1                     | 0                   | 0                   | 15                 | 0,8                | 0,5                |
| 11      | 0                      | –1                  | 0                   | 12,5               | 0,4                | 0,5                |
| 12      | 0                      | +1                  | 0                   | 12,5               | 1,2                | 0,5                |
| 13      | 0                      | 0                   | –1                  | 12,5               | 0,8                | 0                  |
| 14      | 0                      | 0                   | +1                  | 12,5               | 0,8                | 1                  |



В результате испытаний были получены следующие средние значения физико-механических показателей образцов ДВП (табл. 4).

Таблица 4

Результаты физико-механических показателей ДВП

| № опыта | Наименование показателя          |                                       |                          |              |
|---------|----------------------------------|---------------------------------------|--------------------------|--------------|
|         | Предел прочности при изгибе, МПа | Водопоглощение лицевой поверхности, % | Разбухание по толщине, % | Влажность, % |
| 1       | 33,40                            | 14,40                                 | 22,80                    | 4,82         |
| 2       | 32,90                            | 16,82                                 | 27,10                    | 6,20         |
| 3       | 33,00                            | 13,90                                 | 23,20                    | 4,70         |
| 4       | 32,90                            | 16,70                                 | 27,00                    | 6,23         |
| 5       | 35,80                            | 12,60                                 | 22,10                    | 5,80         |
| 6       | 33,80                            | 16,30                                 | 28,00                    | 6,71         |
| 7       | 35,80                            | 12,50                                 | 23,10                    | 5,88         |
| 8       | 34,60                            | 15,88                                 | 28,80                    | 6,80         |
| 9       | 35,20                            | 13,00                                 | 20,20                    | 5,51         |
| 10      | 33,09                            | 16,40                                 | 27,80                    | 6,05         |
| 11      | 34,60                            | 15,69                                 | 24,60                    | 5,80         |
| 12      | 34,25                            | 15,29                                 | 23,50                    | 5,88         |
| 13      | 34,70                            | 16,39                                 | 23,40                    | 5,10         |
| 14      | 35,80                            | 14,99                                 | 23,20                    | 6,00         |

Требования физико-механических показателей по ГОСТ 4598 для плит марок Т, Т-П, Т-С, Т-СП представлены в табл. 5.

Таблица 5

Требования физико-механических показателей ДВП

| Наименование показателя                              | Норма для плит марок Т, Т-П, Т-С, Т-СП |             |
|------------------------------------------------------|----------------------------------------|-------------|
|                                                      | Группа А                               | Группа Б    |
| Плотность, кг/м <sup>3</sup>                         | 850 – 1 100                            | 800 – 1 100 |
| Предел прочности при изгибе, МПа, нижняя граница, Тн | 38                                     | 33          |

|                                                                        |                |         |
|------------------------------------------------------------------------|----------------|---------|
| Разбухание по толщине за 24 часа, %, верхняя граница, Тв               | 20             | 23      |
| Влажность, %:<br>– нижняя граница Тн<br>– верхняя граница Тв, не более | 4<br>10        | 4<br>10 |
| Водопоглощение за 2 часа, %, верхняя граница, Тв                       | Не нормируется |         |
| Водопоглощение лицевой поверхности за 24 часа, %, Тв                   | 11             | 13      |
| Предел прочности при растяжении перпендикулярно к пласти, МПа, Тн      | 0,30           | –       |

По полученным данным была построена математическая модель, описывающая влияние переменных факторов на прочность при изгибе твердых ДВП:

$$y = 34,88 - 0,6x_1 + 0,89x_3 - 0,32x_1x_3 - 0,77x_1^2 - 0,44x_2^2 + 0,380x_3^2.$$

Проведенные исследования показывают, что наибольшее влияние на прочность ДВП оказало количество вводимого «непровара» и упрочняющей добавки — фенолформальдегидной смолы.

По полученным уравнениям регрессии были построены графические зависимости (рис. 1–3).

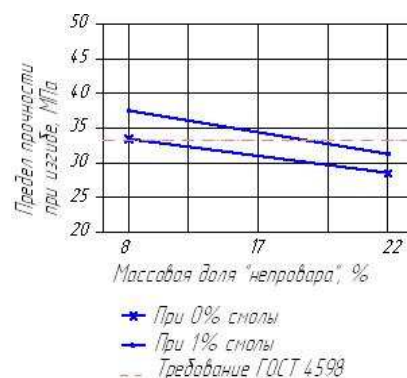


Рис. 1. Зависимость предела прочности ДВП при изгибе от содержания «непровара»

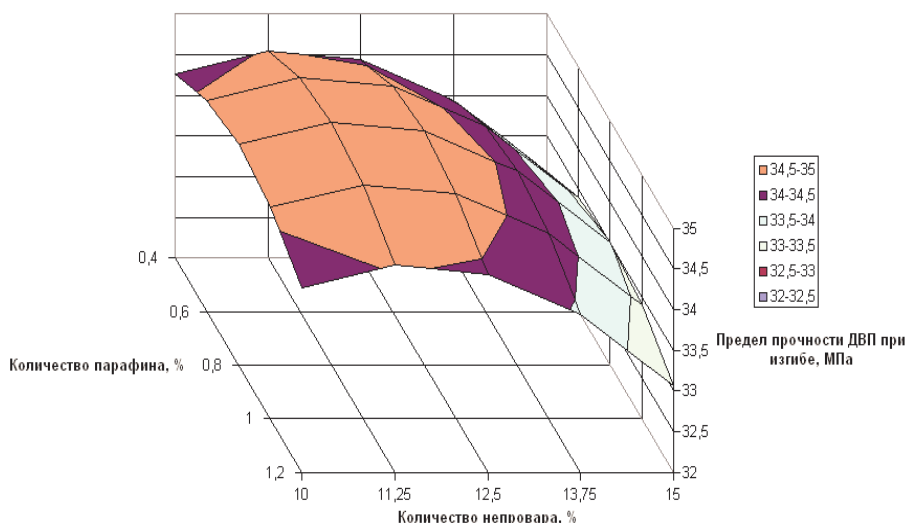


Рис. 2. Зависимость предела прочности ДВП при изгибе от количества «непровара» и парафина, вводимых в состав композиции

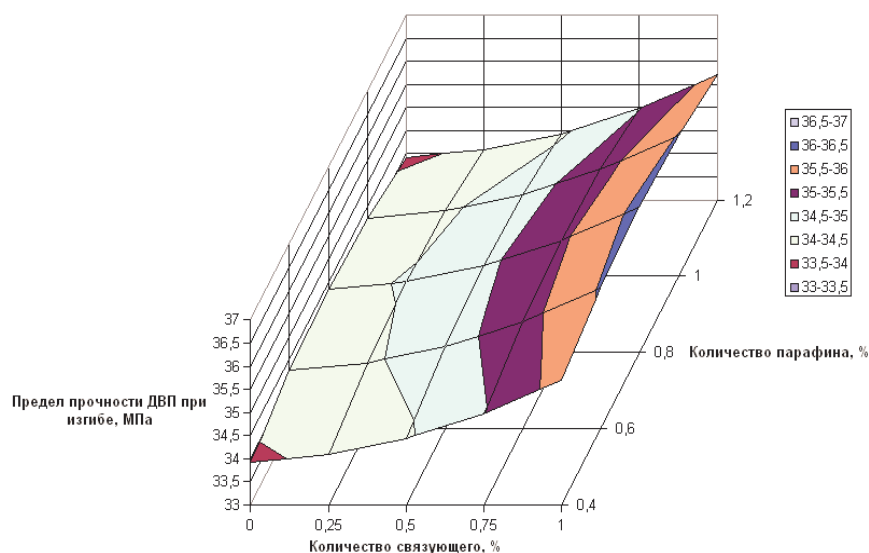


Рис. 3. Зависимость предела прочности ДВП при изгибе от количества вводимых парафина и связующего

На основании представленных графических зависимостей можно сделать следующие выводы:

- увеличение содержания «непровара» уменьшает прочность ДВП при изгибе, что обусловлено делигнификацией «непровара»;
- увеличение содержания связующего и парафина способствует увеличению прочности.

Наибольшее влияние на прочность при изгибе оказывает содержание «непровара» и связующего. Для получения качественных ДВП рекомендуется добавлять 1 % связующего, 0,8 % парафина и не более 14 % «непровара».

На следующем этапе были проведены исследования влияния переменных факторов на водопоглощение лицевой поверхности ДВП. Математическая модель, описывающая это влияние, имеет вид:

$$y = 15,49 + 1,57 x_1 - 0,59 x_3 + 0,23 x_1 x_3 - 0,79 x_1^2.$$

Из данного регрессионного уравнения следует, что наибольшее влияние на водопоглощение оказало количество вводимого «непровара».

По полученным уравнениям регрессии были построены графические зависимости (рис. 4, 5).

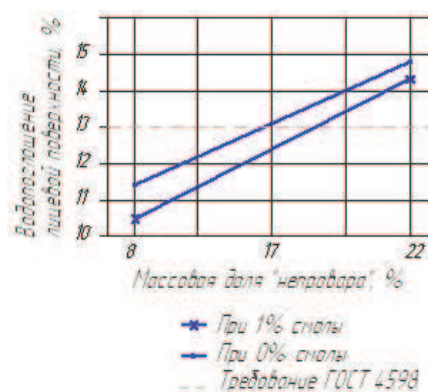


Рис. 4. Зависимость водопоглощения лицевой поверхности ДВП от содержания «непровара»

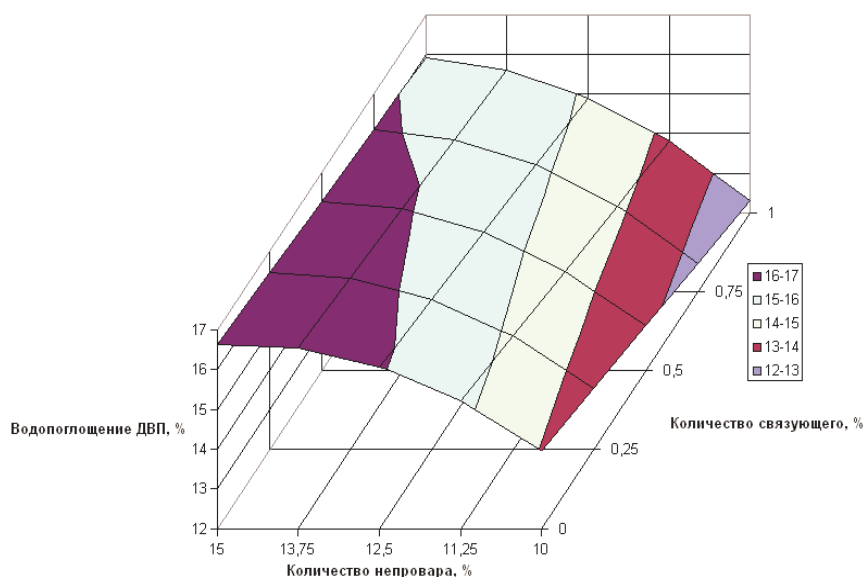


Рис. 5. Зависимость водопоглощения лицевой поверхности ДВП от количества «непровара» и связующего

Из графических зависимостей, представленных на рис. 4 и 5, можно сделать следующие выводы.

«Непровар» оказал наибольшее влияние на водопоглощение лицевой поверхности ДВП. При увеличении содержания «непровара» водопоглощение резко возрастает. Наличие связующего в композиции способствует уменьшению водопоглощения. Для получения качественных ДВП рекомендуется вводить в состав композиции 1 % связующего; 0,8 % парафина и не более 12 % «непровара».

Математическая модель, описывающая влияние переменных факторов на разбухание ДВП по толщине, имеет следующий вид:

$$y = 23,047 + 2,73 x_1 + 0,43 x_1 x_3 + 0,96 x_1^2 + 1,01 x_2^2.$$

Из данного регрессионного уравнения следует, что наибольшее влияние на разбухание ДВП оказывает количество вводимого «непровара» и парафина.

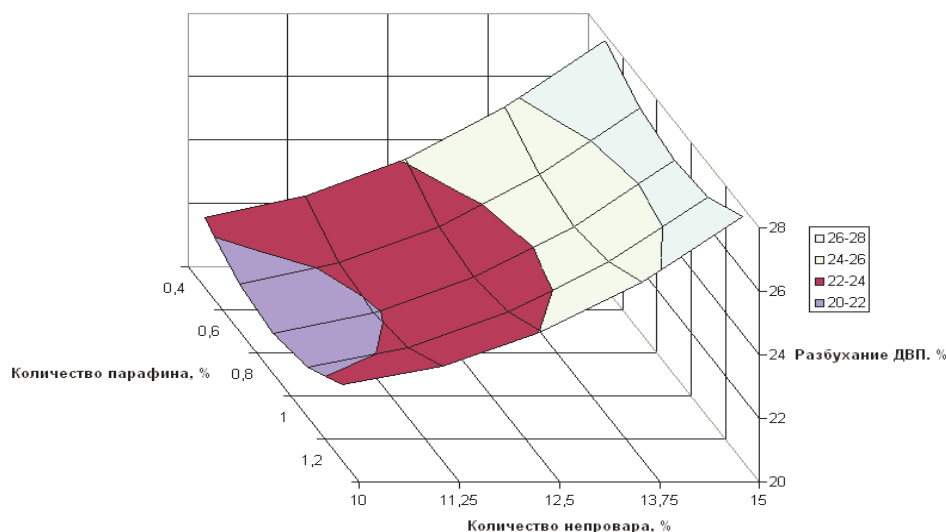


Рис. 7. Зависимость разбухания ДВП по толщине от количества вводимых «непровара» и парафина

Из графических зависимостей, представленных на рис. 6 и 7, можно сделать следующие выводы.

Наибольшее влияние на разбухание по толщине оказывает содержание «непровара» и парафина.

При увеличении содержания «непровара» разбухание резко возрастает, тогда как наличие парафина в композиции способствует уменьшению значений. Для получения качественных ДВП рекомендуется добавлять 1 % парафина, 1 % связующего и не более 13 % «непровара».

На следующем этапе были проведены исследования образцов ДВП с оптимальными физико-механическими показателями с заменой в основном слое части древесного волокна «непроваром», а в покровном слое с добавлением отбеливателя — гипохлорита натрия (NaClO).

В качестве образца с оптимальными значениями была взята плита со следующим составом композиции:

- количество «непровара» — 12,5 %;
- количество парафина — 0,8 %;
- количество связующего — 1 %;

По полученным уравнениям регрессии были построены графические зависимости, представленные на рис. 6, 7.

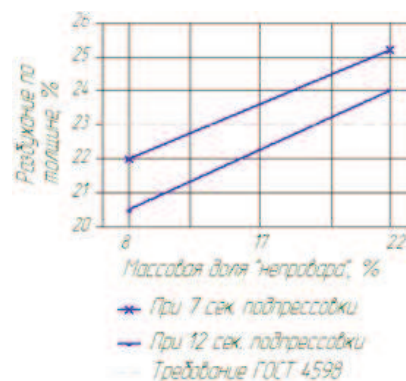


Рис. 6. Зависимость разбухания ДВП по толщине от содержания «непровара» в составе композиции

– введение в покровный слой 1,5 % к массе абсолютно сухого волокна отбеливателя — гипохлорита натрия.

Физико-механические показатели образца, взятого для дальнейших исследований приведены в табл. 6.

Таблица 6

Физико-механические показатели

| Наименование показателя                | Значение |
|----------------------------------------|----------|
| Предел прочности при изгибе, МПа       | 34,7     |
| Водопоглощение лицевой поверхностью, % | 16,39    |
| Разбухание по толщине, %               | 23,4     |
| Влажность, %                           | 5,10     |

Для получения более точных значений были изготовлены три образца и проведены испытания ДВП с добавлением в покровный слой отбеливателя — гипохлорита натрия. Результаты исследований занесены в табл. 7.

Таблица 7

## Результаты исследований

| № опыта | Наименование физико-механических показателей |                                        |                          |              |
|---------|----------------------------------------------|----------------------------------------|--------------------------|--------------|
|         | Предел прочности при изгибе, МПа             | Водопоглощение лицевой поверхностью, % | Разбухание по толщине, % | Влажность, % |
| 1       | 34,47                                        | 16,62                                  | 23,71                    | 5,69         |
| 2       | 34,29                                        | 16,78                                  | 23,83                    | 5,58         |
| 3       | 34,00                                        | 16,90                                  | 23,94                    | 5,97         |

Далее полученные образцы исследовались на степень белизны в лаборатории целлюлозного завода. Прибором для определения степени белизны образцов послужила автоматическая установка Elrepho с программным управлением, допускающая погрешность не более 0,1 %.

Сравнение степени белизны полученных образцов с исходным материалом дало следующие результаты (табл. 8).

Таблица 8

## Результаты исследования образцов ДВП на степень белизны, %

| Образец без гипохлорита натрия | Образцы с гипохлоритом натрия |
|--------------------------------|-------------------------------|
| 12                             | 20                            |
|                                | 20                            |
|                                | 20                            |

## Выводы

1. В результате проведенных исследований была установлена возможность замены части древесного волокна на «непровар» в составе композиции при производстве древесноволокнистых плит.

Оптимальное количество «непровара», вводимого в композицию, составляет 12–14 %. Дальнейшее увеличение ведет к снижению качественных показателей плит.

2. В результате исследований установлено, что добавление 1,5 % гипохлорита натрия при продолжительности реакции в 45 мин будет являться оптимальным для получения твердых ДВП с осветленным покровным слоем со степенью белизны 20 %.

3. Определено, что все параметры плит, полученных в результате исследований, соответствуют требованиям ГОСТ 4598-86, из чего следует, что обработка волокна гипохлоритом натрия не ухудшает физико-механических показателей древесноволокнистых плит.

4. Степень белизны полученных образцов (20 %) намного превосходит аналогичный показатель изначального образца (12 %) без ухудшения физико-механических показателей.

5. Полученные образцы ДВП по физико-механическим показателям ГОСТ 4598-86 соответствуют марке Т-С группы Б.

## Литература

1. Плотников Н.П., Денисов С.В. Оптимизация технологических режимов склеивания фанеры модифицированными

клеевыми композициями // Вестн. КрасГАУ. 2010. Вып. 5. С. 143-148.

2. Плотников Н.П., Плотникова Г.П. Совершенствование технологии производства древесноплитных материалов. Новосибирск: НП «СибАК», 2013. 112 с.

3. Плотников Н.П., Симикина А.А. Снижение токсичности карбаминоформальдегидных смол // Вестн. КрасГАУ. 2010. № 6. С. 155-158.

4. Симикина А.А., Челышева И.Н., Плотников Н.П. Применение лигнина в производстве древесно-полимерных композитов // Вестн. КрасГАУ. 2013. № 1. С. 162-169.

5. Челышева И.Н., Балашов Н.О. Исследование некоторых свойств древесноволокнистых композиций // Труды Братского государственного университета. Сер. Естественные и инженерные науки. 2011. Т.2. С. 236-239.

6. Челышева И.Н. Совершенствование технологии производства твердых древесноволокнистых плит повышенной водостойкости: дис.... канд. техн. наук. Братск, 2007. 152 с.

7. Плотникова Г.П., Плотников Н.П., Аксютенкова Н.Ю. Исследование физико-химических свойств двухкомпонентных лакокрасочных материалов // Системы. Методы. Технологии. 2013. № 14 (20). С. 129-133.

8. Челышева И.Н., Денисов С.В. Повышение эффективности производства древесноволокнистых плит // Дизайн и производство мебели. 2005. № 2. С. 49-54.

9. Ребрин С.П., Мерсов Е.Д. Производство древесноволокнистых плит. М.: Лесн. промышленность, 1982.

10. Дроздов И.Я. Производство древесноволокнистых плит. М.: Высш. школа, 1979.

11. Пижурич А.А., Розенблит М.С. Исследование процессов деревообработки. М.: Лесн. промышленность, 1984.

12. Технологический регламент ПДВП "ИлимБратск-ДОК". Братск: БЛПК, 2008.

13. Денисов С.В., Челышева И.Н., Варанкина Г.С. Утилизация отходов в производстве твердых древесноволокнистых плит // Актуальные проблемы лесного комплекса: сб. науч. тр. / БГИТА. Брянск, 2001. Вып. 4.

14. Денисов С.В., Челышева И.Н. Проблема комплексного использования сырья в производстве древесноволокнистых плит // Труды Братского государственного технического университета. Сер. Естественные и инженерные науки. 2004. Т. 2. С. 200-204.

15. Бекетов В.Д. Повышение эффективности производства древесноволокнистых плит. М.: Лесн. промышленность, 1998. 160 с.

## References

1. Plotnikov N.P., Denisov S.V. Optimization of technological modes of bonding of plywood adhesive compositions modified // The Bulletin of KrasGAU. 2010. Vyp. 5. P. 143-148.

2. Plotnikov N.P., Plotnikova G.P. Improvement of production technology wood-plates materials. Novosibirsk: NP «SibAK», 2013. 112 p.

3. Plotnikov N.P., Simikova A.A. Decrease the toxicity of urea-formaldehyde resins // The Bulletin of KrasGAU. 2010. № 6. P. 155-158.

4. Simikova A.A., Chelysheva I.N., Plotnikov N.P. The use of lignin in the production of wood-plastic composites // The Bulletin of KrasGAU. 2013. № 1. P. 162-169.

5. Chelysheva I.N., Balashov N.O. A study of some properties of wood-fiber compositions // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki. 2011. T.2. P. 236-239.

6. Chelysheva I.N. Improvement of technology of production of solid wood-fiber plates with the water-resistant: dis.... kand. tekhn. nauk. Bratsk, 2007. 152 p.



7. Plotnikova G.P., Plotnikov N.P., Aksyutenkova N.Yu., Acutchenkova N.Yu. Study of physico-chemical properties of two component paint materials // Systems. Methods. Technologies. 2013. № 14 (20). P. 129-133.

8. Chelysheva I.N., Denisov S.V. Improving the efficiency of production of fibreboard // Design and manufacture of furniture. 2005. № 2. P. 49-54.

9. Rebrin S.P., Mersov E.D. Production of fibreboard. M.: Lesn. promyshlennost', 1982.

10. Drozdov I.Ya. Production of fibreboard. M.: Vyssh. shkola, 1979.

11. Pizhurin A.A., Rozenblit M.S. Study of the processes of woodworking. M.: Lesn. promyshlennost', 1984.

12. Technological regulations PDVP «IlimBratskDOK». Bratsk: BLPK, 2008.

13. Denisov S.V., Chelysheva I.N., Varankina G.S. Utilization of waste in the production of solid wood-fiber plates // Aktual'nye problemy lesnogo kompleksa: sb. nauch. tr. / BGITA. Bryansk, 2001. Vyp. 4.

14. Denisov S.V., Chelysheva I.N. The problem of complex use of raw materials in the production of wood-fiber plates // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Ser. Estestvennyye i inzhenernyye nauki. 2004. T. 2. P. 200-204.

15. Beketov V.D. Improving the efficiency of production of fibreboard. M.: Lesn. promyshlennost', 1998. 160 p.

УДК 674

DOI: 10.18324/2077-5415-2017-4-169-175

## Разработка состава клеевой композиции для соединения массивной древесины в условиях Сибири

Г.П. Плотникова<sup>a</sup>, С.Х. Симонян<sup>b</sup>

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>galina.pavlovna.plotnikova@yandex.ru, <sup>b</sup>simon.helokovich.simonyan@gmail.com

Статья поступила 20.08.2017, принята 29.09. 2017

*Возрастающая популярность деревянного домостроения объясняется прежде всего использованием древесины — экологически чистого материала с приятной на ощупь поверхностью, создающего благоприятную атмосферу внутри помещения. Деревянное домостроение в условиях Сибири все чаще подразумевает применение клеевой массивной древесины — CLT-панелей, BSP, X-lam, клееного стенового бруса. Клеевые деревянные конструкции должны соответствовать требованиям ГОСТ 20850-2014 «Конструкции деревянные клеенные несущие», базирующегося на стандарте EN 14080:2005. Достаточную тепло- и морозостойкость склеенных панелей обеспечивают клеи поликонденсационного и полимеризационного типов: C3, D3, C4, D4 по EN 204. Согласно ГОСТ 20850-2014 и EN 14080:2005 разрешены к использованию эмульсия полимер-изоцианата (EPI), резорциноформальдегидные клеи (RF), меламино-мочевино-формальдегидные клеи (MUF, MF), полиуретановые клеи (PUR). В России полиуретановые PUR-клеи не допускаются для производства клееных деревянных конструкций даже в малоэтажном домостроении, а в Европе не применяют эмульсию полимер-изоцианатов EPI. Резорциноформальдегидные клеевые системы используются сегодня в очень редких случаях, так как образуют стойкий к воздействию химических агрессивных соединений клеевой шов черного цвета. Исходя из вышеизложенного, чтобы обеспечить бесцветный клеевой шов, можно использовать PUR-клеи, MUF, MF-клеи, но они довольно дороги. Поливинил-ацетаты (PVA), как и мочевино-формальдегидные клеи (UF), являются относительно дешевыми общедоступными клеями, но по причине необходимости обеспечения определенного класса ответственности конструкций они не допускаются к производству клееных деревянных строительных изделий. Запрет объясняется самой природой создаваемого ими химического соединения, его неспособностью нести длительную статическую нагрузку. Поэтому актуальным и своевременным представляется поиск модификаторов для недорогих клеевых составов, которые смогут обеспечивать необходимые показатели прочностных свойств клеевых соединений и, главное, тепло-, водо- и морозостойкость.*

**Ключевые слова:** ламели; клеи; модификация; прочность; теплостойкость; морозостойкость; водостойкость.

## Development of the adhesive composition for joining solid wood in the conditions of Siberia

G.P. Plotnikova<sup>a</sup>, S.H. Simonyan<sup>b</sup>

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>galina.pavlovna.plotnikova@yandex.ru, <sup>b</sup>simon.helokovich.simonyan@gmail.com

Received 20.08.2017, accepted 29.09.2017

*Increasing popularity of wooden housing construction is due primarily to the use of wood - an environmentally friendly material with a pleasant to the touch surface, creating a favorable atmosphere inside the room. Wooden housing construction in Siberia means*

the use of glued massive wood: CLT-panels, BSP, X-lam, glued wall beam. Glued wooden structures must comply with the requirements of GOST 20850-2014 "Wooden glued bearing structures", based on the standard EN 14080: 2005. Sufficient heat and frost resistance of the glued panels is provided by glues of polycondensation and polymerization types: C3, D3, C4, D4 to EN 204. According to GOST 20850-2014 and EN 14080: 2005, a polymer-isocyanate (EPI) emulsion, resorcinol-formaldehyde adhesives (RF), melamine-urea-formaldehyde adhesives (MUF, MF), polyurethane adhesives (PUR) are allowed in construction. In Russia, polyurethane PUR-adhesives can't be used in the production of glued wooden structures, even in low-rise housing construction, and in Europe EPI emulsion is not allowed for production. Resorcinol-formaldehyde glutinous systems are used today in very rare cases, since they form a glue line of black color, resistant to chemical aggressive compounds. Thus, to provide a colorless glue seam, it is possible to use PUR-adhesives, MUF, MF-adhesives, but they are quite expensive. Polyvinyl acetates (PVA), like urea-formaldehyde glues (UF), are relatively inexpensive public adhesives, but due to the need to provide a certain class of structural responsibility, they can't be used in glued wooden construction products. The prohibition is explained by the nature of the chemical compound created by them and their inability to carry a prolonged static load. Therefore, it is timely to search for modifiers for inexpensive adhesive compositions that will be able to provide the necessary indices of strength properties of glue joints and, most importantly, heat, water and frost resistance.

**Keywords:** lamellae; glues; modification; durability; heat resistance; frost resistance; water resistance.

## Введение

Исследования посвящены решению актуальной научной задачи повышения эффективности технологии склеивания массивной древесины для деревянного домостроения в условиях Сибири путем сокращения стоимости клееных деревянных конструкций без снижения прочностных характеристик композиций.

С целью обеспечения требований по тепло-, морозо- и водостойкости в качестве модификатора клеевого состава был предложен отход — пропитанный кислотой твердый остаток гидролиза древесины, гидролизный лигнин. Содержание этого отхода на полигонах исчисляется сегодня уже миллионами тонн (в Красноярском крае и Иркутской области насчитывается порядка 4 млн т гидролизного лигнина). Под лигнин занимают большие земельные участки, загрязняются воздух и территории, прилегающие к свалкам, при длительном хранении лигнин самовозгорается. Все это наносит серьезный экологический и экономический ущерб окружающему миру.

Технический гидролизный лигнин представляет собой аморфное порошкообразное вещество с плотностью 1,25–1,45 г/см<sup>3</sup>, от светло-кремового до темно-коричневого цвета, со специфическим запахом, молекулярная масса 5 000 – 10 000, размеры частиц лигнина — от нескольких миллиметров до микронов (и меньше). При повышенных давлении и температуре, особенно во влажном состоянии, лигнин проявляет пластические свойства. Обладая свойствами фенола и резорцина, лигнин способен модифицировать клеи, улучшая их химическую и атмосферостойкость [1–2].

Лигнин склонен к реакциям сшивания цепей, которые принято называть реакциями «конденсации», причем эти реакции могут идти как в кислой, так и в щелочной среде. Реакции конденсации сопровождаются образованием новых углерод-углеродных связей, что приводит к увеличению молекулярной массы и значительному изменению его химического строения. В составе лигнина содержатся метоксильные (–OCH<sub>3</sub>), гидроксильные (–OH) как фенольные, так и алифатические (спиртовые) группы, карбонильные (C=O) и хинонные группы, образующиеся при окислении, карбоксильные группы (–COOH), при этом лигнин достаточно инертен.

В связи с вышеизложенным, поиск «активаторов» лигнина также представляется актуальной и значимой задачей.

Целью исследований является совершенствование технологии склеивания массивной древесины для деревянного домостроения в условиях Сибири путем сокращения стоимости клееных деревянных конструкций без снижения качества композиций, осуществляемое за счет модификации клеев.

Вопросам склеивания посвящен ряд исследований таких ученых, как Г.С. Варанкина, В.Н. Волинский, В.И. Азаров, В.Е. Цветков. Вовлечение отходов в производство рассматривалось в различных источниках [3–9], создание двухкомпонентных систем представлено в работах [10–15].

**Методика исследования.** В качестве метода получения описания процесса изготовления клееных деревянных конструкций (КДК) принят активный эксперимент. Функцией отклика такой модели являются режим изготовления КДК и основные показатели свойств.

Выходные величины были обозначены качественными показателями готовой продукции:

$Y_1$  — предел прочности КДК при скалывании по клеевому слою ( $\tau$ ), МПа, ГОСТ 15613.1;

$Y_2$  — морозостойкость КДК, %, ГОСТ 18446;

$Y_3$  — теплостойкость КДК, %, ГОСТ 18446;

$Y_4$  — расслаивание КДК (Р), %, ГОСТ 27812-2005.

Были апробированы различные способы «активации» гидролизного лигнина:

для мочевино-формальдегидного клея:

– поливинилацетатной эмульсией (ПВА);

– раствором мочевины 40 %;

для поливинилацетатной эмульсии (ПВА):

– токами сверхвысокой частоты;

– термической активацией при  $t = 100$  °С;

– раствором мочевины 40 %.

Основной характеристикой качества клеевого соединения, которая должна постоянно фиксироваться в ходе производственного контроля, является прочность соединения при скалывании по клеевому слою.

На рис. 1 представлены гистограмма зависимости скалывания по клеевому слою ламелей массивной древесины и показателей тепло- и морозостойкости от вида модификатора.

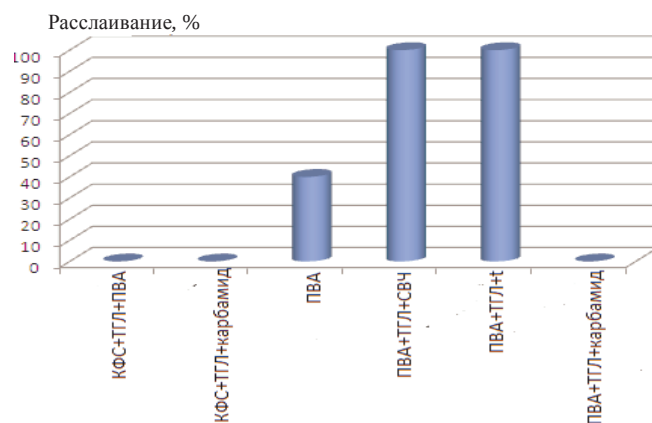


**Рис. 1.** Гистограмма зависимости скалывания по клеевому слою ламелей массивной древесины и показателей тепло- и морозостойкости от вида модификатора: *ряд 1* — испытания на скалывание по клеевому слою; *ряд 2* — испытания на скалывание по клеевому слою после определения теплостойкости; *ряд 3* — испытания на скалывание по клеевому слою после определения морозостойкости

Анализируя гистограмму, можно сделать вывод о целесообразности «активации» гидролизного лигнина поливинилацетатом и раствором карбамида 40 %. Испытания на скалывание по клеевому слою показывают также необходимую морозо- и теплостойкость.

Карбамид — достаточный «активатор» лигнина на химическом уровне: активный водород амидной  $\text{NH}_2$  группы карбамида, взаимодействуя с гидроксильными  $\text{OH}$  группами (алифатическими, ароматическими) и карбоксильными  $\text{COOH}$  группами лигнина, образует реакционноспособные метилольные группы.

На рис. 2 представлена гистограмма зависимости расслаивания ламелей склеенной массивной древесины после циклических испытаний (вымачивание – сушка). Испытания на расслаивание в России выполняются по ГОСТ 27812, который соответствует EN391 «Клееная массивная древесина. Испытания клеевых швов на расслаивание». Метод предусматривает интенсивное увлажнение и последующее интенсивное высушивание торцовых срезов многослойного элемента до исходного веса.

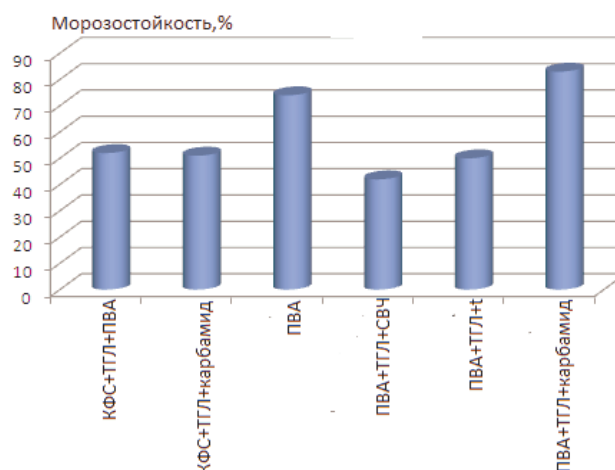


**Рис. 2.** Гистограмма зависимости расслаивания ламелей склеенной массивной древесины после циклических испытаний (вымачивание – сушка)

Анализируя гистограмму, можно сделать вывод о том, что циклическим испытаниям на расслаивание (вымачивание – сушка) противостоят образцы следующего состава:

- КФС+ТГЛ, активированный ПВА;
- КФС+ТГЛ, активированный раствором карбамида;
- ПВА+ТГЛ, активированный раствором карбамида 40 %.

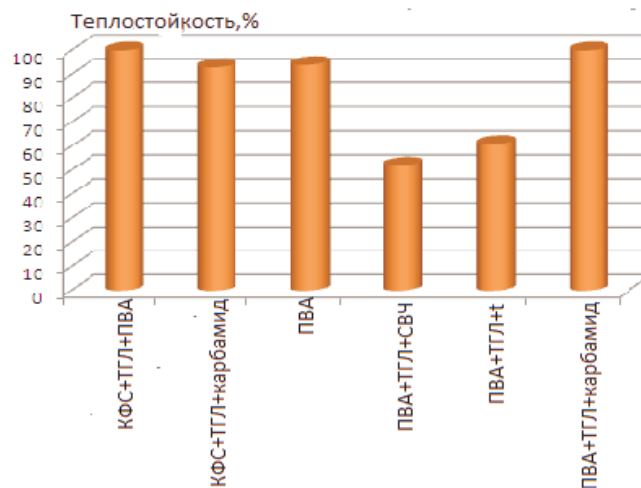
На рис. 3 представлена гистограмма зависимости морозостойкости ламелей склеенной массивной древесины от модификатора.



**Рис. 3.** Гистограмма зависимости морозостойкости ламелей склеенной массивной древесины от модификатора

Анализируя гистограмму, можно увидеть, что наиболее высокой морозостойкостью (испытания на скалывание после выдержки при  $t = -40^\circ\text{C}$  и влажности 65 % в течение 2-х недель) обладают полимеризационные клеи, в частности полимер винилацетата, но при этом модифицированный ПВА лигнином с активацией его карбамидом имеет более высокий показатель морозостойкости.

На рис. 4 представлена гистограмма зависимости теплостойкости (испытания на скалывание после выдержки при  $t = +60^\circ\text{C}$  и влажности 65 % в течение 2-х недель) ламелей склеенной массивной древесины от модификатора.



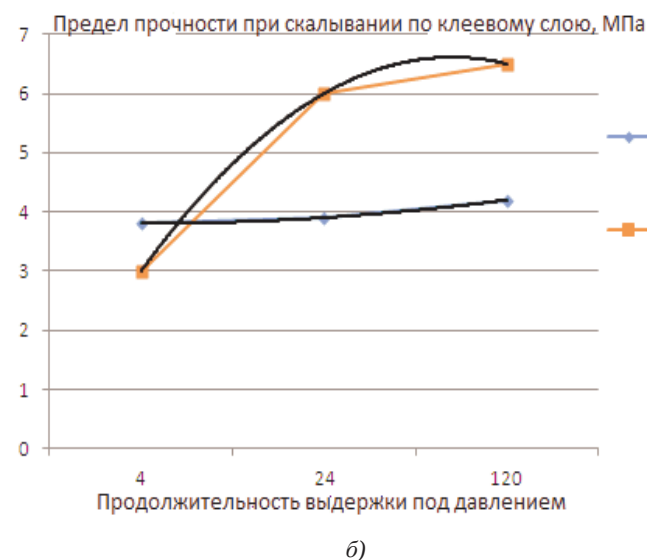
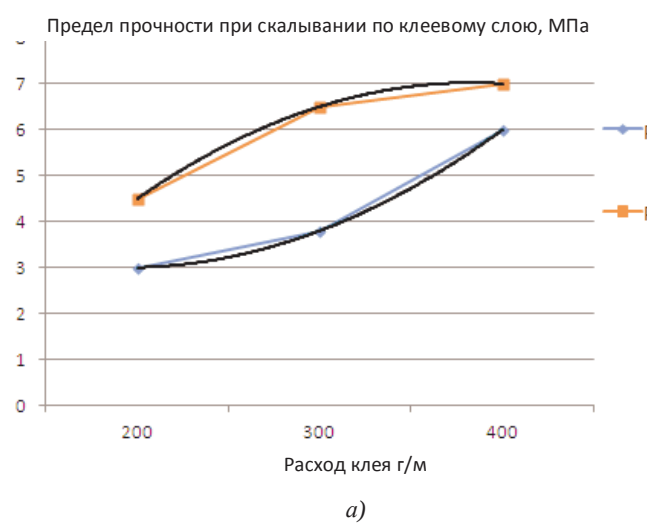
**Рис. 4.** Гистограмма зависимости теплостойкости ламелей склеенной массивной древесины от модификатора

Анализируя гистограмму, можно увидеть, что самой высокой теплостойкостью, 100 %, обладают клеевые композиции составов:

- КФС, модифицированная ТГЛ, активированным ПВА;
- ПВА, модифицированный ТГЛ, активированным раствором карбамидом 40 %.

На рис. 5 показана зависимость прочности при скалывании по клеевому слою КДК от расхода клея (а) и продолжительности выдержки под давлением в холодном прессе (б).

На рис. 6 показана зависимость морозостойкости клеевых соединений КДК от расхода клея (а) и продолжительности выдержки под давлением (б).

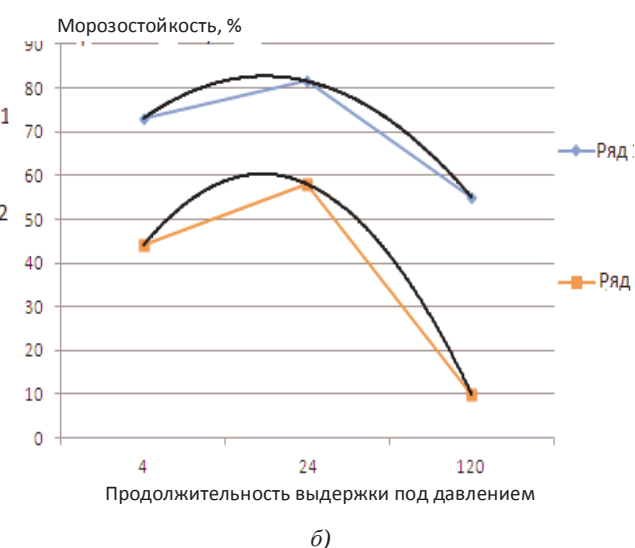
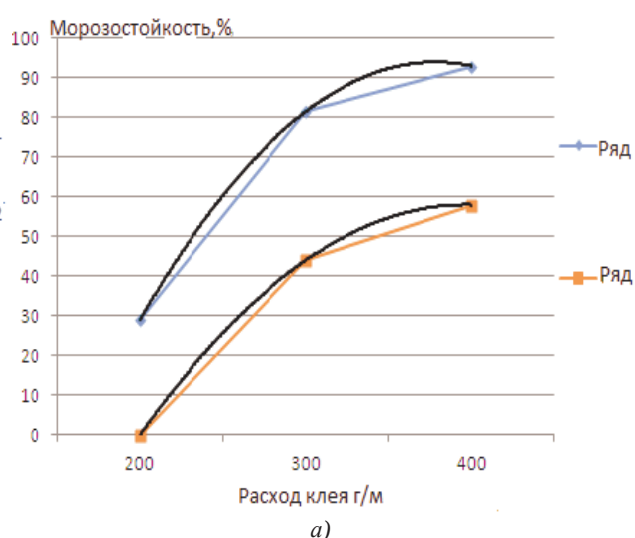


**Рис. 5.** Зависимость прочности при скалывании по клеевому слою КДК от расхода клея (а) и продолжительности выдержки под давлением (б): ряд 1 — ПВА+ТГЛ, активированный раствором карбамидом 40 %; ряд 2 — КФС+ТГЛ, активированный раствором карбамидом 40 %

На рис. 7 показана зависимость теплостойкости клеевых соединений КДК от расхода клея (а) и продолжительности выдержки под давлением (б).

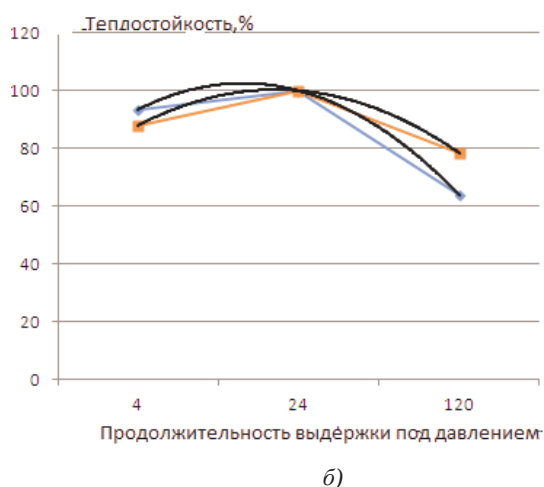
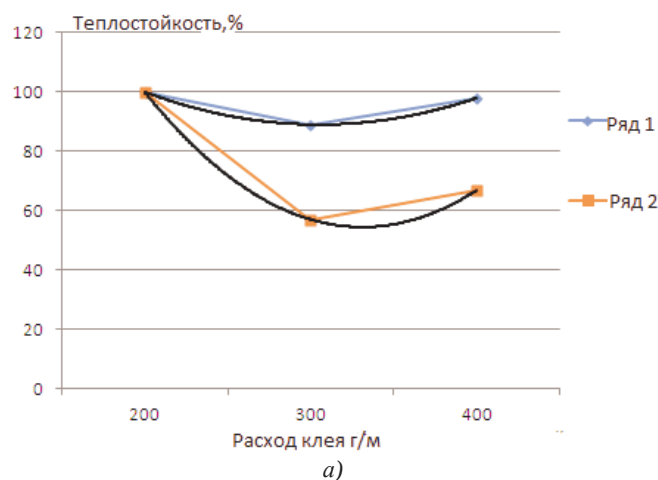
На рис. 8 показана зависимость расслаивания клеевых соединений КДК от расхода клея (а) и продолжительности выдержки под давлением (б).

Анализируя полученные зависимости, можно увидеть, что наилучшими показателями прочности, морозо- и теплостойкости, стойкости к расслаиванию обладают клеевые системы ПВА, модифицированные ТГЛ, активированным раствором карбамидом 40 %. Модифицированный ПВА не теряет прочности при длительной циклической нагрузке при его расходе 300–400 г/м<sup>2</sup> и продолжительности выдержки клеевого соединения под давлением не менее суток.



**Рис. 6.** Зависимость морозостойкости клеевых соединений КДК от расхода клея (а) и продолжительности выдержки под давлением (б): ряд 1 — ПВА+ТГЛ, активированный раствором карбамидом 40 %; ряд 2 — КФС+ТГЛ, активированный раствором карбамидом 40 %





**Рис. 7.** Зависимость теплостойкости клеевых соединений КДК от расхода клея (а) и продолжительности выдержки под давлением (б): ряд 1 — ПВА+ТГЛ, активированный раствором карбамида 40 %; ряд 2 — КФС+ТГЛ, активированный раствором карбамида 40 %

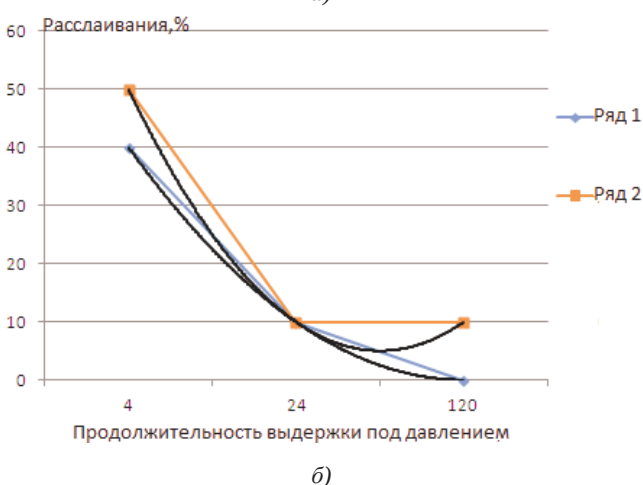
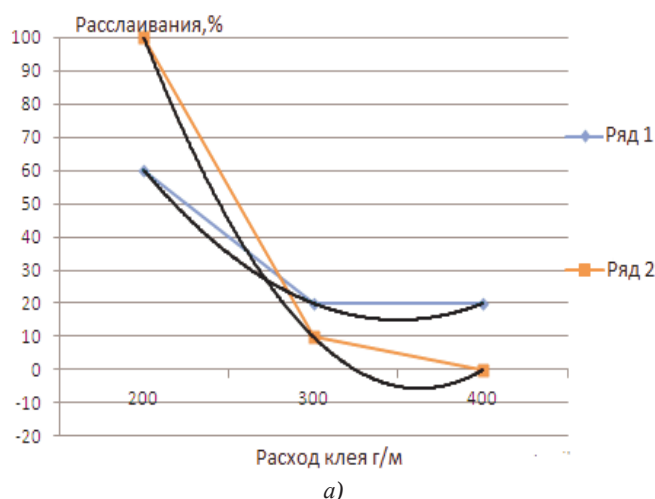
Математическое описание зависимости предела прочности КДК при скалывании по клеевому слою от варьируемых технологических параметров представлено в виде уравнения регрессии:

$$Y_1 = 6,2 - 0,75X_1 + 0,45X_2 + 0,37X_3 - 0,75X_1^2 + 0,15X_2^2 - 0,05X_3^2 - 1,2X_1 \cdot X_2 - 0,26X_1 \cdot X_3$$

Математическое описание зависимости расслаивания ламелей склеенной массивной древесины после циклических испытаний (вымачивание – сушка) представлено в виде уравнения регрессии:

$$Y_2 = 52,3 - 15,1X_1 - 12,3X_2 - 6,7X_3 + 8,5X_1^2 + 3,5X_2^2 + 9X_3^2 + 2,9X_1 \cdot X_2 - 10,8X_1X_3 + 1X_2X_3$$

Математическое описание зависимости морозостойкости ламелей склеенной массивной древесины от модификатора варьируемых технологических параметров представлено в виде уравнения регрессии:



**Рис. 8.** Зависимость расслаивания клеевых соединений КДК от расхода клея (а) и продолжительности выдержки под давлением (б): ряд 1 — ПВА+ТГЛ, активированный раствором карбамида 40 %; ряд 2 — КФС+ТГЛ, активированный раствором карбамида 40 %

$$Y_3 = 84,4 + 9,6X_1 + 3,8X_2 - 0,3X_3 + 6,3X_1^2 + 6,8X_2^2 - 7,7X_3^2 + 1,88X_1 \cdot X_2 - 1,76X_1X_3 - 2X_2X_3$$

Математическое описание зависимости морозостойкости ламелей склеенной массивной древесины от модификатора варьируемых технологических параметров представлено в виде уравнения регрессии:

$$Y_4 = 9,3 + 7,5X_1 + 12,6X_2 - 6,6X_3 + 0,7X_1^2 + 10,8X_2^2 + 4,3X_3^2 + 5,4X_1 \cdot X_2 + 0,25X_1X_3 - 0,25X_2X_3$$

В результате экспериментальных исследований подтверждены основные теоретические предпосылки о более высокой когезионной прочности системы, содержащей группы с высокой энергией взаимодействия, имеющейся в ТГЛ (-ОН, -COOH). Наличие в лигнине групп с высокой энергией взаимодействия повышает когезионную прочность системы и повышает атмосферостойкость клеевых соединений КДК на химическом уровне [17-18].

На основании комплексной оценки влияния управляемых факторов [19] на качественные показатели КДК, сформулированы рекомендации:

- для производства КДК возможно использовать ПВА-системы, модифицированные гидролизным лигнином ТГЛ, активированным раствором карбамида 40%;
- расход клеевой композиции должен составлять 300-400 г/м<sup>2</sup>;
- продолжительность выдержки под давлением в холодном прессе при склеивании должна быть не менее суток.

### Выводы

По результатам проведенных исследований можно сделать выводы:

1. Доказана возможность использовать ПВА при производстве КДК при условии его модификации веществами, содержащими группы с высокой энергией взаимодействия: гидроксильные фенольные, карбоксильные.
2. Клеевая система позволяет утилизировать отходы лесохимического комплекса и повысить экологичность территорий Сибири, снизить их пожароопасность.

### Литература

1. Плотникова Г.П., Плотников Н.П., Кузьминых Е.А. Применение гидролизного лигнина в производстве древесно-полимерных композитов // Системы Методы Технологии. 2013. № 4 (20). С. 133-138.
2. Плотников Н.П., Симикина А.А., Плотникова Г.П. Исследование структуры модифицированных карбаминоформальдегидных смол методом ЯМР-спектроскопии // Вестн. Крас. гос. аг. ун-та. 2012. № 7. С. 171-174.
3. Чубинский М.А., Федяев А.А. Биостойкость клеевой древесины. Современные проблемы переработки древесины. СПб.: СПбГЛТУ, 2011. С. 119-120.
4. Чубинский М.А. Биостойкость древесины лиственницы: автореф. дис. ... канд. биол. наук. СПб., 2003. 16 с.
5. Чубинский А.Н., Медов В.С., Славик Ю.Ю. К вопросу оценки долговечности клеевых деревянных конструкций // Изв. С.-Петербург. лесотехн. акад. 2013. Вып. 203. С. 128-134.
6. Чаузов К.В., Чубинский М.А., Шумякова Н., Варанкина Г.С., Чубинский А.Н. Свойства клееного бруса на модифицированном связующем. Современные проблемы переработки древесины. СПб.: СПбГЛТУ, 2015. С. 55-60.
7. Чаузов К.В., Варанкина Г.С. Исследование процесса склеивания древесины лиственницы композиционным клеем // Изв. С.-Петербург. лесотехн. акад. 2014. Вып. 208. С. 111-120.
8. Чаузов К.В. Формирование клеевых деревянных брусков с использованием модифицированных свя-

зующих: автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб.: СПбГЛТУ, 2015. 20 с.

9. Тамби А.А., Чубинский А.Н., Варанкин Г.С., Брутян К.Г., Федяев А.А. Способ контроля качества клеевого соединения: пат. 2439538, Рос. Федерация; заявл. 14.10.10; опубл. 10.01.12, Бюл. № 1-3 с.

10. Чубинский А.Н., Тамби А.А. Метод контроля клеевых соединений в процессе производства клеевых брусков из цельной древесины // Изв. С.-Петербург. гос. лесотехн. акад. СПб., 2008. Вып. 185. С. 208-213

11. Плотникова Г.П. Совершенствование технологии производства древесностружечных плит на основе модифицированных связующих с использованием некондиционной древесины: дис. ... канд. техн. наук. Братск, 2011. 149 с.

12. Плотникова Г.П., Плотников Н.П., Аксютенкова Н.Ю. Исследование физико-химических свойств двухкомпонентных лакокрасочных материалов // Системы Методы Технологии. 2013. № 4 (20). С. 129-133.

13. Тамби А.А., Чубинский А.Н., Чаузов К.В., Кульков А.М. Исследование клеевых соединений древесины // Лесной вестник. Forestry Bulletin. 2016. Т. 20, № 2. С. 120-126.

14. Чубинский А.Н., Медов В.С. Обоснование методики испытания клеевых соединений древесины на прочность при скалывании // Изв. С.-Петербург. гос. лесотехн. акад. СПб., 2015. Вып. 210. С. 180-189.

15. Чубинский А.Н., Ермолаев Б.В., Сосна Л.М. Свойства поверхности древесины во взаимодействии с жидким адгезивом // Деревообрабатывающая промышленность. 2003. № 1. С. 25.

16. Чубинский А.Н. Формирование клеевых соединений древесины: моногр. СПб.: СПбГУ, 1992. 168 с.

17. Чубинский А.Н., Федяев А.А., Тамби А.А. Влияние плотности древесины на качество формирования клеевых соединений // Изв. С.-Петербург. лесотехн. акад. 2011. Вып. 195. С. 142-149.

18. Чубинский А.Н., Тамби А.А., Федяев А.А. Влияние строения и свойств древесины на прочность ее склеивания // Изв. С.-Петербург. лесотехн. акад. 2010. Вып. 190. С. 155-163.

19. Плотникова Г.П., Плотников Н.П. Оптимизация технологического процесса производства древесностружечных плит на модифицированном связующем с использованием некондиционного сырья // Вестн. Крас. гос. аг. ун-та. 2013. № 9. С. 249-256.

### References

1. Plotnikova G.P., Plotnikov N.P., Kuz'minykh E.A. Use of hydrolytic lignin in production of wood and polymeric composites // Systems Methods Technologies 2013. № 4 (20). P. 133-138.
2. Plotnikov N.P., Simikova A.A., Plotnikova G.P. Research of structure of the modified carboamidoformaldehyde pitches by a nuclear magnetic resonance spectroscopy method // The Bulletin of KrasGAU. 2012. № 7. P. 171-174.
3. Chubinskii M.A., Fedyayev A.A. Biological stability of glued wood. Modern problems of processing of wood. SPb.: SPbGLTU, 2011. P. 119-120.

4. Chubinskii M.A. Bioproofness of wood of a larch: avtoref. dis. ... kand. biol. nauk. SPb., 2003. 16 p.
5. Chubinskii A.N., Medov V.S., Slavik Yu.Yu. To a question of assessment of durability of glued wooden designs // *Izvestia SPbLTA*. 2013. Vyp. 203. P. 128-134.
6. Chauzov K.V., Chubinskii M.A., Shumyakova N., Varankina G.S., Chubinskii A.N. Properties of a glued bar on the modified binding. Modern problems of processing of wood. SPb.: SPbGLTU, 2015. P. 55-60.
7. Chauzov K.V., Varankina G.S. Larch wood pasting process research composite glue // *Izvestia SPbLTA*. 2014. Vyp. 208. P. 111-120.
8. Chauzov K.V. Formation of glued wooden bars with use of the modified binding: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk. SPb.: SPbGLTU, 2015. 20 p.
- Tambi A.A., Chubinskii A.N., Varankina G.S., Brutyan K.G., Fedyaev A.A. Way of quality control of glue connection: pat. 2439538, Ros. Federatsiya; zayavl. 14.10.10; opubl. 10.01.12, Byul. № 1-3 p.
- Chubinskii A.N., Tambi A.A. A control method of glue connections in the course of production of glued bars from whole wood // *Izvestia SPbLTA*. 2008. Vyp. 185. P. 208-213.
9. Plotnikova G.P. Improvement of the production technology of wood chipboards on the basis of modified binding with use of sub-standard wood: dis. ... kand. tekhn. nauk. Bratsk, 2011. 149 p.
10. Plotnikova G.P., Plotnikov N.P., Aksyutenkova N.Yu. Research of physical and chemical properties of two-component paints and varnishes // *Systems Methods Technologies* 2013. № 4 (20). P. 129-133.
11. Tambi A.A., Chubinskii A.N., Chauzov K.V., Kul'kov A.M. Reserch of adhesive bond of wood // *Forestry Bulletin*. 2016. V. 20, № 2. P. 120-126.
12. Chubinskii A.N., Medov V.S. Justification of testing method of wood adhesive joints shearing strength // *Izvestia SPbLTA*. 2015. Vyp. 210. P. 180-189
13. Chubinskii A.N., Ermolaev B.V., Sosna L.M. Pine properties of a surface of wood in interaction with liquid adhesive // *Derevoobrabativaushaya promishlennost' (Woodworking industry)*. 2003. № 1. P. 25.
14. Chubinskii A.N. Formation of glue compounds of wood: monogr. SPb.: SPbGU, 1992. 168 p.
15. Chubinskii A.N., Fedyaev A.A., Tambi A.A. Influence of density of wood on quality of formation of glue connections // *Izvestia SPbLTA*. 2011. Vyp. 195. P. 142-149.
16. Chubinskii A.N., Tambi A.A., Fedyaev A.A. Influence of a structure and properties of wood on durability of her pasting // *Izvestia SPbLTA*. 2010. Vyp. 190. P. 155-163.
19. Plotnikova G.P., Plotnikov N.P. Optimization of technological process of production of wood chipboards on modified binding with use of sub-standard raw materials // *The Bulletin of KrasGAU*. 2013. № 9. P. 249-256.

## Строительные материалы на основе наполненных жидкостекольных композиций и область их применения

С.А. Белых<sup>a</sup>, Т.А. Лебедева<sup>b</sup>, А.М. Даминова<sup>c</sup>

Братский государственный университет, ул. Макаренко, 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>smit1@brstu.ru, <sup>b</sup>lebedewa@pochta.ru, <sup>c</sup>daminova\_work@mail.ru

Статья поступила 28.07.2017, принята 30.07.2017

*В статье приведены результаты исследований по получению теплоизоляционных, теплоизоляционно-конструкционных и жаростойких строительных материалов на основе наполненных жидкостекольных композиций с использованием малоэнергоёмких технологий вспенивания. В качестве сырьевой базы рассматриваются местные материалы техногенного происхождения, в частности микрокремнезём — ультрадисперсный отход Братского завода ферросплавов. Микрокремнезём применяется как для получения жидкого стекла, так и в качестве наполнителя пеностекольных композиций, что говорит о высокой утилизационной ёмкости получаемого материала. Жидкое стекло из микрокремнезёма обладает широким диапазоном характеристик, что обуславливает возможность управления свойствами получаемого материала. В работе установлены закономерности структурообразования, обеспечивающие прочностные, теплоизоляционные и жаростойкие характеристики строительного материала. Изучены технологические режимы. Отмечены преимущества технологических решений, обеспечивающих стабильность технических характеристик материалов, что актуально при использовании технологий вспенивания. Установлена взаимосвязь между свойствами материалов и жидкого стекла, которая положена в основу матрицы применимости, т. е. возможность использования жидкого стекла с различными свойствами позволяет получать строительные материалы с широким диапазоном свойств. Данные рентгенофазового анализа и ИК-спектроскопии позволили обосновать результаты экспериментов и изучить глубокие структурные изменения в образцах на основе наполненных пеностекольных композиций, а также сделать вывод о процессах растворения  $\text{SiO}_2$  с поверхности наполнителя с выделением кремнегеля, что способствует синтезу новообразований, обеспечивающих комплекс свойств материала, и доказывает возможность формирования установленных фаз.*

**Ключевые слова:** энергоэффективные строительные материалы; многотоннажный отход, микрокремнезём; ресурсо- и энергосберегающие технологии; пеностекольные композиции; тонкодисперсный наполнитель.

## Construction materials based on filled liquid-glass compositions and the field of their application

S.A. Belykh<sup>a</sup>, T.A. Lebedeva<sup>b</sup>, A.M. Daminova<sup>c</sup>

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>smit1@brstu.ru, <sup>b</sup>lebedewa@pochta.ru, <sup>c</sup>daminova\_work@mail.ru

Received 28.07.2017, accepted 30.07.2017

*The article represents the results of research on the production of thermal insulation, insulation-structural and heat-resistant construction materials on the basis of filled liquid-glass compositions. To obtain the materials, low-energy-intensive foaming technologies have been used. As a raw material base, local materials of technogenic origin are considered, in particular microsilica - ultrafine dispersion of the Bratsk Ferroalloys Plant. In this case, microsilica is used both for the production of liquid glass and as a filler for foam glass compositions, which indicates a high utilization capacity of the material obtained. Liquid glass from microsilica has a wide range of characteristics, which makes it possible to control the properties of the resulting material. In the work patterns of structure formation are established, which ensure the strength, heat-insulating and heat-resistant characteristics of the building material. Technological regimes have been studied. Advantages of technological solutions ensuring the stability of technical characteristics of materials are noted, which is important when using foaming technologies. A relationship between the properties of materials and liquid glass is established, which is the basis for the matrix of applicability, that is, the possibility of using a liquid glass with different properties makes it possible to obtain building materials with a wide range of properties. The results of the experiments are substantiated by X-ray-phase analysis and IR spectroscopy. Through these methods, deep structural changes in samples based on filled foam glass compositions have been studied. These data made it possible to draw a conclusion about the processes of dissolution of  $\text{SiO}_2$  from the filler surface with the release of silica gel, which promotes the synthesis of neoplasms providing a complex of material properties and proves the possibility of formation of established phases.*

**Keywords:** energy efficient building materials; large-tonnage waste; microsilica; resource and energy saving technologies; foamed glass composite; finely-disperse filler.

### Введение

Внедрение ресурсосберегающих технологий является актуальным направлением развития промышленности строительных материалов. В различных регионах

страны ресурсосбережению способствует вовлечение в производство отходов и побочных продуктов промышленности [1–4]. При этом наиболее эффективными в плане ресурсосбережения являются сырьевые материа-



лы техногенного происхождения высокой степени технологической готовности.

Учеными Братского госуниверситета доказана возможность использования малоэнергоёмкого жидкого стекла из микрокремнезема в качестве вяжущего для омоноличивания различных наполнителей, что позволяет получать строительные материалы с широким диапазоном свойств [5–13]. Путем наполнения жидкого стекла возможно получение теплоизоляционных и конструкционно-теплоизоляционных материалов для ограждающих конструкций, внутренних стен и перегородок в малоэтажном строительстве, защиты древесины от возгорания, а также в качестве жаростойкой теплоизоляции промышленного оборудования [8, 14, 15].

Целью настоящих исследований является изучение закономерностей структурообразования, определяющих в дальнейшем эксплуатационные свойства и назначение материалов на основе наполненных жидкостекляных композиций.

Разнообразие свойств материала во многом зависит от свойств жидкого стекла и его влияния на процесс структурообразования материала.

Основным сырьевым компонентом для получения предлагаемых материалов является микрокремнезем — многотоннажный ультрадисперсный отход завода ферросплавов. Высокая дисперсность и, как следствие, активность микрокремнезема позволяют использовать его и в качестве наполнителя. Химический состав микрокремнезема представлен преимущественно двуокисью кремния  $\text{SiO}_2$  [12].

**Эксперимент.** Для получения теплоизоляционных ячеистых бетонов использовали технологию вспенивания [4; 8]. Путем наполнения пеностекляных композиций получены образцы бетонов с развитой поровой структурой. Средняя плотность образцов составляет 300–650 кг/м<sup>3</sup> (рис. 1). Для этих целей опробован ряд пенообразователей — «Морпен», ПО-6, окись амина, СМС «Тайга».

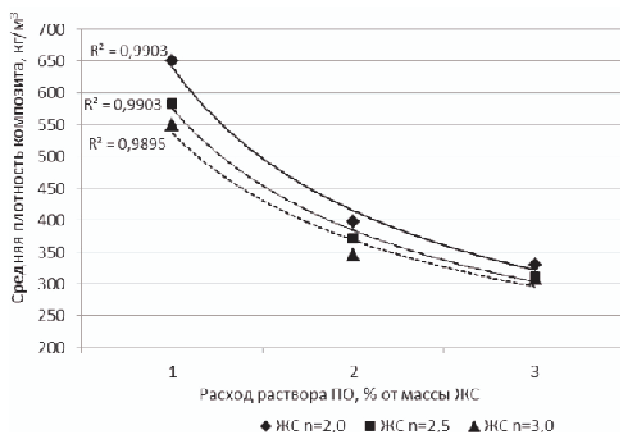


Рис. 1. Влияние расхода пенообразователя на среднюю плотность композита

Для отверждения жидкостекляных композиций опробованы различные материалы. Кремнефтористый натрий ( $\text{Na}_2\text{SiF}_6$ ) — технический порошкообразный продукт с содержанием чистого вещества 90–95 %, общеизвестен как отвердитель жидкого стекла. Наряду с

этим, также как отвердитель, использована смесь сырьевого шлама и пыли газоочистки (ГО), представляющая собой просыпь шихты для выплавки алюминия.

Исследованиями в области строительного материаловедения установлено, что наполнение полимеров тонкодисперсными наполнителями способствует повышению их механических характеристик [7, 8, 13]. Микрокремнезем оказывает упрочняющее действие при введении в качестве наполнителя в жидкое стекло, которое является неорганическим полимером. Это действие зависит от вяжущих свойств жидкого стекла. За показатель вяжущих свойств приняли прочность затвердевших образцов. Результаты исследований по изучению вяжущих свойств жидкого стекла из микрокремнезема представлены на рис. 2.

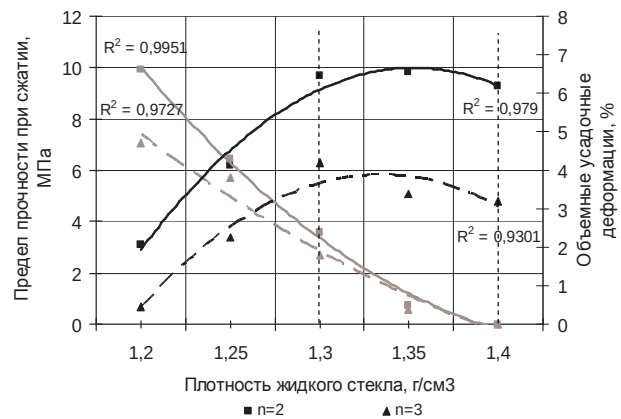


Рис. 2. Влияние силикатного модуля ( $n = 2; 3$ ) и плотности жидкого стекла на прочность при сжатии образцов на основе наполненного жидкого стекла (при оптимальной степени наполнения, лимитируемой формуемостью).

Предел прочности при сжатии: —, — — — ;  
деформации усадки: —, — — —

Отмечено, что лучшие вяжущие свойства присущи жидкому стеклу с силикатным модулем 2, однако с точки зрения объемных усадочных деформаций у получаемых бетонов предпочтительнее жидкое стекло с силикатным модулем 3.

Для формирования жаростойких свойств содержание жидкого стекла в бетоне должно быть сведено к минимуму, однако это возможно лишь при высоком уровне его вяжущих свойств, обеспечивающем требуемые прочностные характеристики. Другая задача — повышение температуры плавления жидкостекляной связки.

Указанные задачи решаются комплексно: путем снижения щелочности жидкого стекла; повышая силикатный модуль; применяя полисиликаты и золи кремнезема. Результаты исследования жаростойких свойств жидкостекляной связки представлены в табл. 1.

Данные таблицы свидетельствуют, что с увеличением силикатного модуля жидкого стекла остаточная прочность после нагрева до 800 °С возрастает, что согласуется с теоретическими сведениями. Но при этом установлено, что увеличение модуля отрицательно сказывается на вяжущих свойствах жидкого стекла.

Таблица 1

Влияние свойств жидкого стекла и вида отвердителя  
на остаточную прочность образцов после нагревания до 800 °С

| Вид отвердителя                  | Предел прочности при сжатии высушенных до постоянной массы образцов, МПа (над чертой); остаточная прочность после нагревания до 800 °С, МПа (под чертой); относительная остаточная прочность, % (рядом с дробью), при использовании жидкого стекла с силикатным модулем: |      |                    |      |                     |      |                     |      |                    |      |
|----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|--------------------|------|---------------------|------|---------------------|------|--------------------|------|
|                                  | 2,0                                                                                                                                                                                                                                                                      |      | 2,5                |      | 3,0                 |      | 3,5                 |      | 4,0                |      |
| Na <sub>2</sub> SiF <sub>6</sub> | <u>10,1</u><br>4,95                                                                                                                                                                                                                                                      | 49,1 | <u>9,4</u><br>5,33 | 56,8 | <u>7,63</u><br>4,56 | 59,8 | <u>6,26</u><br>3,92 | 62,6 | <u>4,5</u><br>2,88 | 64,1 |
| Смесь шлама и пыли ГО            | <u>9,3</u><br>5,07                                                                                                                                                                                                                                                       | 54,5 | <u>8,5</u><br>5,47 | 64,4 | <u>6,31</u><br>5,11 | 73,1 | <u>6,15</u><br>4,50 | 73,2 | <u>4,2</u><br>3,16 | 75,3 |

Таким образом, и с точки зрения вяжущих свойств, и с точки зрения температуры плавления целесообразно использовать жидкое стекло со следующим интервалом свойств: силикатный модуль — 2,5–3,5; плотность — 1,3–1,4 г/см<sup>3</sup> (рис. 3).

Кроме того, установлено, что наиболее эффективным комплексным наполнителем является состав, включающий микрокремнезем, а также смесь шлама и пыли газоочистки. Следует отметить, что смесь шлама и пыли газоочистки обладает комплексным действием, т. е. выполняет функцию отвердителя и жаростойкой добавки. Это связано с наличием в составе смеси фтористых и щелочных компонентов (что обуславливает действие отвердителя), а также алюминатного компонента, способствующего синтезу жаростойких новообразований.

Для обоснования полученных данных использованы методы рентгеноструктурного анализа (РСА). Рентгенограммы образцов, снятые при угле 2Θ, представлены на рис. 4.

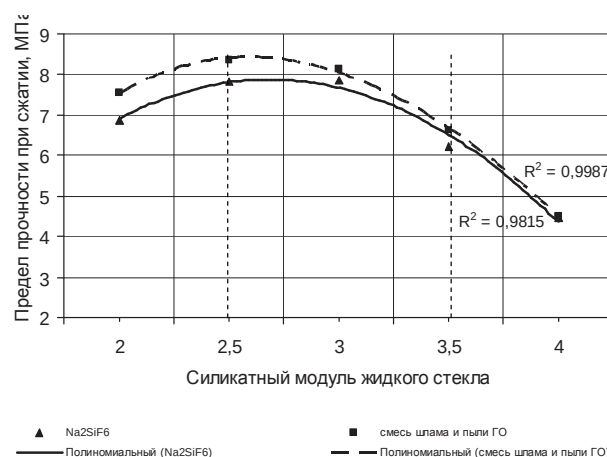


Рис. 3. Остаточная прочность после нагрева до 800 °С образцов на основе наполненного модифицированного жидкого стекла

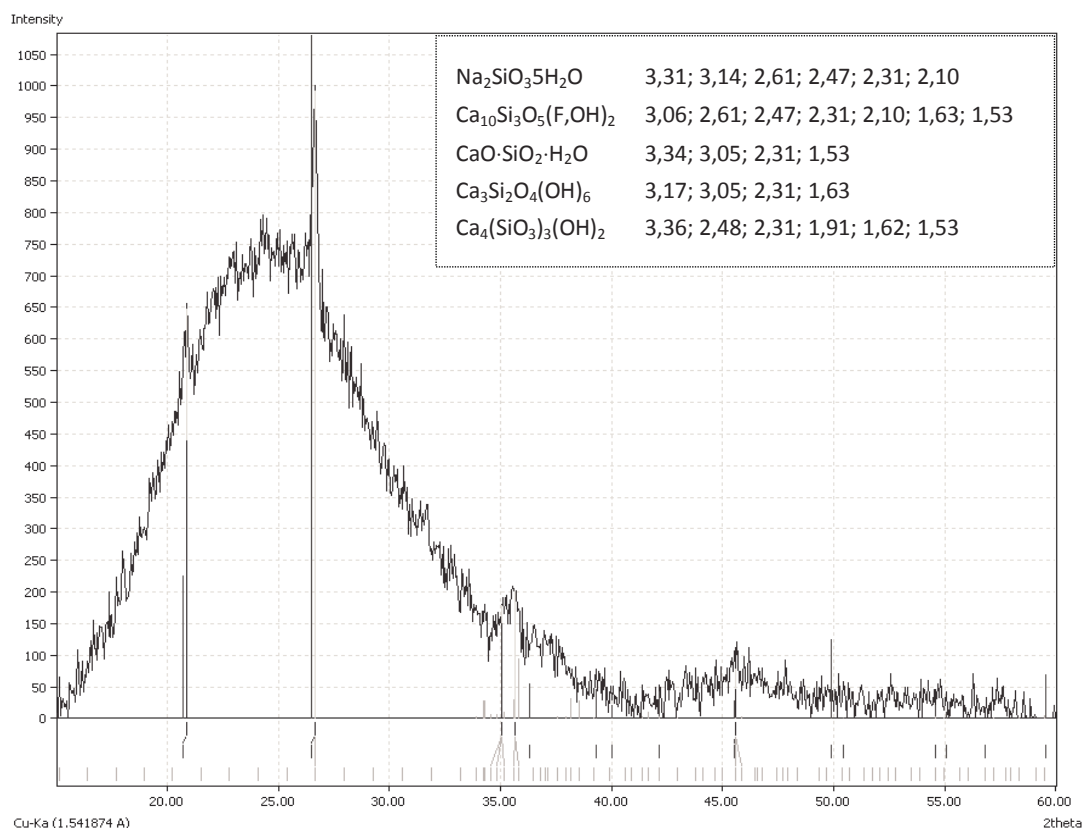


Рис. 4. Рентгенограммы высушенных до постоянной массы образцов на основе наполненного жидкого стекла из микрокремнезема с силикатным модулем 2

В результате идентификации межплоскостных расстояний среди продуктов твердения можно предположить низкоосновные гидросиликаты кальция, фторгидросиликаты, гидросиликаты натрия. При сравнении рентгенограмм образцов на основе жидкого стекла с различными свойствами отмечено, что дифракционные максимумы имеют большую интенсивность на рентгенограммах образцов на основе жидкого стекла с силикатным модулем 2. Это, очевидно, связано с более интенсивными процессами образования кристаллической фазы, обуславливающей более высокие механические характеристики композитов на основе жидкого стекла с силикатным модулем 2.

Данные рентгенофазового анализа сопоставили с данными ИК-спектроскопии. При рассмотрении ИК-спектров образцов и исходных компонентов (микрокремнезема и жидкого стекла) отмечены полосы поглощения в области  $700\text{--}1200\text{ см}^{-1}$ , характерные для спектров силикатов с Si–O связями. На спектрах образцов (рис. 5) наблюдается смещение полос поглощения в сторону больших волновых чисел с увеличением их интенсивности. Полосы поглощения в области  $1060\text{--}1070\text{ см}^{-1}$  свидетельствуют о наличии различно сгруппированных между собой кремнекислородных тетраэдров с высокой степенью полимеризации.

Эти данные позволяют судить о процессах растворения  $\text{SiO}_2$  с поверхности наполнителя с выделением кремнегеля за счет нейтрализации щелочи жидкого стекла и увеличения количества связей Si–O–Si, что способствует появлению новообразований, таких как

гидросиликаты кальция, фторгидросиликаты, гидросиликаты натрия как результат коллоидно-химических процессов.

С целью изучения глубоких структурных изменений в образцах на основе наполненных жидкостекольных композиций в результате высокотемпературных воздействий также использованы методы РСА (рис. 6).

В результате идентификации межплоскостных расстояний на рентгенограммах образцов, подвергнутых температурному воздействию  $1300\text{ }^\circ\text{C}$ , можно предварительно предположить наличие фаз кристобалита, тридимита и муллита, обеспечивающих класс жаростойких свойств материала не менее И13.

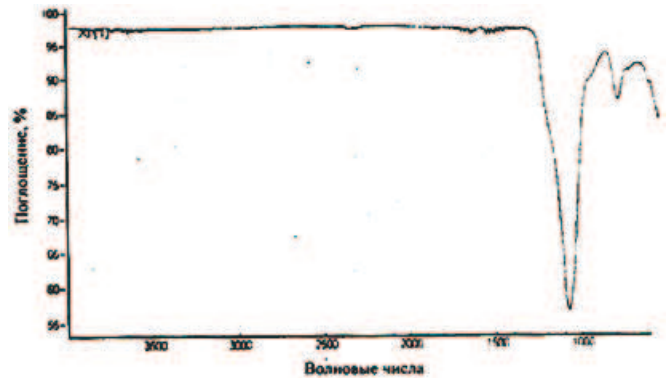


Рис. 5. ИК-спектры высушенных до постоянной массы образцов материалов на основе наполненных пеностекольных композиций

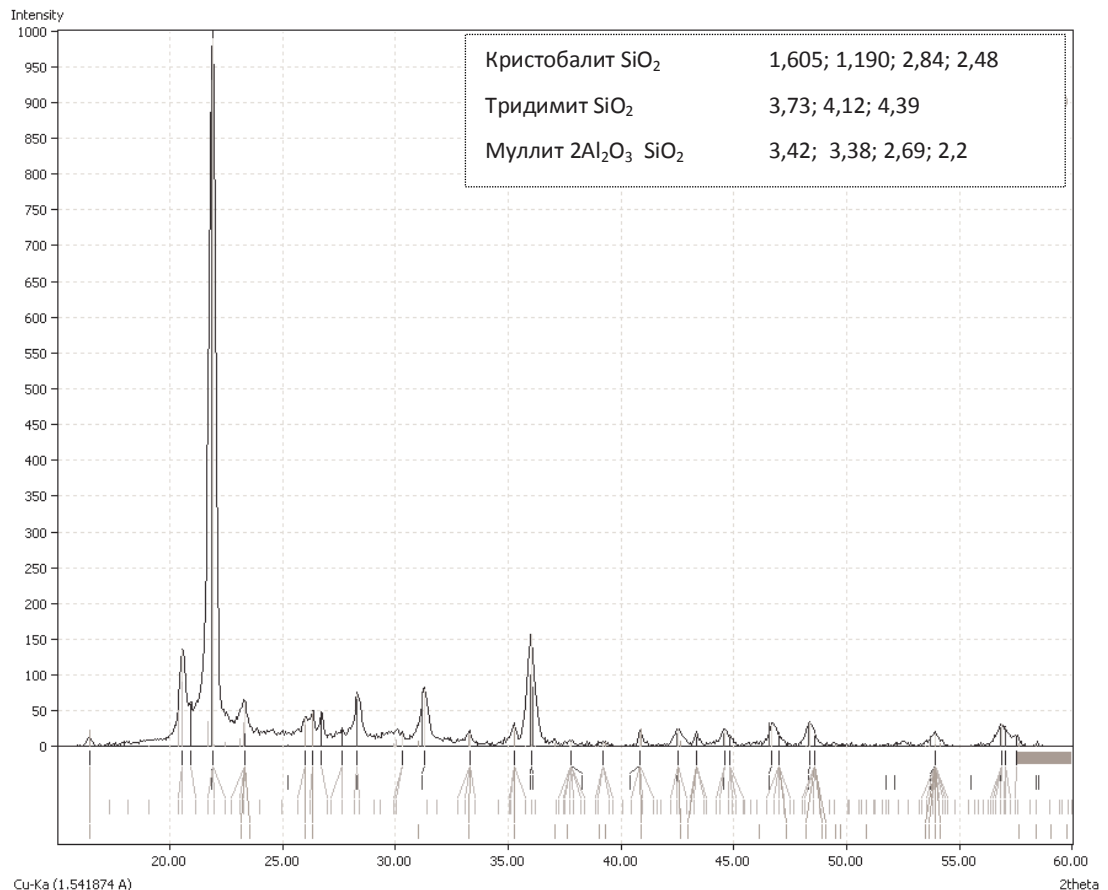


Рис. 6. Рентгенограммы образцов на основе наполненного жидкого стекла из микрокремнезема после воздействия температуры  $1300\text{ }^\circ\text{C}$

Таким образом, возможность использования жидкого стекла с различными свойствами (табл. 2) для получения жидкостекольной композиции и в качестве вяжущего для омоноличивания тонкодисперсного наполнителя позволяет получать строительные материалы с широким диапазоном свойств:

1) марка по средней плотности:

– для плит теплоизоляционных — D300–D500;

– для блоков стеновых мелких — D600–D700;

2) класс по прочности на сжатие:

– для плит теплоизоляционных — до В 1,0;

– для блоков стеновых мелких — В 2–2,5;

3) коэффициент теплопроводности в сухом состоянии при температуре  $25 \pm 5$  °C ( $298 \pm 5$  K),  $Bm/(mK)$ :

– для плит теплоизоляционных — 0,08–0,12;

– для блоков стеновых мелких — 0,13–0,15;

4) класс по предельно допустимой температуре применения:

– для блоков жаростойких — И3–И13.

Таблица 2

Рекомендации по определению характеристик состава  
в зависимости от назначения материала

| Назначение материала             |      |       | Расход добавки (в числителе) и пенообразователя (в знаменателе),<br>% от массы жидкого стекла при его свойствах |                                       |                                    |                                      |
|----------------------------------|------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
|                                  |      |       | n = 2<br>p = 1,4 г/см <sup>3</sup>                                                                              | n = 2,5<br>p = 1,35 г/см <sup>3</sup> | n = 3<br>p = 1,3 г/см <sup>3</sup> | n = 3,5<br>p = 1,3 г/см <sup>3</sup> |
| Теплоизоляционный                | D300 | –     | –                                                                                                               | –                                     | 0/15                               | –                                    |
|                                  | D350 | B0,5  | –                                                                                                               | –                                     | –                                  | –                                    |
|                                  | D400 | B0,5  | –                                                                                                               | 10/9                                  | –                                  | –                                    |
|                                  | D500 | B0,75 | –                                                                                                               | 10/6                                  | –                                  | –                                    |
| Конструкционно-теплоизоляционный | D600 | B1    | –                                                                                                               | –                                     | –                                  | –                                    |
|                                  |      | B2    | 10/5                                                                                                            | –                                     | –                                  | –                                    |
|                                  | D700 | B2    | –                                                                                                               | 10/3                                  | –                                  | –                                    |
|                                  |      | B2,5  | –                                                                                                               | –                                     | –                                  | –                                    |
|                                  |      | B3,5  | 10/3                                                                                                            | –                                     | –                                  | –                                    |
|                                  | D800 | B3,5  | –                                                                                                               | 10/0                                  | –                                  | –                                    |
|                                  | D900 | B5    | 10/0                                                                                                            | –                                     | –                                  | –                                    |
| Жаростойкий                      | И3   | –     | –                                                                                                               | –                                     | 10/5                               | –                                    |
|                                  | И6   | –     | –                                                                                                               | –                                     | –                                  | 10/5                                 |
|                                  | И9   | –     | –                                                                                                               | –                                     | –                                  | 10/0                                 |
|                                  | И13  | –     | –                                                                                                               | –                                     | –                                  | 10/0                                 |

Среди преимуществ материала можно отметить следующее. В процессе приготовления сырьевой смеси исключается разрушение пенной составляющей, что обеспечивает стабильные технические характеристики материалов. Кроме того, при получении жаростойкого теплоизоляционного материала не требуется его предварительная высокотемпературная обработка, а необходимые термомеханические свойства он приобретает на стадии эксплуатации.

Преимущество технологии заключается в ее экономичности за счет снижения затрат на материалы и энергоресурсы. Технология позволяет получать широкую номенклатуру строительных материалов на одной технологической линии, для организации которой требуется типовое оборудование.

### Заключение

В статье показана возможность получения строительных материалов на основе техногенного сырья высокой технологической готовности, что способствует экономии материальных и энергетических затрат при производстве строительных материалов многоцелевого применения. В основе технологии их получения — процессы наполнения жидкостекольных композиций. Установлено, что свойства материалов определяются вяжущими свойствами и жаростойкостью жидкостекольной связки. Требуемые структурные и механические показатели материалов обеспечиваются при использовании жидкого стекла из микрокремнезема с силикатным модулем 2–3,5 и плотностью 1,4–1,3 г/см<sup>3</sup>



соответственно. Полученные материалы имеют широкий диапазон свойств. Методами рентгенофазового анализа установлено, что требуемые свойства теплоизоляционных, конструкционно-теплоизоляционных и жаростойких теплоизоляционных материалов обусловлены синтезом новообразований, таких как низкоосновные гидросиликаты кальция и натрия, фторгидросиликаты, алюмосиликаты типа муллит.

### Литература

1. Копаница Н.О. Влияние комплексных модифицирующих добавок на свойства торфодревесных конструкционно-теплоизоляционных материалов / Н.О. Копаница // Вестн. Том. гос. архит.-строительного ун-та. 2011. № 3. С. 140-144.
2. Лукаш А.А., Лукутцова Н.П. Эффективные строительные материалы и изделия из техногенных отходов для жилищного строительства // Вестн. Поволж. гос. технол. ун-та. Сер. Материалы, конструкции, технологии. 2017. № 2. С. 26-37.
3. Кудяков А.И., Стешенко А.Б., Конушева В.В. Технико-экономическая эффективность производства модифицированного теплоизоляционного пенобетона // Инвестиции, строительство, недвижимость как материальный базис модернизации и инновационного развития экономики: материалы VII Междунар. науч.-практической конф. / ТГАСУ. Томск, 2017. Ч. 1. С. 368-372.
4. Стешенко А.Б., Кудяков А.И. Оптимизация технологических приемов приготовления пенобетонной смеси // Актуальные проблемы современности. 2016. № 2 (12). С. 197-203.
5. Кудяков А.И., Свергунова Н.А., Иванов М.Ю. Зернистый теплоизоляционный материал на основе модифицированной жидкостекольной композиции: моногр. Томск: Изд-во ТГАСУ, 2010. 204 с.
6. Глебов М.П., Белых С.А., Патраманская С.В. Сырьевая смесь для изготовления легкого заполнителя: пат. 2167115 Рос. Федерация. № 99103418/03; заявл. 23.02.99; опубл. 20.05.01, Бюл. № 14.
7. Кудяков А.И., Белых С.А., Лебедева Т.А. Стеновые теплоизоляционные материалы и изделия из наполненных пеностекольных композиций: моногр. Томск: Изд-во ТГАСУ, 2016. 192 с.
8. Белых С.А., Лебедева Т.А., Трофимова О.В. Малоэнергоемкая технология получения жаростойкого материала на основе наполненного жидкого стекла // Перспективные материалы в строительстве и технике (ПМСТ-2014): материалы междунар. науч. конф. молодых ученых / ТГАСУ. Томск, 2014. С. 255-259.
9. Белых С.А., Кудяков А.И., Лебедева Т.А., Рыжкова Е.Д. Сырьевая смесь для изготовления пенобетона: пат. 2228314 Рос. Федерация. № 2002121695/03; заявл. 06.08.02; опубл. 10.05.04, Бюл. № 13.
10. Кудяков А.И., Белых С.А., Даминова А.М. Сухие растворные смеси с гранулированными органоминеральными воздухововлекающими добавками // Вестн. Том. гос. архит.-строит. ун-та. 2009. № 3. С. 101-110.
11. Пименова Л.Н., Кудяков А.И. Пенобетон, модифицированных силикагелем // Вестн. Том. гос. архит. - строительного ун-та. 2013. № 2 (39). С. 229-234.
12. Лебедева Т.А., Кудяков А.И., Белых С.А. Жидкостекольные ячеистые материалы // Строительные материалы. 2005. № 5. С. 60-63.
13. Карнаухова Ю.П., Кудяков А.И., Белых С.А., Лебедева Т.А., Зиновьев А.А. Способ получения ячеистых строительных материалов: пат. 2209803 Рос. Федерация. № 2002103455 /03; заявл. 06.02.02; опубл. 10.08.03, Бюл. № 22.

14. Белых С.А., Новоселова Ю.В., Новоселов Д.А., Кудяков А.И. Структурообразование жидкостекольных композиций для защиты древесины от возгорания // Системы Методы Технологии. 2017. № 3 (35). С. 80-86.

15. Лебедева Т.А., Белых С.А., Трофимова О.В., Лебедев Д.И. Влияние состава жидкостекольной связки на ее жаростойкие свойства // Труды Братского государственного университета. Сер. Естественные и инженерные науки – развитию регионов Сибири. 2011. Т. 2. С. 139-144.

### References

1. Kopanitsa N.O. Influence of complex modifiers on properties of peat-wooden constructive heat-insulation materials // Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building. 2011. № 3. P. 140-144.
2. Lukash A.A., Lukutsova N.P. Effective building materials from industrial waste for housing // Vestnik of Volga State University of Technology. Ser. Materials. Constructions. Technologies. 2017. № 2. P. 26-37.
3. Kudyakov A.I., Steshenko A.B., Konusheva V.V. Technical and economic production efficiency of a modified heat-insulating foam // Investitsii, stroitel'stvo, nedvizhimost' kak material'nyi bazis modernizatsii i innovatsionnogo razvitiya ekonomiki: materialy VII Mezhdunar. nauch.-prakticheskoi konf. / T GASU. Tomsk, 2017. Ch. 1. P. 368-372.
4. Steshenko A.B., Kudyakov A.I. Optimization of production technology of foam concrete mixture // Actual problems of modernity. 2016. № 2 (12). P. 197-203.
5. Kudyakov A.I., Svergunova N.A., Ivanov M.Yu. Granulated heat-retention material based on the modified liquid glass composition: monogr. Tomsk: Izd-vo T GASU, 2010. 204 p.
6. Glebov M.P., Belykh S.A., Patramanskaya S.V. Raw mix for preparing light-weight filler: pat. 2167115 Ros. Federatsiya. № 99103418/03; yayavl. 23.02.99; opubl. 20.05.01, Byul. № 14.
7. Kudyakov A.I., Belykh S.A., Lebedeva T.A. Wall heat-insulating materials and products from filled with foamed glass composite: monogr. Tomsk: Izd-vo T GASU, 2016. 192 p.
8. Belykh S.A., Lebedeva T.A., Trofimova O.V. An energy-saving technology of obtaining heat-resistant material based on liquid glass-filled // Perspektivnye materialy v stroitel'stve i tekhnike (PMST-2014): materialy mezhdunar. nauch. konf. molodykh uchenykh / T GASU. Tomsk, 2014. P. 255-259.
9. Belykh S.A., Kudyakov A.I., Lebedeva T.A., Ryzhkova E.D. Raw mixture for preparation of a foamed concrete: pat. 2228314 Ros. Federatsiya. № 2002121695/03; yayavl. 06.08.02; opubl. 10.05.04, Byul. № 13.
10. Kudyakov A.I., Belykh S.A., Damino A.M. Dry mortar mixtures with granulated organomineral air-entraining additives // Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building. 2009. № 3. P. 101-110.
11. Pimenova L.N., Kudyakov A.I. Foam concrete modified with silica gel // Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building. 2013. № 2 (39). P. 229-234.
12. Lebedeva T.A., Kudyakov A.I., Belykh S.A. Liquid glass cellular materials // Stroitel'nye Materialy. 2005. № 5. P. 60-63.
13. Karnaukhov Yu.P., Kudyakov A.I., Belykh S.A., Lebedeva T.A., Zinov'ev A.A. Method of manufacturing cellular building materials: pat. 2209803 Ros. Federatsiya. № 2002103455/03; yayavl. 06.02.02; opubl. 10.08.03, Byul. № 22.
14. Belykh S.A., Novoselova Yu.V., Novoselov D.A., Kudyakov A.I. Structure formation of liquid-glass compositions for wood protection against ignition // Systems Methods Technologies. 2017. № 3 (35). P. 80-86.
15. Lebedeva T.A., Belykh S.A., Trofimova O.V., Lebedev D.I. The influence of the composition of liquid glass ligament at its heat-resistant properties // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki - razvitiyu regionov Sibiri. 2011. T. 2. P. 139-144.

## Стохастическая модель оптимизации затрат при планировании технологических процессов лесозаготовок

И.В. Бачериков<sup>1 а</sup>, Ф.В. Свойкин<sup>2 б</sup>, А.Р. Бирман<sup>2 с</sup>, В.А. Соколова<sup>2 д</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ул. Политехническая 29, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет им. С.М. Кирова, пер. Институтский 5, Санкт-Петербург, Россия

<sup>а</sup>ivashka512@gmail.com, <sup>б</sup>svoikin\_fv@mail.ru, <sup>с</sup>birman1947@mail.ru, <sup>д</sup>sokolova\_vika@inbox.ru

Статья поступила 31.10.2017, принята 14.11.2017

*В статье разрабатывается математическая модель оптимизации затрат при планировании технологических процессов лесозаготовительного производства в условиях риска и неопределенности. Предлагаемая математическая модель использует методы стохастического программирования, в частности, метод сведения целевой функции со случайными параметрами к вероятностным ограничениям. При недостаточном уровне объема заготовки возникают потери, связанные с появившимся дефицитом объема заготовки. При уровне объема заготовки древесины, превышающем нормальный, происходит увеличение издержек (потерь), связанных с содержанием лесной машины (в статье — на примере харвестера). Возможный компромисс состоит в выборе такого нормативного объема заготовки древесины, который уравнивал бы оба вида указанных потерь. Выбор в качестве показателя эффективности средних отклонений объема заготовки древесины основан на значениях коэффициента издержек и коэффициента уменьшения дефицита, которые известны. Однако определить эти коэффициенты очень трудно, и поэтому на практике зачастую лицо, принимающее решение, может установить необходимый уровень объема заготовки древесины таким образом, чтобы величина дефицита и величина издержек не превосходили установленного предельного значения, и заявленные объемы выполнялись бы с некоторыми вероятностями. Приведен эксперимент, осуществленный в природно-производственных условиях арендной базы ОАО «Монди СЛПК» (Республика Коми, средняя тайга наиболее типична для Северо-Западного федерального округа РФ) и способствующий нахождению приемлемого способа действий со стороны лица, принимающего решения при планировании технологических процессов лесозаготовок.*

**Ключевые слова:** математическое моделирование; исследование операций; оптимизационные задачи; стохастическое программирование; планирование; технология лесозаготовок.

## Stochastic model of cost optimization in the planning of logging processes

I.V. Bacherikov<sup>1 а</sup>, F.V. Svoikin<sup>2 б</sup>, A.R. Birman<sup>2 с</sup>, V.A. Sokolova<sup>2 д</sup>

<sup>1</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University; 29, Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, Russia

<sup>2</sup>St. Petersburg State Forest Technical University under name of S.M. Kirov; 5, Institutsky Per., St. Petersburg, Russia

<sup>а</sup>ivashka512@gmail.com, <sup>б</sup>svoikin\_fv@mail.ru, <sup>с</sup>birman1947@mail.ru, <sup>д</sup>sokolova\_vika@inbox.ru

Received 31.10.2017, accepted 14.11.2017

*The article deals with a mathematical model of cost optimization in planning the technological processes of logging production in conditions of risk and uncertainty. The proposed mathematical model uses stochastic programming methods, in particular, the method of reducing the objective function with random parameters to probability constraints. When the volume of the workpiece is insufficient, losses are caused by the shortage in the volume of the billet. At a level of timber harvesting volume exceeding normal, there is an increase in the costs (losses) associated with the maintenance of the forest machine (in the article on the example of a harvester). A possible compromise is the choice of such a standard volume of logging that would balance the two types of these losses. The choice as a measure of the effectiveness of average deviations in the volume of wood harvesting is based on the values of the cost factor and the deficit reduction coefficient that are known. However, it is very difficult to determine these coefficients, and in practice it is often assumed that the decision maker can set the required volume of wood harvesting so that the deficit does not exceed a certain value and the cost does not exceed a certain constrained value and the indicated volumes values would be fulfilled with some probabilities. The experiment is carried out in the natural production conditions of the leasing base of Mondi Syktyvkar Ltd (the Republic of Komi, the middle taiga is most typical for the North-West Federal District of the Russian Federation) and contributes to finding an acceptable method of action on the part of the decision maker in the planning of logging processes.*

**Keywords:** mathematical modeling; operations research; optimization problems; stochastic programming; planning; logging technology.

## Введение

Применение математических методов в оптимизации технологических процессов лесозаготовки и вывозки древесного сырья для преодоления тирании альтернатив является весьма актуальной темой как за рубежом [1–11], так и в России.

В ряде работ [12–15] исследовался процесс лесозаготовок как строго детерминированной системы, что не вполне соответствует реальным условиям — данные, которыми располагают лесопользователи при стратегическом, тактическом и оперативном планировании, далеко не всегда точны, а информация о ходе рубок, несмотря на развитие современных систем связи, не всегда актуальна и поставляет аналитику с некоей задержкой.

Таким образом, приходится предпринимать действия в условиях риска и неопределенности, а значит, можно решать задачу планирования технологических процессов лесозаготовок методами стохастического программирования, т. е. с учетом того, что *некоторые* параметры, входящие в целевую функцию, и ограничения, накладываемые на решение, представляют собой случайные величины [16–21].

При использовании байесовского подхода *все* параметры считаются случайными, и математическая модель имеет две стадии: первую, описывающую предварительную информацию о неизвестных параметрах с неким вероятностным распределением, и вторую, описывающую функции правдоподобия наблюдаемых значений.

При использовании подхода, связанного с использованием критерия минимакса, альтернативы оцениваются по наихудшим (наилучшим) последствиям. В разработке математической модели мы придерживались второго способа, однако следует понимать, что каждый подход имеет свои достоинства и недостатки. Так, например, использование детерминированного подхода к анализу и принятию неизвестных параметров на основании экспертной оценки дает значительный запас прочности модели, однако влечет большие затраты там, где их можно избежать.

**Разрабатываемая модель.** Оптимальный объем заготовок  $x$  оценивается по производительности лесной машины. Вероятность того, что случайная величина объема заготовок  $x$  примет значение, заключенное в интервале  $(a, b)$ , равна приращению функции распределения на этом интервале:

$$P(a < x < b) = F(b) - F(a). \quad (1)$$

Допустим, что справедливы следующие предельные соотношения:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \quad (2)$$

и:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1. \quad (3)$$

Следовательно:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx. \quad (4)$$

Если уровень объема заготовки  $t$  недостаточен до нормального объема заготовки  $x_n$ , т. е.  $t < x_n$ , то возникнут

потери, связанные с появившимся дефицитом (нехваткой) объема заготовки. Если уровень объема заготовки древесины превышает  $x_n$ , т. е.  $t > x_n$ , то увеличиваются издержки (потери), связанные с содержанием лесной машины. Возможный компромисс состоит в выборе такого нормативного объема заготовки древесины  $t$ , который уравнивал бы оба вида указанных потерь.

Коэффициент увеличения объема заготовки древесины  $q_1$ :

$$q_1 = \frac{Q_{\max}}{Q_m}, \quad (5)$$

где  $Q_{\max}$  — максимальный объем заготовки древесины;  $Q_m$  — математическое ожидание объема заготовки древесины.

Коэффициент уменьшения объема древесины  $q_2$ :

$$q_2 = \frac{Q_{\min}}{Q_m}, \quad (6)$$

где  $Q_{\min}$  — минимальный объем древесины.

Выбирается такой уровень объема заготовки  $t$ , при котором потери объема древесины были бы наименьшими:

$$Q = Q(x) = \begin{cases} q_1(t - x), & \text{при } x < t \\ q_2(x - t), & \text{при } x > t \end{cases}. \quad (7)$$

Так как функция неизвестна, можно воспользоваться критерием среднего значения объема заготовки от дефицита и потерь:

$$Z = M(Q) = \int_{-\infty}^{+\infty} Q(x) \cdot f(x) dx = \int_t^{\infty} q_1(t - x) f(x) dx + \int_{-\infty}^t q_2(x - t) f(x) dx \rightarrow \min \quad (8)$$

Целевая функция  $Z$  (8) имеет единственный минимум, который можно определить из уравнения  $Z' = 0$ . Дифференцируя функцию (8) по  $t$ , получим уравнение:

$$+q_1 \int_t^{\infty} f(x) dx - q_2 \int_{-\infty}^t f(x) dx = 0, \quad (9)$$

или:

$$+q_1[1 - F(t)] - q_2 F(t) = 0. \quad (10)$$

Оптимальное решение  $t_{on}$  из формулы (10) должно удовлетворять уравнению:

$$F(t_{on}) = \frac{q_1}{q_1 + q_2}. \quad (11)$$

Допустим, что заготавливаемый объем древесины подчинен нормальному закону с математическим ожиданием  $m$  и средним квадратическим отклонением (стандартным разбросом)  $\sigma$ , т. е. получается равенство:

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t_{on}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{q_1}{q_1 + q_2}. \quad (12)$$

В результате замены переменных  $(x - m) / \sigma = u$  получается:

$$\frac{1}{2} + \Phi_{(x)} \left( \frac{t_{on} - m}{\sigma} \right) = \frac{q_1}{q_1 + q_2}, \quad (13)$$

где  $\Phi_x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{u^2}{2}} du$  — функция Лапласа.

В случае нормальной кривой распределения случайной величины вероятности  $P$  будут равны  $\rho = P/V$ , и если  $\rho$  имеет нормальное распределение, то и объем имеет нормальное распределение:

$$\begin{aligned} P\{-\sigma < Q - Q_{cp} < +\sigma\} &= 0.683 \\ P\{-2\sigma < Q - Q_{cp} < +2\sigma\} &= 0.954 \\ P\{-3\sigma < Q - Q_{cp} < +3\sigma\} &= 0.997 \end{aligned} \quad (16)$$

Если фактический размах колебания объема древесины известен, то величину среднеквадратичного отклонения  $\sigma$  можно определить по формуле:

$$\sigma = \frac{1}{6} \omega. \quad (17)$$

где  $\omega$  — размах колебания объема древесины, равный:

$$\omega = Q_{\max} - Q_{\min}. \quad (18)$$

Выбирая в качестве показателя эффективности средние отклонения объема заготовки древесины  $M(Q)$ , необходимо быть уверенным, что значения коэффициента увеличения  $q_1$  (издержек) и коэффициента уменьшения  $q_2$  (дефицита) нам известны. Однако определить эти коэффициенты очень трудно, и поэтому лицо, принимающее решение, может установить необходимый уровень объема заготовки древесины  $Q$  таким образом, чтобы величина дефицита  $(x - t)$  не превосходила значения  $A$ , и величина издержек  $(t - x)$  не превосходила предельного значения  $B$ . Так как эти величины случайны, выбирая решение, можно только настаивать, чтобы указанные значения объемов выполнялись бы с некоторыми вероятностями  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно:

$$\text{Дефицит} \quad P(x - t \leq A) \geq \alpha \quad (19)$$

$$\text{Издержки} \quad P(t - x \leq B) \geq \beta \quad (20)$$

Неравенства типа (19), (20) называются вероятностными (стохастическими) ограничениями. Для нормального распределения объема древесины ( $\rho = P/V$ ) из неравенств (19), (20) получается для объема заготовки древесины с дефицитом:

$$\frac{1}{2} + \Phi_{(x)} \left( \frac{t + A - M}{\sigma} \right) \geq \alpha, \quad (21)$$

а для объема древесины с издержками:

$$\frac{1}{2} - \Phi_{(x)} \left( \frac{t - B - M}{\sigma} \right) \geq \beta, \quad (22)$$

или

$$\frac{1}{2} + \Phi_{(x)} \left( \frac{B + M - t}{\sigma} \right) \geq \beta. \quad (23)$$

Назначаются предельные значения:  $A = 2 \text{ м}^3$ ,  $B = 2 \text{ м}^3$ , а также доверительные вероятности:  $\alpha = \beta = 0.6$ . Вероятностные ограничения вычисляются по формулам (19) – (20):

$$t_{\text{деф}} \leq t_{\text{он}} \leq t_{\text{изд}}. \quad (24)$$

**Эксперимент.** Для получения  $m$  был поставлен эксперимент в производственных условиях ОАО «Монди СЛПК» (Республика Коми), в средней тайге. Исследования проводились в смешанном елово-березовом лесу (породный состав 4Е4Б1С1П), тип леса — черничный, при работе ВРСМ JohnDeere 1270E.

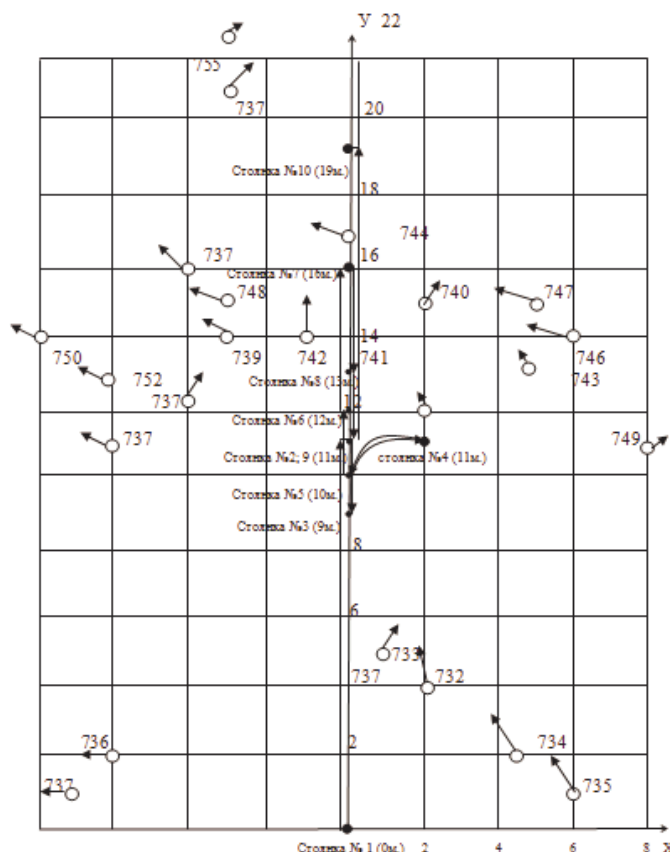


Рис. 1. Схема заготовки деревьев во время эксперимента

Лесосечные работы должны были производиться с сохранением подроста не менее 70 %, все порубочные остатки — находиться на волоке, поэтому предпочтительная валка деревьев — по направлению на планируемый волок, однако рельефные и почвенно-грунтовые условия данной лесосеки не позволяли пользоваться одной схемой валки. Поэтому использовались смешанные схемы: валка ствола с кроной на пасеку под углом 90° или 45°; валка ствола с кроной на планируемый волок; валка ствола с кроной через волок.

Перед тем как начать валку дерева, оператору валочно-сучкорезно-раскряжевой машины (ВРСМ) необходимо произвести оценку ситуации, включая рельефные и почвенно-грунтовые условия, силу и направление ветра, плотность и качество древостоя. После этого принимается решение, какое дерево будет обрабатываться первым, чтобы не повредить другие рядом стоящие деревья, и куда будут укладываться сортименты. При раскряжке необходимо учитывать ка-



чество дерева, место укладки сортиментов и порубочных остатков. Все это делается оператором на месте, т. е. все вышеперечисленные параметры являются случайными величинами.

Средний объем хлыста  $V_{cp} = 0.32 \text{ м}^3$ ;  
 максимальный объем заготовки  $Q_{max} = 36 \text{ м}^3$ ;  
 минимальный объем заготовки  $Q_{min} = 7.3 \text{ м}^3$ ;  
 математическое ожидание объема заготовки  $Q_{cp} = 14.3 \text{ м}^3$ .

Определялось время начала обработки дерева № 732 (9 ч 58 мин 06 с) и окончания обработки дерева № 812 (11 ч 48 мин 02 с). Далее определяется время заготовки 81 дерева — 1 ч 50 мин 54 с = 6 654 с.

Средний объем ствола дерева:

$$V_{cp} = 26.37 \text{ м}^3 / 81 \text{ дерево} = 0.32 \text{ м}^3.$$

Время обработки одного дерева:

$$T_{ц\text{дерева}} = 6\,654 / 81 = 82.1 \text{ с}.$$

Объем заготовки в час:

$$Q(x) = P_{\text{ч}} \cdot t = 0.32 \cdot 3600 \cdot 1 / 82.1 = 14.3 \text{ м}^3/\text{ч} = m.$$

Размах колебания объема древесины и величину среднеквадратичного отклонения  $\sigma$  определяем по формулам (18) и (17):

$$\omega = 36 - 7.3 = 28.7 \text{ м}^3, \quad \sigma = \frac{1}{6} \omega = 4.78 \text{ м}^3.$$

Затем по формулам (5) и (6) находим коэффициенты увеличения / уменьшения объема:

$$q_1 = \frac{36}{14.3} = 2.51, \quad q_2 = \frac{7.3}{14.3} = 0.51.$$

Подставив значения  $m$ ,  $\sigma$ ,  $q_1$ ,  $q_2$  в формулу (13) и определив  $\Phi_{(x)}$  по таблице значений функции Лапласа, получаем:

$$\frac{1}{2} + \Phi_{(x)} \left( \frac{t_{on} - 14.3}{4.78} \right) = \frac{2.51}{2.51 + 0.51}$$

$$t_{on} = 14.3 + 0.95 \cdot 4.78 = 18.84 \text{ м}^3/\text{ч}$$

Применяя предельные значения  $A$  и  $B$ , а также доверительные вероятности  $\alpha$  и  $\beta$ , получим:

$$\frac{1}{2} + \Phi_{(x)} \left( \frac{2 + 14.3 - t}{4.78} \right) \geq 0.6, \quad \frac{1}{2} + \Phi_{(x)} \left( \frac{t + 2 - 14.3}{4.78} \right) \geq 0.6$$

$$\Phi_{(x)} \left( \frac{16.3 - t}{4.78} \right) \geq 0.1, \quad \Phi_{(x)} \left( \frac{t - 12.3}{4.78} \right) \geq 0.1$$

$$t_{изд} = 16.3 - 0.25 \cdot 4.78 = 15.11 \text{ м}^3/\text{ч}$$

$$t_{деф} = 12.3 + 0.25 \cdot 4.78 = 13.50 \text{ м}^3/\text{ч}$$

Вероятностные ограничения по формуле (24) получаются противоречивыми, а, значит, их необходимо ослабить, установив более высокие предельные значения  $B = 8 \text{ м}^3$  или назначив меньшие доверительные вероятности, т. е.:

$$\frac{1}{2} + \Phi_{(x)} \left( \frac{8 + 14.3 - t}{4.78} \right) \geq 0.6$$

$$t_{изд} = 22.3 - 0.25 \cdot 4.78 = 21.11 \text{ м}^3/\text{ч}$$

Таким образом, вероятностные ограничения будут выполнены, если продуктивность харвестера будет находиться в пределах:

$$13.50 \leq 18.84 \leq 21.11$$

Варьируя такой параметр, как средний объем хлыста  $V_{cp}$ , получим поле значений продуктивности харвестера (рис. 2).

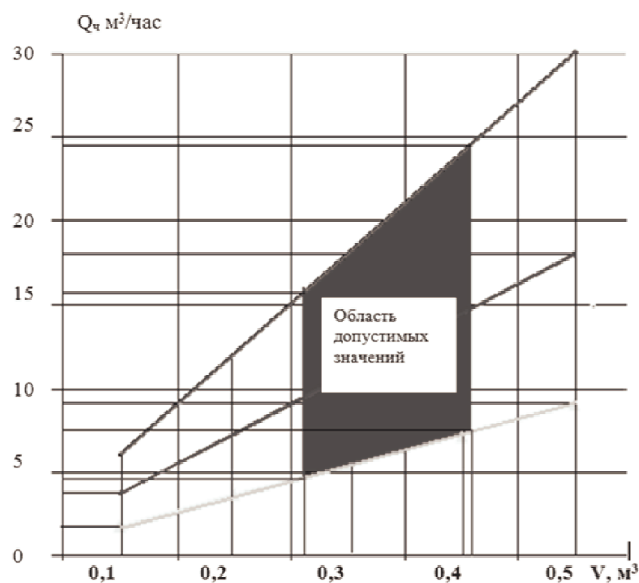


Рис. 2. Поле значений часовой производительности ВСРМ при заготовке древесины

#### Заключение

Рассмотренный метод сведения целевой функции со случайными параметрами к вероятностным ограничениям носит название критерия предельного уровня. Этот критерий не дает оптимального решения задачи, а лишь соответствует нахождению приемлемого способа действий.

#### Литература

1. D'Amours S., Ronnqvist M., Weintraub A. Using operational research for supply chain planning in the forest products industry // INFOR. 2008. № 46 (4). P. 47-64.
2. Karlsson J., Ronnqvist M., Bergstrom J. An optimization model for annual harvest planning // Canadian Journal of Forest Research. 2004. № 34 (8). P. 1747-1754.
3. Epstein R., Morales R., Seron J., Weintraub A. Use of OR systems in the Chilean forest industries // Interfaces. 1999. № 29 (1). P. 7-29.
4. Epstein R., Nieto E., Weintraub A., Chevalier P., Gabarro J. A system for the design of short term harvesting strategy // European Journal of Operational Research. 1999. № 119 (2). P. 427-439.
5. Dems A., Rousseau L.-M., Frayret J.-M. A hybrid constraint programming approach to a wood procurement problem with bucking decisions // Constraints. 2016. № 21 (2). P. 303-317.
6. Hong H.S., Mladenoff D.J. Spatially Explicit and Stochastic Simulation of Forest- Landscape Fire Disturbance and Succession. 1998.
7. Weintraub A., Navon D. (1976). A forest management planning model integrating silvicultural and transportation activities // Management Science. 1976. № 22 (12). P. 1299-1309.
8. Weintraub A., Vera J. A cutting plane approach for chance constrained linear programs // Operations Research. 1991. № 39 (5). P. 776-785.

9. Veliz F.B., Watson J.-P., Weintraub A., Wets R.J.-B. Stochastic optimization models in forest planning: a progressive hedging solution approach. *Ann. Oper. Res.*, Springer Verlag. 2015. № 232. P. 259–274 DOI 10.1007/s10479-014-1608-4.
10. Boychuk D., Braun W.J., Kulperger R.J. *Environ. Ecol. Stat.* (2009) № 16. P. 133. Doi.org/10.1007/s10651-007-0079-z.
11. Boychuk D., Braun W.J., Kulperger R.J., Krougly Z.L., Stanford D.A. A stochastic model for fire growth // *INFOR, Special Issue on Forestry*. 2007. № 45. P. 339–352.
12. Салминен Э.О., Симоненков М.В., Бачериков И.В. Логистико-математическое моделирование транспортно-технологических операций – основное направление развития лесного комплекса // *Леса России: политика, промышленность, наука, образование: материалы второй междунар. науч.-технической конф.* / СПбГЛТУ. СПб., 2017. С. 225.
13. Симоненков М.В., Салминен Э.О., Бачериков И.В. Оптимизация ежемесячного планирования лесных грузопотоков // *Resources and Technology*. 2016. № 13. С. 1–29.
14. Симоненков М.В., Салминен Э.О., Бачериков И.В. Алгоритм решения задачи маршрутизации лесовозного транспорта методом имитационного моделирования // *Актуальные проблемы развития лесного комплекса: материалы междунар. науч.-технической конф.* / ВоГУ. Вологда, 2016. С. 84-89.
15. Симоненков М.В. Оптимизация транспортно-технологических процессов лесозаготовительных производств: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2017. 281 с.
16. Тараканов А.Ф. Принятие решений в организационных системах со сложной структурой в условиях конфликта и неопределенности: моногр. М.: Нобель Пресс, 2014. 240 с.
17. Мерилл Г., Гольдберг Г., Гельмгольц Р. Основы проектирования управляемых снарядов. М.: Изд-во Ин. Лит., 1959. 595 с.
18. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: СПб., 2011. 352 с.
19. Birge J., Louveaux F. *Introduction to Stochastic Programming*. Second Edition (Springer Verlag, New York, 2011). 512 p. DOI 10.1007/978-1-4614-0237-4.
20. Аралбаева Ф.З., Карабанова О.Г., Круталевич-Леваева М.Г. Риск и неопределенность в принятии управленческого решения // *Вестн. Оренб. гос. ун-та*. 2002. № 4. С.132-139.
21. Соколова В.А., Питухин А.В., Янюк Ю.В., Егоров Н.А. Обоснование возможности применения устройств в утилизации тепла в лесозаготовительных машинах // *Системы Методы Технологии*. 2017. Вып. 3 (35). С. 94-99.
- European Journal of Operational Research. 1999. № 119 (2). P. 427-439.
5. Dems A., Rousseau L.-M., Frayret J.-M. A hybrid constraint programming approach to a wood procurement problem with bucking decisions // *Constraints*. 2016. № 21 (2). P. 303-317.
6. Hong H.S., Mladenoff D.J. *Spatially Explicit and Stochastic Simulation of Forest- Landscape Fire Disturbance and Succession*. 1998.
7. Weintraub A., Navon D. (1976). A forest management planning model integrating silvicultural and transportation activities // *Management Science*. 1976. № 22 (12). P. 1299-1309.
8. Weintraub A., Vera J. A cutting plane approach for chance constrained linear programs // *Operations Research*. 1991. № 39 (5). P. 776-785.
9. Veliz F.B., Watson J.-P., Weintraub A., Wets R.J.-B. Stochastic optimization models in forest planning: a progressive hedging solution approach. *Ann. Oper. Res.*, Springer Verlag. 2015. № 232. P. 259-274 DOI 10.1007/s10479-014-1608-4.
10. Boychuk D., Braun W.J., Kulperger R.J. *Environ. Ecol. Stat.* (2009) № 16. P. 133. Doi.org/10.1007/s10651-007-0079-z.
11. Boychuk D., Braun W.J., Kulperger R.J., Krougly Z.L., Stanford D.A. A stochastic model for fire growth // *INFOR, Special Issue on Forestry*. 2007. № 45. P. 339-352.
12. Salminen E.O., Simonenkov M.V., Bacherikov I.V. Logistic and mathematical modeling of transport and technological operations is the main direction of the development of the forest complex // *Lesa Rossii: politika, promyshlennost', nauka, obrazovanie: materialy vtoroi mezhdunar. nauch.-tekhnicheskoi konf.* / SPbGLTU. SPb., 2017. P. 225.
13. Simonenkov M.V., Salminen E.O., Bacherikov I.V. Optimization of the monthly planning of forest freight flows // *Resources and Technology*. 2016. № 13. P. 1-29.
14. Simonenkov M.V., Salminen E.O., Bacherikov I.V. Algorithm for solving the problem of routing timber transport by the method of simulation modeling // *Aktual'nye problemy razvitiya lesnogo kompleksa: materialy mezhdunar. nauch.-tekhnicheskoi konf.* / VoGU. Vologda, 2016. P. 84-89.
15. Simonenkov M.V. Optimization of transport-technological processes of logging industries: dis. ... kand. tekhn. nauk. SPb., 2017. 281 p.
16. Tarakanov A.F. Decision-making in organizational systems with a complex structure in the context of conflict and uncertainty: monogr. M.: Nobel' Press, 2014. 240 p.
17. Merill G., Gol'dberg G., Gel'mgol'ts R. Basics of designing guided missiles. M.: Izd-vo In. Lit., 1959. 595 p.
18. Akulich I.L. *Mathematical programming in examples and tasks*: SPb., 2011. 352 p.
19. Birge J., Louveaux F. *Introduction to Stochastic Programming*. Second Edition (Springer Verlag, New York, 2011). 512 p. DOI 10.1007/978-1-4614-0237-4.
20. Aralbaeva F.Z., Karabanova O.G., Krutalevich-Levaeva M.G. Risk and uncertainty in making management decisions // *Vestnik of the Orenburg State University*. 2002. № 4. P. 132-139.
21. Sokolova V.A., Pitukhin A.V., Yanyuk Yu.V., Egorov N.A. Substantiation of the possibility of using devices in heat utilization in logging machines Obosnovanie vozmozhnosti primeneniya ustroystv v utilizatsii tepla v lesozagotovitel'nykh mashinakh// *Systems. Methods. Technologies*. 2017. Vyp. 3 (35). P. 94-99.

#### References

1. D'Amours S., Ronnqvist M., Weintraub A. Using operational research for supply chain planning in the forest products industry // *INFOR*. 2008. № 46 (4). P. 47-64.
2. Karlsson J., Ronnqvist M., Bergstrom J. An optimization model for annual harvest planning // *Canadian Journal of Forest Research*. 2004. № 34 (8). P. 1747-1754.
3. Epstein R., Morales R., Seron J., Weintraub A. Use of OR systems in the Chilean forest industries // *Interfaces*. 1999. № 29 (1). P. 7-29.
4. Epstein R., Nieto E., Weintraub A., Chevalier P., Gabarro J. A system for the design of short term harvesting strategy //

**СОДЕРЖАНИЕ ЖУРНАЛА  
«СИСТЕМЫ МЕТОДЫ ТЕХНОЛОГИИ» ЗА 2017 ГОД**

**ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ**

**Алейников Д.П., Лукьянов А.В.** Моделирование сил резания и определение вибродиагностических признаков дефектов концевых фрез, № 1 (33), с. 39

**Алейников Д.П., Лукьянов А.В.** Определение гибких границ предельно допустимых значений вибрации на основе статистической обработки данных мониторинга обрабатывающего центра, № 3 (35), с. 14

**Алейников Д.П., Лукьянов А.В.** Анализ вибрационных параметров концевых фрез при их износе, № 4 (36), с. 71

**Альмохаммад А.М., Сорокин Е.А., Куликова Н.П.** К оценке эффективности охлаждения элементов гидропривода с устройством орошения, № 4 (36), с. 67

**Анферов В.Н., Коваленко Р.К.** Выбор критерия для оценки противозадирной стойкости спироидного зацепления, № 4 (36), с. 45

**Белокобыльский С.В., Елисеев А.В., Ситов И.С., Артюнин А.И.** К вопросу о математической модели цепной механической системы, № 1 (33), с. 7

**Бохоева Л.А., Бочектуева Е.Б., Рогов В.Е.** Моделирование влияния напряженного состояния на структурные превращения в элементах конструкций в процессе термообработки, № 4 (36), с. 39

**Елисеев А.В., Елисеев С.В.** Диада как основа формирования механических колебательных систем, № 4 (36), с. 25

**Елисеев С.В., Кашуба В.Б., Вьонг К.Ч., Кинаш Н.Ж.** Взаимодействие внешних возмущений — возможности изменения динамических свойств механических колебательных систем, № 4 (36), с. 7

**Елисеев А.В., Орленко А.И., Ситов И.С.** Математические модели контактных взаимодействий на стадиях движения с отрывом, № 4 (36), с. 18

**Ефремов И.М., Лобанова А.Н., Попов Е.В., Белов В.В., Строзенко О.Е., Мальцев Э.А.** Роторно-вибрационный смеситель с одночастотным вибратором сферического типа тела вращения пяти полусфер, № 3 (35), с. 20

**Зеньков Е.В., Цвик Л.Б.** Уточнение уравнений предельного состояния деталей машин и механизмов с учетом реального вида их деформирования, № 2 (34), с. 28

**Иващенко Г.А., Якунин В.И., Григорьевский Л.Б.** Влияние начертательной геометрии на развитие машиностроения, № 2 (34), с. 41

**Кинаш Н.Ж., Кашуба В.Б., Нгуен Д.Х.** Режимы динамического гашения колебаний в системах с несколькими степенями свободы, № 1 (33), с. 19

**Кожевников А.С., Алпатов Ю.Н., Елсуков В.К.** Внедрение жесткой сферы и шероховатой поверхности в полимерный слой № 4 (36), с. 102

**Коронатов В.А., Герасимов С.Н.** Вибровращательное погружение диска в пластическую среду и явление атипичного детерминированного хаоса, № 2 (34), с. 21

**Коронатов В.А.** Новая теория качения на примере описания движения ведущего колеса локомотива (автомобиля), № 4 (36), с. 78

**Мамаев Л.А., Герасимов С.Н., Файзов А.Х.** Обзор и анализ существующих валковых рабочих органов бетоноотделочных машин, № 3 (35), с. 24

**Нгуен Дык Хуинь.** О влиянии динамического гасителя колебаний на распределение амплитуд движения точек рабочего органа вибрационной машины, № 2 (34), с. 35

**Носенко В.А., Тышкевич В.Н., Саразов А.В., Орлов С.В.** Алгоритм выбора оптимальных режимов плоского шлифования нежестких заготовок, № 1 (33), с. 34

**Огар П.М., Горохов Д.Б., Угрюмова Е.В.** К вопросу определения индекса Майера для задач упругопластического внедрения сферы, № 1 (33), с. 29

**Огар П.М., Горохов Д.Б., Елсуков В.К.** Упругий контакт жесткой шероховатой поверхности с низкомодульным полупространством, № 2 (34), с. 7

**Огар П.М., Горохов Д.Б., Елсуков В.К.** Обеспечение герметичности неподвижных соединений с низкомодульными материалами, № 3 (35), с. 7

**Огар П.М., Горохов Д.Б., Елсуков В.К.** Критерии появления пластических деформаций при контактировании шероховатых поверхностей соединений технологического оборудования, № 3 (35), с. 32

**Озорнин С.П., Бердников И.Е.** Моделирование процессов системы технического сервиса транспортно-технологических машин с целью повышения качества ее функционирования, № 2 (34), с. 13

**Пашков А.Е., Иванов Ю.Н., Чашин Н.С., Иванова В.О.** Оценка эффективности использования твердосплавного и алмазного инструмента для обработки отверстий в смешанных пакетах, № 4 (36), с. 60

**Скиба В.Ю., Иванцовский В.В.** Анализ напряженно-деформированного состояния проектируемых конструкций эндопротезов коленного сустава, № 4 (36), с. 93

**Трутаев С.Ю.** Методология диагностирования дефектов промышленного оборудования по спектрам собственных частот, № 4 (36), с. 52

**Файзов А.Х., Герасимов С.Н., Мамаев Л.А.** Моделирование режимов заглаживания, обеспечивающих отсутствие микродефектов бетонной поверхности, № 4 (36), с. 87

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

**Алпатов Ю.Н., Веревкин Л.В., Лисиенко В.А.** Построение передаточной функции системы по формуле Мэзона в символьной форме, № 1 (33), с. 48

**Большанин Г.А., Скулина Е.Г.** Передача электрической энергии пониженного качества по однопроводной линии электропередач, № 2 (34), с. 80

**Булатов Ю.Н., Крюков А.В., Алексеенко Е.А.** Моделирование аварийных режимов в системах электроснабжения, оснащенных установками распределенной генерации, № 1 (33), с. 54

**Булатов Ю.Н., Закарюкин В.П., Крюков А.В., Алексеенко Е.А.** Моделирование нормальных и аварийных режимов систем тягового электроснабжения, оснащенных установками продольной компенсации, № 2 (34), с. 47

**Булатов Ю.Н., Крюков А.В.** Влияние нелинейной и несимметричной нагрузки на работу генераторов установок распределенной генерации, № 3 (35), с. 40

**Булатов Ю.Н., Крюков А.В.** Устранение фликера в сетях с установками распределенной генерации на основе согласованно настроенных регуляторов, № 4 (36), с. 108

**Евдокимов И.В., Михалев А.С., Отто А.М.** Применение MATLAB System Identification Toolbox для построения математических моделей класса фильтр Заде, № 3 (35), с. 64

**Елтышев Д.К.** К вопросу о разработке интеллектуальной экспертно-диагностической системы для оценки состояния электротехнического оборудования, № 3 (35), с. 57

**Емашов А.В.** Задачи построения алгоритмов поиска неисправностей аналоговых промышленных объектов, № 1 (33), с. 85

**Кудряшов А.Н., Мехряков А.Д., Кочеткова О.Н.** Особенности совместного сжигания угля и древесных отходов, № 1 (33), с. 78



**Кудряшов А.Н., Айзенберг И.И., Буйнов Н.Е., Сушко С.Н.** Экспертная оценка влияния изменения параметров острого пара на долговечность элементов основного энергооборудования, работающего в условиях ползучести, № 2 (34), с. 74

**Кычкин А.В., Чудинов А.В.** Оценка эффективности работы комбинированной энергоустановки в локальном сегменте сети, № 2 (34), с. 59

**Лисицкий К.Е.** Метод последовательных приближений в решении задач аналитического описания численных данных, № 4 (36), с. 122

**Мухопад Ю.Ф., Игнатьева С.М.** Анализ структурной организации сложных технических систем, № 3 (35), с. 70

**Нефедов А.С., Шакиров В.А.** Многокритериальный выбор типа электростанции методом ELECTRE II, № 3 (35), с. 49

**Ножко С.И., Тимофеев С.М., Сухов О.Ю., Вибс Р.С., Овчинников А.Э., Зимарев С.А.** Увеличение производительности электролизеров путем повышения токовой нагрузки, № 2 (34), с. 54

**Ножко С.И., Верегитин А.А., Демичев Д.Н., Гуляев А.В.** Некоторые аспекты прокатки сырых нефтяных коксов для нужд алюминиевой промышленности, № 4 (36), с. 127

**Русин Г.Л., Русина А.Г., Чурилов П.В., Клавсуц И.Л.** Основы создания математической модели нормализатора напряжения, № 1 (33), с. 63

**Скорняков В.А., Федяев А.А., Сергеевичев А.В., Федяев Ар.А.** Рациональная компенсация реактивной мощности потребителей деревоперерабатывающих производств, № 1 (33), с. 73

**Хорошев Н.И.** Интеллектуализация процесса поддержки принятия решений при эксплуатации энергетических котельных установок, № 2 (34), с. 66

**Шакиров В.А.** Методика оценки прихода суммарной солнечной радиации на наклонные поверхности с использованием многолетних архивов метеорологических данных, № 4 (36), с. 115

## СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

**Бачериков И.В., Бирман А.Р., Орлов В.В., Теппоев А.В., Кривоногова А.С., Соколова В.А.** Использование железобетонных и дерево-железных смесей в защите от ионизирующих излучений, № 4 (36), с. 182

**Белых С.А., Новоселова Ю.В., Новоселов Д.А., Кудяков А.И.** Исследование структуры жидкостекольных композиций для защиты древесины от возгорания, № 3 (35), с. 80

**Белых С.А., Лебедева Т.А., Даминова А.М.** Строительные материалы на основе наполненных жидкостекольных композиций и область их применения, № 4 (36), с. 176

**Бирман А.Р., Белоногова Н.А., Соколова В.А., Кривоногова А.С., Нгуен Ван Тоан.** Топливные брикеты новой конфигурации, № 1 (33), с. 97

**Бирман А.Р., Локштанов Б.М., Соколова В.А., Сергеевичев А.В., Орлов В.В., Бачериков В.И., Фролов И.С.** Методы определения участков с ядровой гнилью для обеспечения рационального раскря хлыстов, № 2 (34), с. 116

**Бырдин П.В., Вовк В.А.** Теоретико-экспериментальные исследования устройства для разрушения скорлупы кедровых орехов, № 1 (33), с. 102

**Бырдин П.В., Вовк В.А.** Теоретико-экспериментальные исследования механизма разрушения устройства для извлечения ядер из кедровых орехов, № 4 (36), с. 134

**Гаспарян Г.Д., Гарус И.А., Плотников Н.П.** Влияние технологических и природных факторов на эффективность процесса лесозаготовок, № 2 (34), с. 88

**Глебушкина Л.В., Перетолчина Л.В., Перетолчина Е.В.** Методологические основы определения жизненного цикла зданий жилой застройки 1960–70-х гг. при реконструкции, № 2 (34), с. 146

**Гороховский А.Г., Шишкина Е.Е., Старова Е.В., Миков А.А., Булатов С.В.** Совершенствование системы требований к качеству сушки пиломатериалов, № 2 (34), с. 133

**Гороховский А.Г., Шишкина Е.Е., Старова Е.В., Миков А.А., Булатов С.В.** Теоретическое исследование сушильно-весового метода контроля влажности древесины, № 3 (35), с. 107

**Земцовский А.Е., Сидоров Г.И.** Математическая модель аэродинамики сушильных камер с горизонтально-поперечной циркуляцией, № 1 (33), с. 124

**Земцовский А.Е., Сидоров Г.И.** Разработка концепции математической модели прогнозирования качества сушки пиломатериалов, № 2 (34), с. 129

**Иванов А.М., Русаков Д.С., Плотникова Г.П.** Облицовывание фанеры с применением порошкообразных клеев на основе карбамидоформальдегидных смол, № 2 (34), с. 94

**Колесников Г.Н., Куницкая О.А., Григорьев И.В., Степанищева М.В., Борматенко А.О.** Моделирование напряжений и деформаций коры длинномерных сортиментов при их изгибе, № 2 (34), с. 105

**Колесников А.В.** Напряженно-деформированное состояние плоских элементов конструкций от сосредоточенного нагружения, № 3 (35), с. 87

**Коломинова М.В.** Математическое моделирование удельных энергозатрат машин и механизмов для лесовосстановительных работ, № 1 (33), с. 134

**Охлопкова А.Ю.** Исследование положения кармашков в стволе дерева лиственницы даурской № 4 (36), с. 147

**Перетолчина Л.В., Глебушкина Л.В.** Проблемы функционирования и развития межрегиональных систем расселения интерзонального типа, № 1 (33), с. 127

**Питухин А.В., Янюк Ю.В., Егоров Н.А., Соколова В.А.** Обоснование возможности применения устройств при утилизации тепла в лесозаготовительных машинах, № 3 (35), с. 94

**Плотников Н.П., Трошкин С.Н.** Обоснование выбора модифицирующих веществ для склеивания шпона повышенной влажности, № 1 (33), с. 107

**Плотникова Г.П., Симонян С.Х.** Повышение эффективности древесно-композиционных материалов конструкционного назначения, № 3 (35), с. 131

**Плотникова Г.П., Симонян С.Х.** Разработка состава клеевой композиции для склеивания массивной древесины в условиях Сибири № 4 (36), с. 169

**Побединский В.В., Василевский Д.А., Попов А.И.** Разработка устройства для водоотвода с кровли подземных сооружений, № 3 (35), с. 75

**Поташев А.В., Гурьев А.В.** Физико-механические свойства структуры формованных изделий из отходов сортирования сульфатной целлюлозы, № 3 (35), с. 120

**Преснов О.М.** Закономерности изменения физических и фильтрационных свойств загипсованных песков при длительном обводнении, № 2 (34), с. 142

**Родионов В.Е., Дербин В.М., Дербин М.В., Удальцов В.Н.** Силовой расчет ножей с криволинейными режущими кромками для резания древесины, № 2 (34), с. 121

**Санников С.П., Побединский В.В., Бородулин И.В., Побединский А.А.** Метод мониторинга незаконных рубок деревьев с использованием радиочастотных устройств и беспроводной сенсорной сети, № 1 (33), с. 118

**Санников С.П., Побединский В.В., Бородулин И.В., Побединский А.А.** Модель информационного обеспечения системы лесоуправления на базе радиочастотного мониторинга лесного фонда, № 2 (34), с. 109

**Середюк А.В., Выводцев Н.В.** Оптимизация продуктивности дубовых насаждений, № 4 (36), с. 139

**Соколов А.П., Сюнёв В.С.** Логистический подход к обоснованию технологий и параметров процессов комплексного освоения лесосырьевых баз, № 3 (35), с. 100

**Степанов В.С., Степанова Т.Б., Старикова Н.В.** Определение химической энергии и эксергии древесных топлив, № 1 (33), с. 91

**Степень Р.А., Ушанова В.М., Ушанов С.В.** Моделирование содержания эфирного масла в древесной зелени и коре *Abies Sibirica* различного возраста, № 3 (35), с. 127

**Тамби А.А., Юркова О.В., Куницкая О.А., Степанищева М.В.** Исследование влияния физических свойств и строения древесины сосны на ее прочность, № 4 (36), с. 157

**Томина М.В.** Влияние связей сдвига на работу пространственной несущей системы многоэтажного здания, № 2 (34), с. 152

**Файзов А.Х., Герасимов С.Н., Мамаев Л.А.** Моделирование режимов заглаживания, обеспечивающих отсутствие микродефектов бетонной поверхности, № 4 (36), с. 87

**Хитров Е.Г., Дмитриева М.Н., Лухминский В.А., Хахина А.М., Григорьев И.В., Иванов В.А.** Теоретический расчет конусного индекса заболоченного грунта, № 4 (36), с. 152

**Холодов С.П.** Расчет буронабивной сваи с уширением в климатических условиях Сибири, № 2 (34), с. 138

**Цой Ю.И., Соколова В.А., Орлов В.В.** Изучение энергетических характеристик модифицированной древесины, № 3 (35), с. 113

**Челышева И.Н., Гилева К.В., Жук А.Ю.** Обоснование некоторых параметров модификации затопленной древесины сосны, № 1 (33), с. 113

**Челышева И.Н., Плотников Н.П., Балашов Н.О.** Исследование свойств твердых древесноволокнистых плит на основе модифицированных составов древесноволокнистой массы, № 4 (36), с. 162

**Чибириев О.В., Власов Ю.Н., Кучер С.В., Куницкая О.А.** Оценка упругих свойств конгломерата древесных частиц, № 1 (33), с. 140

**Чубинский А.Н., Федяев Ар.А., Шумякова Н., Федяева Н.Ю.** Определение сплошности клеевого соединения в древесном материале с помощью ультразвука, № 2 (34), с. 101

**Шапиро В.Я., Григорьев И.В., Григорьева О.И., Иванов В.А.** Исследование закономерностей разрушения грунта при работе комбинированных грунтометов для тушения лесных пожаров, № 1 (33), с. 146

## **ЭКОЛОГИЯ И РАЦИОНАЛЬНОЕ ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИЕ**

**Середюк А.В., Выводцев Н.В.** Составление стандартных нормативов для таксации дубовых насаждений, № 2 (34), с. 157

**Степень Р.А., Соболева С.В.** Оценка приоритетного экологического состояния городской территории, № 1 (33), с. 152

**Федорова О.С., Рязанова Т.В.** Динамика микробиоценоза гетеротрофов в модельных опытах с применением биосорбента на основе смешанной бактериальной культуры, № 1 (33), с. 157

## **Трибуна молодых**

**Логойда В.С.** Изменение параметров технического состояния элементов лесотранспортных машин при эксплуатации, № 3 (35), с. 149

**Логойда В.С.** Метод индивидуального прогнозирования технического состояния лесотранспортных машин, № 3 (35), с. 154

**Чернышова Е.В.** Построение начального варианта ветки лесовозной автомобильной дороги, № 3 (35), с. 138

**Чернышова Е.В.** Методы формирования цифровой модели местности при трассировании лесовозных автомобильных дорог, № 3 (35), с. 143

## CONTENT OF THE ISSUES OF «SYSTEMS METHODS TECHNOLOGIES» IN 2017

### ISSUES OF MECHANICS AND ENGINEERING SCIENCE

**D.P. Aleynikov, A.V. Lukyanov.** Cutting forces modeling and vibration diagnostics of signs of end mills defects, № 1 (33), p. 39

**D.P. Aleynikov, A.V. Lukyanov.** Determination of vibration limits values based on statistical processing of monitoring data of the machining center, № 3 (35), p. 14

**D.P. Aleynikov, A.V. Lukyanov.** Analysis of vibration parameters of end mills wearing, № 4 (36), p. 71

**A.M. Almohammad, E.A. Sorokin, N.P. Kulikova.** To estimation of elements cooling efficiency in a hydraulic drive with an irrigation device, № 4 (36), p.67

**V.N. Anferov, R.K. Kovalenko.** The choice of criterion for evaluating the anti-seizing property of spiroid gearing, № 4 (36), p. 45

**S.V. Belokobyl'skii, A.V. Eliseev, I.S. Sitov, A.I. Artyunin.** On the issue of mathematical model of chain mechanical system, № 1 (33), p. 7

**L.A. Bokhoeva, E.B. Bochektueva.** Modeling the influence of stress on structural transformations in structural elements during heat treatment, № 4 (36), p. 39

**S.V. Eliseev, V.B. Kashuba, Q.T. Vuong, N.Zh. Kinash.** Interaction of external disturbances – the possibilities of changing dynamic properties of mechanical oscillation systems, № 4 (36), p. 7

**A.V. Eliseev, A.I. Orlenko, I.S. Sitov.** Mathematical models of contact interactions on the stages of motion with a gap, № 4 (36), p. 18

**A.V. Eliseev, S.V. Eliseev.** Dyad as a basis of formation of mechanical oscillation systems, № 4 (36), p. 39

**I.M. Efremov, A.N. Lobanova, E.V. Popov, V.V. Belov, O.E. Strozenko, E.A. Maltsev.** Rotary vibratory mixer with single frequency vibrator of spherical type of body of five hemispheres rotation, № 3 (35), p. 20

**E.V. Zenkov, L.B. Tsvik.** Update of the equations of the limit state of the structural materials with the realization of their deformation, № 2 (34), p. 28

**G.A. Ivashchenko, V.I. Yakunin, L.B. Grigorevsky.** Influence of descriptive geometry on the development of machine building, № 2 (34), p. 41

**N.Zh. Kinash, V.B. Kashuba, D.H. Nguyen.** Modes of dynamic damping in systems with multiple degrees of freedom, № 1 (33), p. 19

**A.S. Kozhevnikov, Yu.N. Alpatov, V.K. Elsukov.** The introduction of a rigid sphere and a rough surface in polymer layer, № 4 (36), p. 102

**V.A. Koronatov, S.N. Gerasimov.** Vibratory-rotary immersion of a disc in a plastic medium and phenomenon of atypical deterministic chaos, № 2 (34), p. 21

**V.A. Koronatov.** A new rolling theory based on the description of the motion of the driving wheel of a locomotive (car), № 4 (36), p. 78

**L.A. Mamaev, S.N. Gerasimo, A.H. Fayzov.** Review and analysis of existing roller working bodies of concrete finishing machines, № 3 (35), p. 24

**Nguyen Duc Huynh.** On the influence of a dynamic vibration damper on the distribution of the amplitude of motion of the points of the vibration machine working member, № 2 (34), p. 35



**V.A. Nosenko, V.N. Tyshkevich, A.V. Sarazov, S.V. Orlov.** The algorithm of optimal conditions determination for flat grinding of non-rigid workpieces, № 1 (33), p. 34

**P.M. Ogar, D.B. Gorokhov, E.V. Ugryumova.** On the issue of Mayer index definition for the tasks of elastic-plastic sphere indentation, № 1 (33), p. 29

**P.M. Ogar, D.B. Gorokhov, V.K. Elsukov.** Elastic contact of a rigid rough surface with a low-modulus half-space, № 2 (34), p. 7

**P.M. Ogar, D.B. Gorokhov, V.K. Elsukov.** Ensuring tightness of fixed joints with low-modulus materials, № 3 (35), p. 7

**P.M. Ogar, D.B. Gorokhov, V.K. Elsukov.** Criteria for the appearance of plastic deformations when rough surfaces contacting in technological equipment joints, № 3 (35), p. 32

**S.P. Ozornin, I.E. Berdnikov.** Modeling the processes of the technical service system of transport-technological machines in order to improve its functioning, № 2 (34), p. 13

**A.E. Pashkov, Yu.N. Ivanov, N.S. Chaschin, V.O. Ivanova.** Efficiency evaluation of the use of carbide and diamond tool for processing holes in mixed packages, № 4 (36), p. 60

**V.Yu. Skeebe, V.V. Ivancivsky.** Mode of deformation analysis of the designed knee joint endoprotheses, № 4 (36), p. 93

**S.Yu. Trutaev.** Methodology for diagnosing defects in industrial equipment with the help of natural frequencies spectra, № 4 (36), 52.

**A.H. Fayzov, S.N. Gerasimov, L.A. Mamaev.** Modeling the smoothing modes ensuring absence of microdefects of the concrete surface, № 4 (36), p. 87

## MODELING AND CONTROL IN MECHANICAL SYSTEMS

**Yu.N. Alpatov, L.V. Verevkin, V.A. Lisienko.** Creation of a transfer function of system on Mezon's formula in a symbolical form, № 1 (33), p. 48

**G.A. Bolshanin, E.G. Skulina.** Transmission of low-quality electrical energy through a single-wire power line, № 2 (34), p. 80

**Yu.N. Bulatov, A.V. Kryukov, E.A. Alekseenko.** Emergency operation modeling in power supply systems equipped with installations of distributed generation, № 1 (33), p. 54

**Yu.N. Bulatov, V.P. Zakaryukin, A.V. Kryukov, E.A. Alekseenko.** Modeling of normal and emergency modes of traction power systems equipped with series capacity installations, № 2 (34), p. 47

**Yu.N. Bulatov, A.V. Kryukov.** Influence of nonlinear and unbalanced loads on performance of distributed generators, № 3 (35), p. 40

**Yu.N. Bulatov, A.V. Kryukov.** Elimination of flicker in networks with distributed generators on the basis of coordinated adjustment of regulators, № 4 (36), p. 108

**I.V. Evdokimov, A.S. Mikhalev, A.M. Otto.** Using the MATLAB System Identification Toolbox to build mathematical models of the Zadeh filter class, № 3 (35), p. 64

**D.K. Eltyshv.** To the question of developing intelligent expert-diagnostic system for assessing the electrical equipment condition, № 3 (35), p. 57

**A.V. Emashov.** Tasks of designing algorithms for searching failures of analog industrial objects, № 1 (33), p. 85

**A.N. Kudryashov, A.D. Mekhryakov, O.N. Kochetkova.** Features of co-combustion of coal and wood waste, № 1 (33), p. 78

**A.N. Kudryashov, I.I. Aizenberg, N.E. Bujnov, S.N. Sushko.** Expert assessment of the impact of changes in steam parameters on the durability of the main elements of power equipment, operating under creep conditions, № 2 (34), p. 74

- A.V. Kychkin, A.V. Chudinov.** Evaluation of the efficiency of the combined power plant in the local network segment, № 2 (34), p. 59
- K.E. Lisitskiy.** The method of successive approximations in solving problems of analytical description of numerical data, № 4 (36), p. 122
- Yu.F. Muhopad, S.M. Ignatieva.** Analysis of the structural organization of complex technical systems, № 3 (35), p. 70
- A.S. Nefedov, V.A. Shakirov.** Multi-criteria choice of power plant type by means of ELECTRE III method, № 3 (35), p. 49
- S.I. Nozhko, S.M. Timofeev, O.Yu. Sukhov, R.S. Vibe, A.E. Ovchinnikov, S.A. Zimarev.** Increase in productivity of electrolyzers by amperage increasing, № 2 (34), p. 54
- S.I. Nozhko, A.A. Veregitin, D.N. Demichev, A.V. Gulyaev.** Some aspects of calcining raw petroleum cokes for the needs of the aluminum industry, № 4 (36), p. 127
- G.L. Rusin, A.G. Rusina, P.V. Churilov, I.L. Klavuts.** Basics of creating a mathematical model of voltage normalizer, № 1 (33), p. 63
- V.A. Scorniyakov, A.A. Fedyaev, A.V. Sergeevichev, Ar.A. Fedyaev.** Rational compensation of wattless power of consumers of wood processing production, № 1 (33), p. 73
- N.I. Khoroshev.** Intellectualization of decision support in the operation of power boiler units, № 2 (34), p. 66
- V.A. Shakirov** A technique for estimating global solar radiation on inclined surfaces using multi-year archives of meteorological data, № 4 (36), p. 115

## MODERN TECHNOLOGIES

- I.V. Bacherikov, F.V. Svoikin, A.R. Birman, V.A. Sokolova.** Stochastic model of cost optimization in the planning of logging processes, № 4 (36), p. 182
- S.A. Belykh, Yu.V. Novoselova, D.A. Novoselov, A.I. Kudiyakov.** Structure formation of liquid-glass compositions for wood protection against ignition, № 3 (35), p. 80
- S.A. Belykh, T.A. Lebedeva, A.M. Daminova.** Construction materials based on filled liquid-glass compositions and the field of their application, № 4 (36), p. 176
- A.R. Birman, N.A. Belonogova, V.A. Sokolova, A.C. Krivonogova, Nguen Van Toan.** A new shape of fuel briquettes, № 1 (33), p. 97
- A.R. Birman, B.M. Lokshtanov, V.A. Sokolova, A.V. Sergeevichev, V.V. Orlov, V.I. Bacherikov, I.S. Frolov.** Methods for determining core rot areas to ensure rational cutting of whips, № 2 (34), p. 116
- P.V. Byrdin, V.A. Vovk.** Theoretical and experimental studies of the device designed for pine nut shell destruction, № 1 (33), p. 102
- P.V. Byrdin, V.A. Vovk.** Theoretical and experimental studies of the fracture mechanism of the device for the extraction of kernels from pine nuts, № 4 (36), p. 134
- G.D. Gasparian, I.A. Garus, N.P. Plotnikov.** Influence of technological and natural factors on the efficiency of logging process, № 2 (34), p. 88
- L.V. Glebushkina, L.V. Peretolchina, E.V. Peretolchina.** Methodological basis for determining the life cycle of residential buildings of the 1960-70s under reconstruction, № 2 (34), p. 146
- A.G. Gorohovsky, E.E. Shishkina, E.V. Starova, A.A. Mikov, S.V. Bulatov.** Improving the system of quality requirements for drying timber, № 2 (34), p. 133
- A.G. Gorohovsky, E.E. Shishkina, E.V. Starova, A.A. Mikov, S.V. Bulatov.** Theoretical research of drying and weighing method for wood humidity control, № 3 (35), p. 107

- A.E. Zemtsovsky, G.I. Sidorov.** Mathematical model of aerodynamics of the drying chambers with horizontal transverse circulation, № 1 (33), p. 124
- A.E. Zemtsovsky, G.I. Sidorov.** Development of the concept of a mathematical model for predicting the quality of timber drying, № 2 (34), p. 129
- A.M. Ivanov, D.S. Rusakov, G.P. Plotnikova.** Plywood veneering with the use of powdered adhesives based on urea-formaldehyde resins, № 2 (34), p. 94
- G.N. Kolesnikov, O.A. Kunitskaya, I.V. Grigorev, M.V. Stepanischeva, A.O. Bormatenko.** Modeling of stresses and deformations of bark of bent long wood, № 2 (34), p. 105
- A.V. Kolesnikov, M.A. Plyasunova.** Stress-strain state of flat structural elements from concentrated loading, № 3 (35), p. 87
- M.V. Kolominova.** Mathematical modeling of specific energy consumption of machinery and mechanisms for reforestation, № 1 (33), p. 134
- A.Yu. Okhlopko.** Study of the position of pitch pockets in the tree trunk of the Dahurian larch, № 4 (36), p. 147
- L.V. Peretolchina, L.V. Glebushkina.** Issues of functioning and developing of interzone-based interregional settlement system, № 1 (33), p. 127
- A.V. Pitukhin, Yu.V. Yanyuk, N.A. Egorov, V.A. Sokolova.** Possibility justification of using devices for heat utilization in logging machines, № 3 (35), p. 94
- N.P. Plotnikov, S.N. Troshkin.** Validation of selection of modifying agents for bonding veneer of high humidity, № 1 (33), p. 107
- G.P. Plotnikova, S.H. Simonyan.** Increase in the efficiency of manufacturing wood and composite materials for structural purposes, № 3 (35), p. 131
- G.P. Plotnikova, S.H. Simonyan.** Development of the adhesive composition for joining solid wood in the conditions of Siberia, № 4 (36), p. 169
- V.V. Pobedinsky, D.A. Vasilevsky, A.I. Popov.** Device development for roof drainage of underground structures, № 3 (35), p. 75
- A.V. Potashev, A.V. Guryev.** Physico-mechanical properties of the structure of molded articles from sulfate cellulose screening waste, № 3 (35), p. 120
- O.M. Presnov.** Laws in the variation of physical and filtration properties of plastered sands with prolonged watering, № 2 (34), p. 142
- V.E. Rodionov, V.M. Derbin, M.V. Derbin, V.N. Udaltsov.** Power calculation of knives with curvilinear cutting edges for cutting wood, № 2 (34), p. 121
- S.P. Sannikov, V.V. Pobedinsky, I.V. Borodulin, A.A. Pobedinsky.** Method of monitoring of illegal tree felling with the use of radio-frequency devices and wireless sensor network, № 1 (33), p. 118
- S.P. Sannikov, V.V. Pobedinsky, I.V. Borodulin, A.A. Pobedinsky.** Model of information support of the forest management system on the basis of radio frequency monitoring of the forest fund, № 2 (34), p. 109
- A.V. Seredyuk, N.V. Vyvodssev.** Optimization of the productivity of oak planting, № 4 (36), p. 139
- A.P. Sokolov, V.S. Syuneyev.** Logistic approach to the determination of technologies and parameters of the forest resources multipurpose use, № 3 (35), p. 100
- V.S. Stepanov, T.B. Stepanova, N.V. Starikova.** Evaluation of chemical energy and exergy of wood fuel, № 1 (33), p. 91
- R.A. Stepen, V.M. Ushanova, S.V. Ushanov.** Modeling the content of essential oil in tree greenery and bark of *Abies Sibirica* of various age, № 3 (35), p. 127

**A.A. Tambi, O.V. Yurkova, O.A. Kunitskaya, M.V. Stepanishcheva.** Research of the influence of the physical properties and structure of pine wood on its strength, № 4 (36), p. 157

**M.V. Tomina.** Influence of shear bonds on the operation of a spatial bearing system of a multi-storey building, № 2 (34), p. 152

**A.H. Fayzov, L.A. Mamaev, S.N. Gerasimov.** Review and analysis of existing roller working bodies of concrete finishing machines, № 3 (35), p. 24

**E.G. Khitrov, M.N. Dmitrieva, V.A. Lukhminskij, A.M. Khakhina, I.V. Grigorev, V.A. Ivanov.** Theoretical estimation of wetland soil cone index, № 4 (36), p. 152

**S.P. Cholodov.** Calculation of a bored pile with broadening in the Siberian climatic conditions, № 2 (34), p. 138

**Yu.I. Tsoi, V.A. Sokolova, V.V. Orlov.** The study of energy characteristics of modified wood, № 3 (35), p. 113

**I.N. Chelysheva, K.V. Gileva, A.Yu. Zhuk.** Validation of some modification parameters of flooded pine wood, № 1 (33), p. 113

**I.N. Chelysheva, N.P. Plotnikov, N.O. Balashov.** The study of solid fiberboard properties based on modified composition of wood fiber pulp, № 4 (36), p. 162

**O.V. Chibirev, Ju.N. Vlasov, S.V. Kucher, O.A. Kunitckaya.** Evaluation of elastic properties of wood particles conglomerate, № 1 (33), p. 140

**A.N. Chubinsky, Ar.A. Fedyaev, N. Shumyakova, N.Yu. Fedyaeva.** Ultrasonic determination of the continuity of the glue layer in wooden material, № 2 (34), p. 101

**V.Y. Shapiro, I.V. Grigorev, O.I. Grigoreva, V.A. Ivanov.** Study of soil destruction mechanisms at work of combined soil-throwers designed for forest fire extinguishing, № 1 (33), p. 146

## ECOLOGY AND NATURE MANAGEMEN

**A.V. Seredyuk, N.V. Vyvotsev.** Drawing up standards for taxation of oak plantations, № 2 (34), p. 157

**R.A. Stepen, S.V. Soboleva.** Assessment of priority environmental status of urban areas, № 1 (33), p. 152

**O.S. Fedorova, T.V. Ryazanova.** Dinamics of heterotrophs microbiocenosis in model experiments with application of biosorbent on basis of mixed bacterial culture, № 1 (33), p. 157

## TRIBUNE OF YOUNG SCIENTISTS

**V.S. Logoyda.** Change in the parameters of the technical condition of elements of forest transport vehicles during operation, № 3 (35), p. 149

**V.S. Logoyda.** The method of individual forecasting of technical condition of forest transport vehicles, № 3 (35), p. 154

**E.V. Chernyshova.** Construction of an initial version of a logging road, № 3 (35), p. 138

**E.V. Chernyshova.** Methods of forming a digital terrain model for tracing forest roads, № 3 (35), p. 143



Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Братский государственный университет»

---

*Научный периодический журнал*

*выходит 4 раза в год*

---

# Системы Методы Технологии

Главный редактор С.В. Белокобыльский  
Редактор С.А. Червов  
Компьютерная верстка О.М. Тарасова  
Перевод Л.О. Трушкова, Е.Е. Агафина

---

ПИ № ФС77-37462  
Подписной индекс 37228  
Учредитель: Братский государственный университет  
665709, г. Братск Иркутской области, ул. Макаренко 40  
Адрес редакции: 665709, г. Братск Иркутской области, ул. Макаренко 40  
Тел. редакции 8(3953)325457, e-mail: [smt@brstu.ru](mailto:smt@brstu.ru)  
Отпечатано в издательстве ФГБОУ ВО «БрГУ»,  
665709, г. Братск Иркутской области, ул. Макаренко 40

Подписано в печать 23.11.2017  
Выход в свет 25.11.2017  
Формат 60 x 84 <sup>1</sup>/<sub>8</sub>  
Печать трафаретная  
Уч.-изд. л. 10,4. Усл. печ. л. 19,6.  
Тираж 200 экз. Заказ 88  
Цена свободная

## УВАЖАЕМЫЕ ЧИТАТЕЛИ!

Продолжается подписка на научный журнал

# Системы Методы Технологии

- Проблемы механики и машиностроения
- Моделирование и управление в технических системах
- Современные технологии
- Экология и рациональное природопользование



ПОДПИСНОЙ

ИНДЕКС

В КАТАЛОГЕ

«РОСПЕЧАТЬ»

**37228**

*Журнал распространяется по подписке, которую можно оформить во всех отделениях связи или непосредственно в издательстве журнала на полугодие*

Оформление подписки через издательство в редакции:  
тел. (395 3) 32-54-57, e-mail: [smt@brstu.ru](mailto:smt@brstu.ru)

---

Адрес издательства: 665709, Иркутская обл., г. Братск, ул. Макаренко 40.  
Тел. (395 3) 32-54-57. E-mail: [smt@brstu.ru](mailto:smt@brstu.ru)

# К сведению авторов

Статьи, представленные в редакцию журнала «Системы Методы Технологии», должны удовлетворять следующим требованиям:

## **Общие требования**

Редакция принимает статьи, набранные в текстовом редакторе MS Word 2003 в электронном виде.

Все рисунки выполняются с разрешением минимум 300 dpi, B&W – для черно-белых иллюстраций, Grayscale – для полутонов в формате \*.BMP, \*.TIFF, должны допускать перемещение в тексте и возможность изменения размеров. Схемы, графики выполняются во встроенной программе MS Word или в MS Excel с оттенком серого. Ширина рисунка с надписью не должна превышать 84 мм (рисунки должны помещаться внутри колонок). Если это невозможно, максимальный размер рисунка с надписью должен удовлетворять требованиям: ширина не более 150 мм, высота 245 мм.

## **Параметры страницы**

Формат страницы: А 4 (без нумерации страниц).

Поля – верхнее – 25 мм, левое – 18 мм, правое – 18 мм, нижнее – 20 мм, текст в 2 колонки, расстояние между колонок 5 мм.

## **УДК**

В начале статьи указывается номер по Универсальной десятичной классификации (УДК), соответствующий заявленной теме.

## **Аннотация**

Предоставляется на русском и английском языках (объем 200 – 250 слов) и начинается с названия статьи и фамилии автора (также на двух языках), размер – 9 кеглей.

## **Ключевые слова**

Слова и словосочетания (3–5), несущие в тексте основную смысловую нагрузку (на двух языках), размер – 9 кеглей.

## **Гарнитура**

Текст набирается в две колонки шрифтом Times New Roman (расстояние между колонками 0,5 см.), размер 10 кеглей, межстрочный интервал одинарный, абзацный отступ 0,5 см (не курсивом!). Перенос слов – автоматический. Подрисовочные надписи 9 кеглей (форматирование по ширине).

## **Ссылки**

Ссылки на использованные источники приводятся после цитаты в квадратных скобках, с указанием порядкового номера источника цитирования по ГОСТу Р 7.0.52008 «Библиографическая ссылка», например: [1].

## **Список литературы**

Располагается после текста статьи, нумеруется (начиная с первого номера), предваряется словом

«Литература» и оформляется в порядке упоминания или цитирования в тексте статьи с указанием общего количества страниц. Общее количество ссылок – не менее 20, в том числе 40 % иностранных источников, 30 % из русскоязычных журналов (по требованию Scopus). Далее в том же порядке приводится транслитерация списка (название источника – в переводе). Под одним номером допустимо указывать только один источник.

## **Структура и объем статьи**

Статья структурируется в соответствии с общепринятыми стандартами (введение, постановка и решение задачи, методика, выводы и т.п.). Объем, включая аннотацию и список литературы: от 5 до 10 страниц.

## **Сведения об авторе**

Подаются по форме:

– фамилия, имя, отчество (полностью), учёная степень, учёное звание;

– должность и место работы / учёбы (кафедра / лаборатория / сектор, факультет / институт, вуз / НИИ, адрес вуза) без сокращений, e-mail каждого автора, контактный телефон, ORCID (Open Researcher and Contributor ID). При его отсутствии необходимо пройти по [ссылке](#) и зарегистрироваться в системе. После регистрации в профиле следует отредактировать свои персональные данные и список публикаций.

## **Для статей, содержащих формулы**

При вставке формул использовать Microsoft Equation 3.0. В редакторе формул в меню «Размер» опцию «Определить» выставить: обычный – 10 пт, крупный индекс – 7 пт, мелкий индекс – 6 пт, крупный символ – 14 пт, мелкий символ – 8 пт. Все экспликации элементов формул в тексте выполняются в редакторе формул. Формула, состоящая из нескольких строк, устанавливается по центру (выбрать в редакторе формул в меню «Формат» опцию «По центру»). Нумерацию формул и знаки препинания следует ставить отдельно от формул обычным текстом. Нумерация формул ставится в круглых скобках по правому краю. В формулах греческие, русские символы, русские индексы, цифры набираются прямым шрифтом, латинские курсивом (например,  $\phi, \lambda, S, R, UZG-17 \delta_{эжв}$ ). Математические символы  $\lim, \lg, \ln, \arg, \cos, \sin, \min$ ,  $\max$  и т.д. набираются прямым шрифтом. Между цифровым значением величины и ее размерностью следует ставить знак неразрывного пробела.

Размерность следует проставлять прямым шрифтом.

• С требованиями к оформлению статей, а также с образцом статьи можно ознакомиться на сайте [http://brstu.ru/static/unit/journal\\_smt/index.php](http://brstu.ru/static/unit/journal_smt/index.php)

- Материалы, не соответствующие указанным требованиям, возвращаются на доработку.
- Решение о публикации статьи принимает редколлегия журнала.
- Сотрудники, аспиранты и докторанты БрГУ сдают публикации ответственному секретарю журнала.
- Авторы должны представить в редакцию заверенную рецензию специалистов с ученой степенью (внутреннюю либо внешнюю), экспертное заключение своей организации о возможности публикации статьи.
- Иногородние авторы направляют статьи по электронной почте: [smt@brstu.ru](mailto:smt@brstu.ru); рецензии по адресу: 665709, г. Братск, ул. Макаренко, 40, Братский государственный университет (БрГУ), редакция научных журналов.
- С аспирантов оплата за публикацию статьи не взимается.
- Редакция принимает предварительные заявки на приобретение номеров журнала, тел. 8(3953) 32-54-57, e-mail: [smt@brstu.ru](mailto:smt@brstu.ru)

Министерство образования и науки  
Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Братский  
государственный университет»

16 +

# *Системы Методы Технологии*

**№ 4 (36), 2017**

Проблемы механики и машиностроения

Моделирование и управление в технических системах

Современные технологии

Экология и рациональное природопользование

Issues of mechanics and engineering science

Modeling and control in engineering systems

Modern technologies

Ecology and nature management

# *Systems Methods Technologies*

**№ 4 (36), 2017**

Ministry of education and science of the  
Russian Federation  
Bratsk State University



